http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2017v12n1p173

A matemática incorporada na construção do quadrante descrito na obra *Libros del Saber de Astronomía*

The mathematics incorporated in the construction of the quadrant described in the oeuvre L*ibros del Saber de Astronomía*

Ana Carolina Costa Pereira
carolina.pereira@uece.br

Antônia Naiara de Sousa Batista
antonianaiarabatista@yahoo.com.br

Isabelle Coelho da Silva
isabellecoelhods@gmail.com

Resumo

Dentre as várias alternativas de inserir a história da matemática no ensino, vislumbramos os instrumentos matemáticos, em especial, o quadrante em um quarto de círculo, ou quadrante náutico, utilizado na astronomia de posição, como um recurso que incorpora, manipula e dissemina diversos conceitos. Dessa forma, o artigo tem o intuito de apresentar a matemática presente na construção do quadrante na busca por interfaces que permitam a articulação de conceitos matemáticos em sala de aula. A construção do quadrante está baseada na obra *Libros del saber de Astronomía* compilado pelo Rei D. Afonso X de Cartilha, escrita entre 1276 e 1279. Esse instrumento apresenta propriedades geométricas que podem ser incorporadas nas aulas de matemática, principalmente, envolvendo a construção de desenhos geométricos, semelhança de triângulos e conceitos fundamentais de trigonometria. Consideramos que a competência didática do instrumento matemático para o ensino é algo palpável e possível de ser introduzido na sala de aula. Contudo, precisamos observá-lo como um elemento que agrega conhecimentos, e não apenas o entendimento das relações matemática envolvidas na sua construção e utilização, mas a compreensão dos motivos de certas construções serem realizadas dessa forma ou estarem naquele local.

Palavras-chave: Quadrante; Instrumentos matemáticos; *Libros del saber de Astronomía;* Ensino de matemática.

Abstract

Among the various alternatives to insert the history of mathematics in the teaching, we see the mathematical instruments, in particular, the Quadrant in a quarter circle, or nautical Quadrant, used in position astronomy, as a resource that incorporates, manipulates and disseminates several concepts. This way, the article intends to show the mathematics present in the construction of the Quadrant in the search for interfaces that allow the articulation of mathematical concepts in the classroom. The construction of the Quadrant is based on the oeuvre *Libros del saber de Astronomía: Libro del quadrante* from the king D. Afonso X of Cartilha, written between 1276 and 1279. This instrument presents geometric properties that can be incorporated in mathematics classes, mainly, involving the geometric constructions, triangle similarity and fundamentals concepts of trigonometry. We consider that the didactic competence of the mathematical instrument for teaching is something tangible and possible to be introduced in the classroom. However, we must observe it as an element that aggregates knowledge, and not only the understanding of the mathematical relationships involved in its construction and use, but the understanding of the reasons of certain constructions to be carried out that way or why they are in that location.

Keywords: Quadrant; Mathematical instruments; *Libros del saber de Astronomía;* Mathematics Teaching.

Introdução

O estudo de técnicas que buscam uma melhora no ensino de matemática vem sendo cada vez mais disseminado em cursos de graduação e pós-graduação, em que muitos discentes têm se mostrado preocupados com a qualidade dessa disciplina. Assim, a história da matemática surge como uma possibilidade de recurso para promover discussões sobre diferentes abordagens dos conteúdos matemáticos na sala de aula.

O uso da história da matemática, segundo Mendes (2008), busca realçar o caráter investigatório do processo de construção do conhecimento matemático, que poderá estimular o desenvolvimento de pesquisas a partir da inserção de aspectos históricos para seu ensino. Dessa forma, diversos pesquisadores (MENDES, 2008; SAITO, DIAS, 2013; SAITO, 2015, 2016; CASTILLO, SAITO, 2016) vêm estudando essas possibilidades, buscando evitar o uso apenas anedótico da história, que costuma ser abordado para motivar a introdução de alguns conteúdos.

Com essa finalidade, Saito (2015) faz uma distinção das possíveis vertentes historiográficas que os pesquisadores podem seguir, sendo elas: tradicional ou atualizada. Na perspectiva historiográfica tradicional, temos uma visão presentista, ou seja, o passado é visto com os olhos do presente, e assume-se que o conhecimento do passado objetivaria evoluir para o que temos hoje. Entretanto, a vertente atualizada busca contextualizar o conteúdo matemático dentro de sua época, analisando não apenas a matemática em si, mas também os fatores que possam ter a influenciado de alguma forma, podendo, assim, ter acesso ao processo de construção desse conhecimento. (SAITO, 2015).

Estudando a historiografia atualizada, podemos pensar em construir interfaces a partir da articulação entre história da matemática e ensino, buscando propostas que mobilizem o conhecimento matemático inserido em um contexto histórico. Para isso, Saito (2016) propõe o uso de instrumentos como uma forma de se pensar nessas interfaces, a partir uma compreensão historicamente contextualizada.

Dentre os diversos instrumentos históricos, o quadrante náutico ou quadrante em um quarto de círculo utilizado na astronomia de posição ainda necessita de estudos mais aprofundados. Lembrando que alguns instrumentos de astronomia foram adaptados para fins náuticos e, posteriormente, para fins de agrimensura (BENNETT, 1998). Segundo Reis (1988, p. 243)

> (...) o quadrante náutico que tem sido um pouco esquecido e a razão fundamental, talvez seja o facto de não terem sido encontrados quadrantes, apesar da intensa atividade desenvolvida no domínio da arqueologia submarina, em oposição ao número de astrolábios que vão sendo recuperados de navios afundados nos mates do globo.

Sua utilização vai muito além de determinar a altura dos astros em alto mar. Ele ainda permite calcular, usando a altura do sol, a latitude de um determinado local ou a hora do dia, e a altura de um prédio por meio do quadrado das sombras, ou mesmo resolver problemas de topografia. Essas funções podem ser encontradas no quadrante citado na obra *Libros del saber de Astronomía* encomendado e supervisionado pelo Rei D. Afonso X de Cartilha, escrito no século XIII.

Apesar de ser um instrumento náutico, Reis (1988, p. 245) afirma que no século XVI o quadrante já havia sido substituído pelo astrolábio, devido, principalmente, ao movimento do navio que fazia com que o fio de prumo se deslocasse, dificultando a leitura da altura ou a distância zenital[1].

Outro ponto que deve ser discutido, são as falhas da história da ciência em relação a negligencia da expansão no design e uso dos instrumentos nos séculos XV e XVI. Bennett (1998, p. 206) afirma que "é menos claro o que pode ser feito dos astrolábios, teodolito, setores, quadrantes, relógios de sol, e assim por diante, do período anterior, precisamente porque esses não envolvem com novos conceitos ou não incorporam novos entendimentos: eles representam formas de fazer e não de conhecer". Ou seja, esses artefatos trazem técnicas para se chegar ao objetivo desejado através da geometria prática e não pelo ensino de conceitos.

No que se refere a sua construção matemática, o quadrante náutico envolve basicamente elementos do desenho geométrico, geometria plana e alguns conceitos da astronomia. Devido a essa facilidade, ele é um meio que pode mobilizar alguns conhecimentos matemáticos que são vistos na sala de aula da Educação Básica atualmente.

Para esse artigo não iremos focar nas discussões que envolvem o saber - fazer[2] do instrumento na história da matemática, mas apresentar um recorte da matemática presente na construção do quadrante a partir da obra *Libros del saber de Astronomía, Libro del quadrante* do Rei D. Afonso X de Cartilha, na busca por interfaces que permitam a articulação dos conceitos matemáticos através desse instrumento em sala de aula.

Instrumentos Matemáticos na Interface

Durante o decorrer da história, muitos instrumentos foram fabricados e utilizados para simplificar não só a resolução de problemas matemáticos, observacionais ou experimentais,

[1] A distância zenital é distância do astro em relação ao zênite. O zênite em referência ao espectador é "a vertical do lugar, que passa pelo observador, parece "furar" o céu num ponto bem acima da cabeça" do mesmo (BOCZKO, 1984).
[2] Vide Saito (2003).

"mas também para mapear a vasta e nova natureza produzida artificialmente" (SAITO, 2013, p. 102). Dentre esses instrumentos, encontramos aqueles denominados "matemáticos", isto é, instrumentos que foram concebidos para medir aquilo que Aristóteles (1952) denominava "quantidades" (distâncias e ângulos).

Desta forma, os instrumentos matemáticos são aqueles que podem medir desde distâncias até ângulos, se encaixando nessas categorias instrumentos como báculo ou quadrante geométrico, que possuem em si uma graduação linear e que são destinados a medir distâncias de difícil acesso. Ou o quadrante náutico, a balestilha, o astrolábio, a tabua da índia, entre outros, que são dotados de uma graduação angular, cuja sua função de maneira geral é obter a distância de um astro em relação à linha do horizonte, para possível localização em alto-mar.

Segundo Taub (2009), esses instrumentos matemáticos eram tidos como aqueles que eram providos de repartições ou divisões, e nessa categoria se encaixavam aparatos como, bússolas, relógios, entre outros. O autor ressalta ainda que essa denominação permaneceu até o final século XIX, quando ocorreu a substituição da mesma, pela expressão "instrumento de engenharia".

Esses instrumentos matemáticos, também considerados "instrumentos científicos", ganharam uma grande importância entre século XVI e XVII e estiveram presente na astronomia, como, o octante, sextante, esfera armilar, entre outros; na agrimensura, sendo a diopra, goniográfico, teodolito, galvanômetro, etc; na navegação, com os quadrantes, astrolábios, a balestilha, corda da Índia ou Kamal, e outros; e na área de desenhos, como sendo, os compassos, réguas, transferidores, esquadros, etc (PEREIRA; MARTINS, 2017). Saito e Dias (2011, p. 56) destacam ainda que:

> Os instrumentos matemáticos são mais do que simples artefatos. Eles incorporam conhecimentos que revelam a articulação entre o saber e o fazer e, desse modo, sintetizam a produção de conhecimento de uma época. Conhecimento este que pode receber diferentes interpretações e, consequentemente, significados.

Sabemos que todo instrumento traz em si um conjunto de conhecimentos que nos reportam a época na qual estava inserido. Esses conhecimentos por sua vez, é o saber que muitos dos artesãos, estudiosos, praticantes da matemática, entre outros, tinham, e que portanto, eram aplicados. Assim, esse "saber" reflete no "fazer", pois os instrumentos só poderiam ser construídos porque aqueles que tivessem o conhecimento apropriado, que seria o saber teórico e prático daquele período, para pôr em prática no instrumento.

Bennet (2003), ressalta que a maioria dos instrumentos desenvolvidos antes do século XVI tinha a finalidade de realizar medições, entretanto, havia algumas exceções, como os instrumentos musicais, cirúrgicos e semelhantes, que eram destinados a outros fins. O próprio autor ainda afirma também que, durante a Revolução Cientifica, os instrumentos produzidos pouco eram destinados para efetuar medições, isso inicialmente.

Diante disso, é notório que esses instrumentos não eram apenas ferramentas destinadas a se obter um resultado, mas é perceptível a presença de uma matemática incorporada na sua graduação e aplicação. Assim, concordamos com Castillo e Saito (2016, p. 238), quando ressaltam que "eles são construtores de conhecimentos e revelam interessantes aspectos do saber matemático".

Para empregar o instrumento no campo da educação, tendo-o como uma interface entre o ensino e a história, devemos inseri-los nos contextos em que foram constituídos e observar o processo da produção do conhecimento no seu significado real, pois a sua construção e seu uso mostram questões importantes do fazer matemático do período estudado (SAITO; DIAS, 2011).

No entanto, para que haja essa articulação da matemática e dos aspectos históricos, vimos na construção de interfaces um caminho por meio do qual podemos utilizar esses instrumentos matemáticos. Segundo Saito e Dias (2013, p. 91 - 92):

> (...) por construção de interface queremos aqui nos referir à constituição de um conjunto de ações e produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática.

Essas ações e produções serão realizadas sobre os instrumentos matemáticos, no intuito de que possam emergir questões de ordem matemática, sendo elas, teórica ou prática; juntamente com os aspectos históricos, mais especificamente, questões políticas, econômicas, sociais, culturais, religiosas, que tiveram influência sobre a matemática inserida nesse instrumento.

Dessa forma, a junção entre o instrumento matemático e a construção de interfaces pode ajudar a tornar o ensino de Matemática mais contextualizado, com uma compreensão e relevância para o aluno, mais significativa do que a matemática abordada apenas de maneira teórica na sala de aula.

Um pouco sobre a história do quadrante e a obra *Libros del Saber de Astronomía*

Durante os séculos XV e XVI ocorreu a conhecida Era das Grandes Navegações, logo, a necessidade de se lançar em alto-mar fez com que vários instrumentos fossem construídos ou adaptados para serem usados para localização durante as navegações. Segundo Reis (1988), os instrumentos de maior notoriedade neste período foram, cronologicamente, o quadrante, o astrolábio e a balestilha.

Na história aparecem dois tipos de quadrantes mais difundidos: o quadrante em um quarto de círculo e o quadrante geométrico. Este último é formado por um quadrado, no qual dois lados consecutivos estão divididos em sessenta partes. Do vértice oposto a esses dois lados parte uma alidade com duas pínulas, para que possamos realizar as medições. Através da relação de semelhança de triângulos é possível medir a altura ou a distância linear de um determinado local ou objeto.

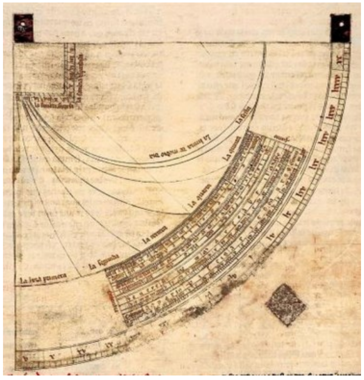
O quadrante em um quarto de círculo, é construído em madeira ou latão. No raio da direita do instrumento, estão fixadas duas pínulas, cada uma com um orifício no seu centro, e no vértice de 90º se encontra cravado um fio de prumo. O mesmo contém dois limbos, graduados de 0º a 90º, entretanto, dispostos em intervalos diferentes e um quadrado se sombras, no seu interior, que permite identificar as horas do dia.

A mais antiga referência à um quadrante em um quarto de círculo vem do século XI, refere-se ao *quadrans vetus*, um quarto de círculo que era utilizado para determinar a hora e a altura dos astros (REIS, 1988). Há um único exemplar desse instrumento, no *Musem of the History of Science*, na Inglaterra, datado de 1300 d.C.

O quadrante em um quarto de círculo (figura 1) aparece também nos *Libros del Saber de Astronomía,* mais especificamente no *Libro del quadrante pora rectificar* em que o rei Afonso X, da Espanha, mandou redigir ao *sábio Rabiçag*, em Toledo, no ano de 1277. Segundo Reis (1988, p. 247) "aí se ensina minuciosamente a construir um quadrante de madeira, com a forma mais corrente, isto é, como duas pínulas sobre uma das arestas e um fio de prumo".

O *Libro del quadrante pora rectificar* que está dividido em duas partes: *Libro Primero e Libro Segundo*. O *Primero* traz a construção do quadrante via geometria, com o quadro das sombras, arcos das horas, entre outros. E o *Segundo* é apresentado as características do quadrante e sua aplicação, por exemplo, para saber: a altura do sol, as horas, a inclinação do sol em cada signo, o mês que estão os romanos, a sombra a partir da altura do sol, entre outros.

Figura 1: Quadrante em um quarto de círculo.



Fonte: Afonso (1863, p. 303)

Um outro tipo de quadrante seria, o *Quadrans Novus*, instrumento citado no Tratado do Quadrante Moderno, escrito pelo astrônomo Jacob Tibbon Bem Makir no ano de 1288, entretanto, esse instrumento não foi muito disseminado, devido ao elevado nível de exigência sobre conhecimentos geométricos que seria necessário para construí-lo. Segundo Reis (1988, p. 248), “desconhece-se a data em que o quadrante começou a ser utilizado pelos nossos pilotos, mas foi seguramente devido a ele, que teve início a navegação astronômica desenvolvida pelos portugueses, possivelmente, ainda na primeira metade do século XV”.

A mais antiga referência sobre o uso de um quadrante na história das navegações aparece na “Relação do Descobrimento da Guiné”, em que Diogo Gomes, no ano de 1460, faz uma citação sobre o quadrante em seu diário de bordo. Assim, também a mais remota representação de um quadrante náutico foi executada, em 1525, pelo cartógrafo português Diogo Ribeiro.

A construção do quadrante está baseada nos *Libros del saber de Astronomía: Libro del quadrante* do Rei D. Afonso X de Cartilha, o Sábio. A versão utilizada para este trabalho data 1863, entretanto, esse livro foi escrito entre 1276 e 1279.

O tratado inclui as traduções do aramaico e do árabe realizadas por vários estudiosos da época, tais como, Yehuda ben Moshe Hakohen (também conhecido como Jehuda ben Moses Cohen) e Rabiçag de Toledo (também conhecido como Rabbi Zag e Isaac ben Sid), sob a inspeção direta do Rei Afonso X de Leão e Castela. Esse ato garantia o emprego correto do castelhano.

Os *Libros del saber de Astronomía* é uma obra escrita em castelhano que compila os conhecimentos técnicos de astronomia do século XIII, e que portanto, influenciou no período da Idade Média, promovendo a transmissão de conhecimentos astronômicos da antiguidade, inacessíveis no primeiro momento por se encontrar escrito em árabe e grego. Ele é composto por cinco tomo, ou seja, cinco volumes, no qual o terceiro deles, Afonso X, descreve os passos da construção do astrolábio e do quadrante náutico, juntamente com sua utilização.

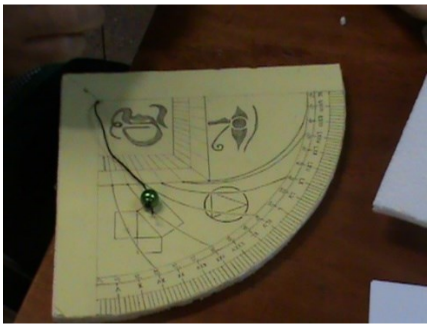
A obra está basicamente dividida em três assuntos: astronomia, que contém a descrição das esferas celestiais e os signos do zodíaco, e constelação por constelação; operação e fabricação de vários instrumentos para observações astronômicas; e instrumentos para medir o tempo.

Dessa forma, nesse artigo está centrado no *Libro Primero del quadrante pora rectificar* apresentando recorte da construção do quadrante exposta na obra. Abordaremos especificamente, a construção do quadrante relativo ao cálculo de distâncias inacessíveis, a hora e a altura dos astros, assim como o *quadrans vetus*.

Material para a confecção do quadrante

Para a confecção do quadrante náutico o professor pode utilizar, com os alunos, madeira ou isopor (Figura 2), com espessura 1,5 cm, folhas de cartolina branca, cola e estilete.

Figura 2: Quadrante construída com isopor e cartolina.



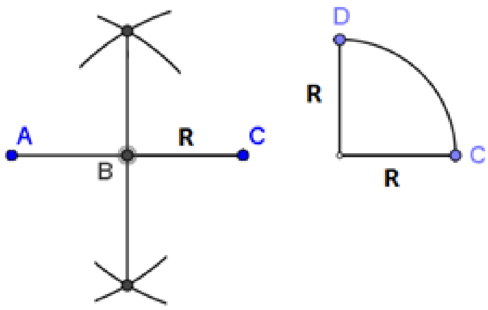
Fonte: Das autoras (2015).

Sugerimos, para a construção do quadrante , um raio de 18cm para o tamanho do raio da quarta parte de um círculo. Além disso, é necessário, barbante e um conta de acrílico ou madeira para ser pêndulo do fio.

Graduação do quadrante via desenho geométrico

Após definirmos, inicialmente, o tamanho do raio da quarta parte de um círculo, vamos construí-lo utilizando uma folha de cartolina. Para confeccioná-lo, faça uma circunferência de raio R e marque o diâmetro AC, e trace pelo ponto B uma perpendicular passando por D (figura 3).

Figura 3: Construindo um quarto de círculo.



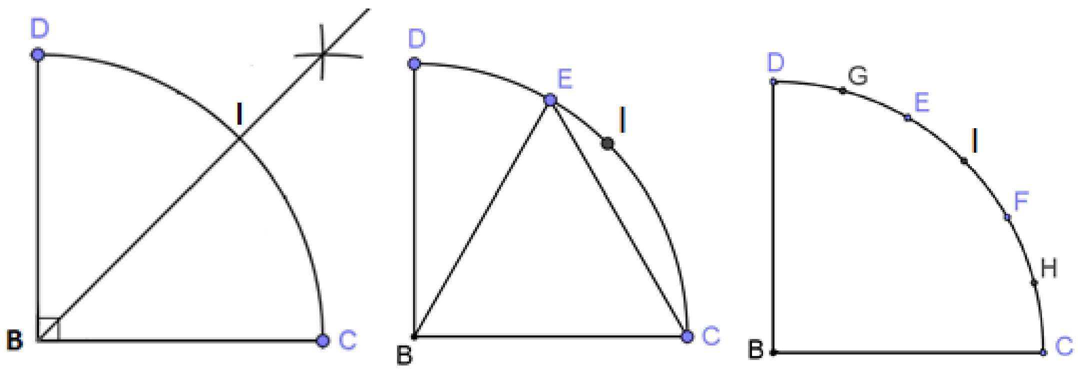
Fonte: Elaborada pelos autores.

Iniciaremos a marcação dos ângulos no quadrante náutico trançando a bissetriz do ângulo reto, formando 45º, de maneira a interceptar o arco CD no ponto I.

Para a segunda marcação vamos inscrever um triângulo equilátero BEC de lado BC = R, tocando o arco CD no ponto E. Perceba que como o arco EC = 60º (ângulo do triângulo equilátero) e IC = 45º (metade do ângulo reto), logo o arco EI = EC – IC = 15º e DE = DI – EI = 45º - 15º = 30º.

Para a próxima marcação, vamos construir um triângulo equilátero BDF de lado BD = R, tocando o arco CD no ponto F. Perceba que cada arco de ângulo construído tem medida de 15º, ou seja, DG = GE = IF = FH = HC = 15º. Dessa forma, através da diferença de ângulos, obtemos também os ângulos de 15º, 30º e 75º (figura 4).

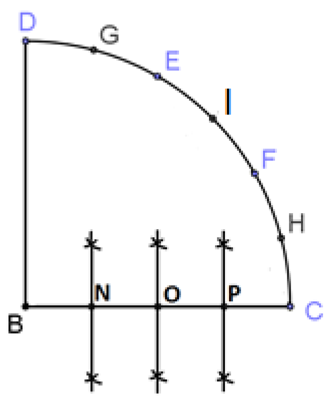
Figura 4: Marcação dos ângulos no quarto de círculo.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Vamos agora marcar o ângulo de 50º no quadrante, mas para isso precisaremos primeiramente dividir o segmento BC em quatro segmentos iguais e para fazê-lo utilizaremos novamente o conceito de reta mediatriz, pois através desta podemos dividir um segmento dado em 2^n partes iguais (figura 5).

Figura 5: Marcação para a construção do ângulo de 50º.

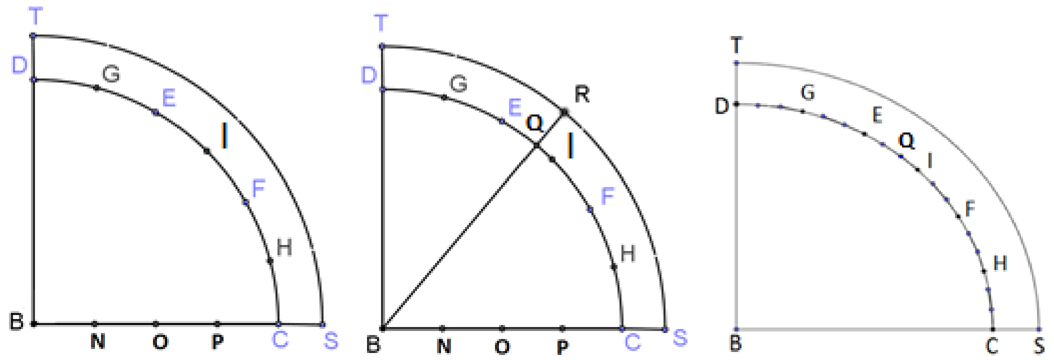


Fonte: Elaborada pelos autores.

Temos assim os segmentos BN, NO, OP e PC são congruentes entre si. Nosso próximo passo é construir um quinto segmento CS, que seja um pouco menor do que cada um dos quatro primeiros colineares ao segmento BC. Após isso traçaremos o arco de raio BS e centro B.

Agora marcaremos no arco ST o ponto R, de modo que SR seja congruente ao segmento BC. Traçamos o segmento BR, cujo ponto Q, que toca o arco CD, determina no quadrante o ângulo de 50º com o lado BC, ou seja, CQ = 50º. Fazendo novamente a diferença entre ângulos e temos que: QI = CQ – CI = 50º - 45º = 5º. Logo, conseguimos traçar os ângulos de 5º em 5º no nosso quadrante (figura 6).

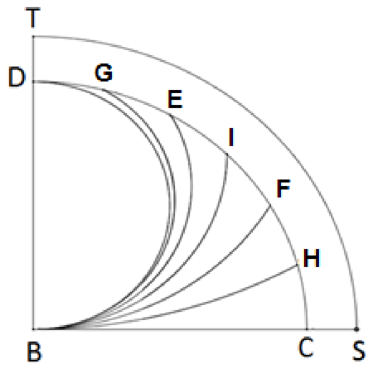
Figura 6: Marcação para a construção do ângulo de 50º e 5º.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Para a marcação das horas no quadrante, teremos que traçar seis arcos de circunferência. O primeiro arco deverá começar no ponto H e terminar no ponto B. O segundo arco deverá iniciar no ponto F e ir até o ponto B. Procederemos dessa mesma maneira com os quatros arcos que faltam, de forma que eles tenham em comum o ponto B (figura 7).

Figura 7: Marcação das horas no quadrante.

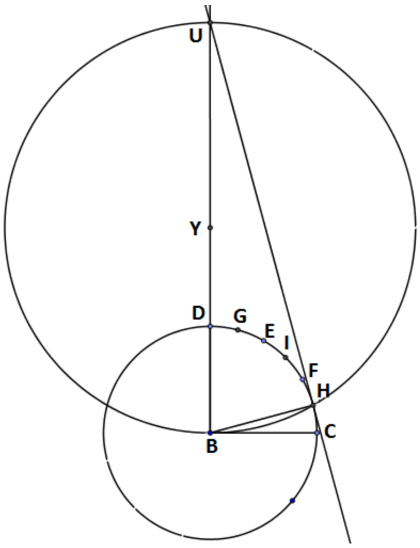


Fonte: Elaborada pelos autores

Para a marcação do primeiro arco BH, devemos traçar primeiramente uma reta BH, para depois construir uma perpendicular passando por H que tocará o prolongamento da reta BD em um ponto U. O ponto médio de UB, dado por Y, será o centro da circunferência que passa pelo arco BH (figura 8).

A justificativa dessa construção é devido ao teorema creditado a Thales de Mileto: um ângulo inscrito num semicírculo é reto. Dessa forma, a hipotenusa do triângulo será o diâmetro da circunferência que passará nos pontos desejados. A escolha do prolongamento de BD para ser os locais dos centros das circunferências é devido ao posicionamento das pínulas que servirá de mira para as medições.

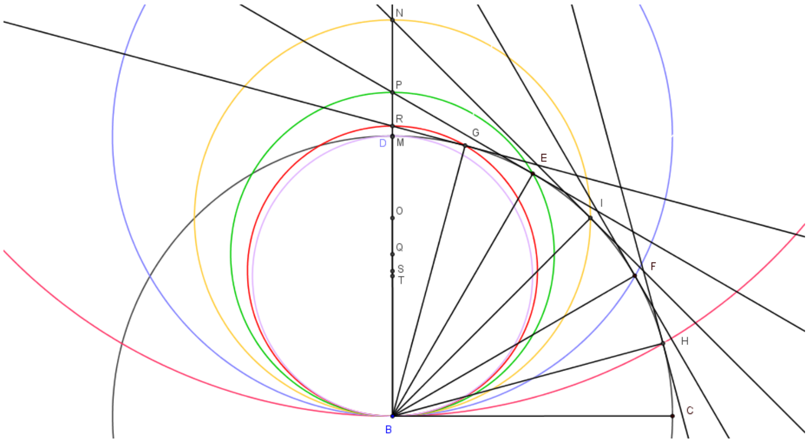
Figura 8: Marcação do arco BH no quadrante.



Fonte: Elaborada pelas autoras.

Para os demais arcos segue o mesmo procedimento, traçando segmentos a partir do ponto B até os pontos H, F, I, F e G, para posteriormente traçar as perpendiculares nesses pontos que tocará o prolongamento de BD em pontos distintos. Com extremidades nesses pontos e em B, encontramos os pontos médios que serão os centros das circunferências que passarão nos pontos desejados, H, F, I, F e G (figura 9).

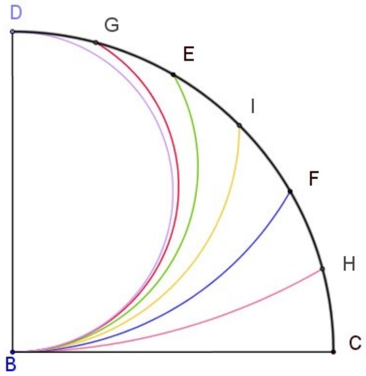
Figura 9: Marcação do arco BH, BF, BI, BE, BG e BD no quadrante.



Fonte: Elaborada pelas autoras.

Assim, depois de traçar todos os arcos até os respectivos pontos, H, F, I, E, G e D, teremos as horas marcadas no corpo do quadrante náutico, como mostra a figura 10.

Figura 10: Marcação das horas no quadrante.

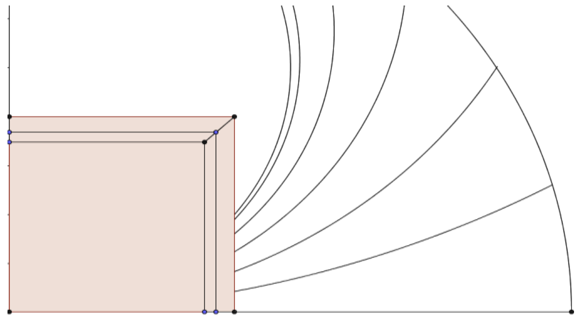


Fonte: Elaborada pelas autoras.

A próxima etapa da construção matemática é desenhar o quadrado de sombras. Devemos escolher como comprimento do lado do nosso quadrado, um tamanho igual ou menor a BP ou uma medida igual ou maior a BN.

Feito isso, desenharemos dois quadrados menores que o quadrado que desenhamos primeiramente, ficando assim três (figura 10). Ressaltamos que após a finalização da construção dos quadrados devem-se apagar os arcos de circunferência que ficaram na parte interna do quadrado.

Figura 10: Construção do quadrado das sombras.

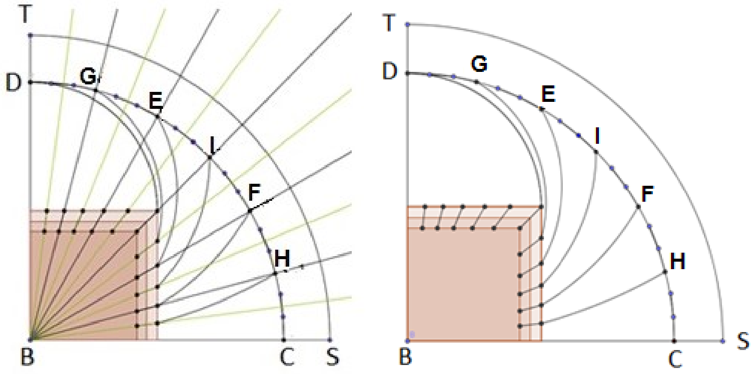


Fonte: Elaborada pelos autores.

Agora temos que dividir cada lado do quadrado maior em seis partes, ou seja, devemos dividir os ângulos de 45º em seis partes iguais, o que seria equivalente a dividir cada ângulo de 15º em duas partes iguais.

Ao traçarmos as retas e as bissetrizes que dividem o quadrante em doze ângulos de 7,5º, estaremos também determinando os segmentos no quadrado de sombras, conforme mostra a figura 11.

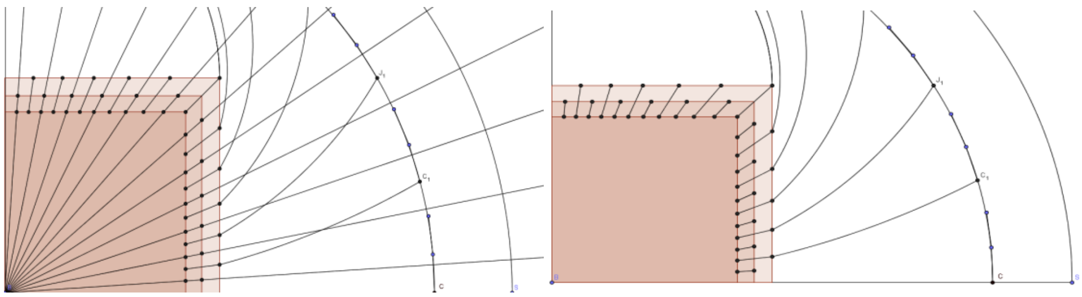
Figura 11: Marcação de ângulos no quadrante.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Dessa forma, cada segmento no quadrado de sombras divide o lado dos três quadrados em seis partes iguais e são colineares ao ponto B. Devemos agora dividir cada segmento em duas partes iguais, de maneira que os lados dos quadrados menores fiquem repartidos em doze partes e que sejam também colineares ao ponto B. Logo, faremos isso novamente aplicando o conceito de bissetriz de um ângulo (figura 12).

Figura 12: Subdividindo as marcações dos ângulos do quadrante.



Fonte: Elaborada pelos autores.

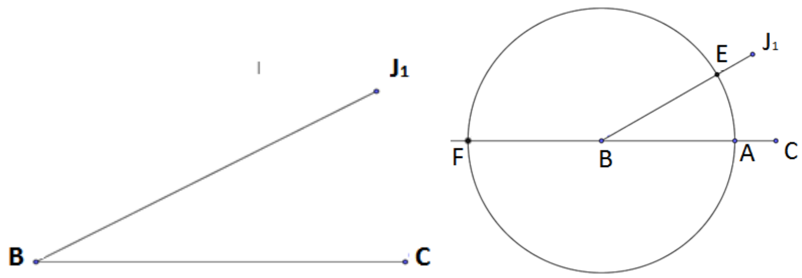
Vamos agora marcar no quadrante os ângulos de 0º a 90º, entretanto, para que isso seja possível, temos que traçar o ângulo de 1º. Assim, faremos isso através do Teorema de Tales e da relação entre arcos, ângulos e cordas na circunferência.

Para que a figura não fique muito carregada de construções, iremos realizar esse processo em uma circunferência similar a qual o quadrante foi construído. Em toda circunferência de raio fixado temos que cada arco corresponde a uma corda e um ângulo, no nosso caso temos que o arco CC_1, por exemplo, determina o ângulo de 15º e a corda (segmento de reta) CC_1.

Para acharmos à corda equivalente a 1º iremos dividir a corda de 30º através do Teorema de Tales em cinco partes iguais, que determina a corda de 6º, e como já temos a corda de 5º através da diferença de segmentos de reta, encontramos o ângulo de 1º.

Primeiramente vamos tomar o ângulo CBJ_1 de 30°, em seguida, traçamos uma circunferência de raio qualquer, de modo que ela intersecte os lados BJ_1 e BC (figura 31).

Figura 13: Transporte de ângulos.

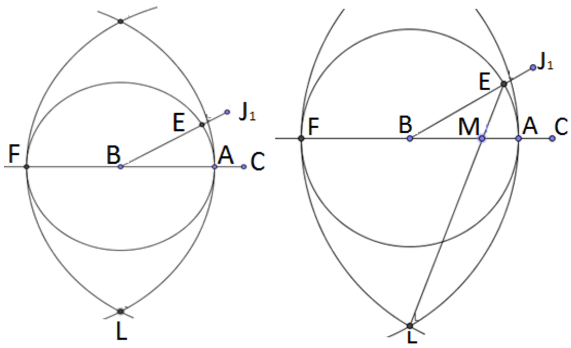


Fonte: Elaborada pelos autores.

Com a ponta seca do compasso no ponto A, traçaremos um arco de modo que este passe pelo ponto F, da mesma forma, com a ponta seca do compasso em F desenhamos um arco de tal maneira que esse passe pelo ponto A.

Esses dois arcos têm dois pontos em comum: K e L. O próximo passo é ligar o ponto L ao ponto E determinando assim, o segmento de reta EL. Perceba que o segmento EL intersecta o segmento AB no ponto M (figura 14). Logo, temos o segmento MA, que será dividido em cinco partes iguais.

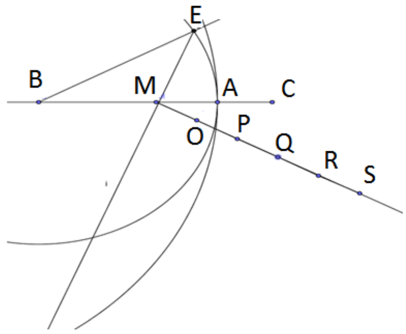
Figura 14: Marcação do segmento EL.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Para que possamos dividir o segmento MA devemos traçar uma semirreta, que servirá de suporte, partindo do ponto M. Então, com o auxilio do compasso, construiremos cinco segmentos de retas congruentes entre si, iniciando a partir do ponto M, com tamanho menor que o segmento MA. Assim, teremos cinco segmentos de reta: MO, OP, PQ, QR e RS (figura 15) todos congruentes entre si.

Figura 15: Divisão de segmentos.



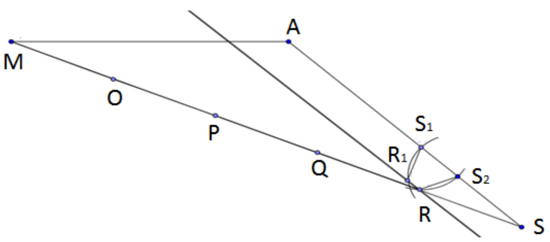
Fonte: Elaborada pelos autores.

Traçamos agora o segmento AS e para construirmos os segmentos de reta paralelos a AS passando pelos pontos S, R, Q, P e O respectivamente, que dividirão o AM em cinco segmentos congruentes, iremos realizar o processo a seguir.

Marcaremos um ponto qualquer no segmento AS, por exemplo, S_1. Com a ponta seca do compasso em S_1 traçaremos um arco com abertura S_1R, de maneira a marcar no segmento AS um outro ponto, que chamaremos de S_2. Depois traçaremos outro arco com mesma abertura do primeiro, sendo que a ponta seca do compasso deverá esta no ponto S_2.

Em seguida, traçaremos o segmento de reta RS_2 e transportaremos esse segmento de modo que ele tenha como uma das extremidades o ponto S_1 e outra ponta o arco que passa por S_1. A reta paralela a AS é a reta que passa pelos pontos R e R_1 (figura 16).

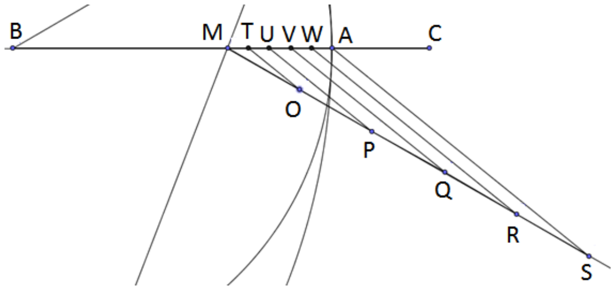
Figura 16: Marcando o ponto R e traçando a paralela pelo mesmo em relação a AS.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Agora é só realizar o mesmo procedimento em relação aos pontos Q, P, O e M, respectivamente, para encontramos as outras retas paralelas a AS. Assim, obteremos os seguintes segmentos, RW, QV, PU e OT, que dividiram MA em cinco partes iguais (figura 17).

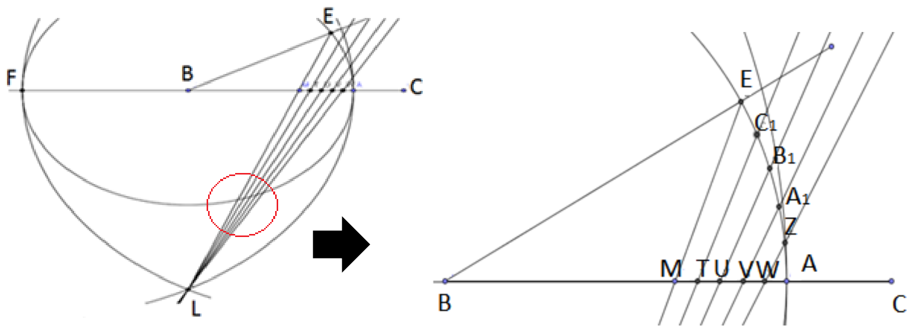
Figura 17: Traçando os segmentos AS, RW, QV, PU e OT.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Agora iremos traçar os segmentos, LM, LT, LU, LV e LW. Em seguida, vamos prolonga-los até o arco EA, de maneira a toca-lo em cinco pontos distintos, Z, A_1, B_1, C_1 e E (figura 18).

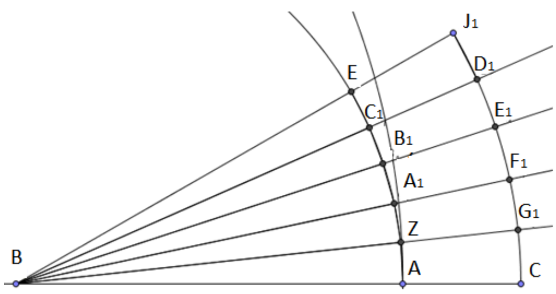
Figura 18: Determinando os cinco pontos no arco EA.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Agora ligaremos cada um desses pontos ao ponto B, e prolongá-los-emos respectivamente, até os pontos, C, G_1, F_1, E_1, D_1 e J_1, de maneira que essas semirretas tenham em comum o ponto B no arco CJ_1 (figura 19).

Figura 19: Traçando o arco CJ_1.

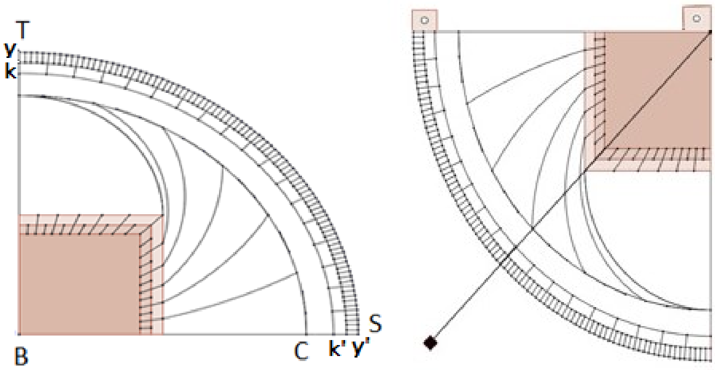


Fonte: Elaborada pelos autores.

Os arcos CG_1, G_1F_1, F_1E_1, E_1D_1 e D_1J_1 são todos congruentes entre si e determinam o ângulo de 6º. Assim, realizando a diferença entre o ângulo de 6º e o de 5º, que já foi encontrado anteriormente, obtemos o ângulo de 1º. Então, temos agora o quadrante náutico graduado de zero a noventa graus em intervalos de 1º.

Note que construímos dois arcos auxiliares KK' e YY', no caso do primeiro graduamos de 0º a 90º, de T a C, com intervalos de 5º e no segundo arco realizamos a graduação em intervalos de 1º, a fim de melhorar a visualização dos ângulos no quadrante náutico (figura 20).

Figura 20: Quadrante com a marcação completa e o pendulo.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Para finalizar a confecção do quadrante devemos por um fio que parte do vértice de 90º do quadrante náutico, com um peso em sua extremidade inferior e duas pínulas, que podemos substituir por um canudo alocado na aresta BS, para que possamos realizar as observações dos astros (figura 20).

Algumas considerações sobre as medições com o quadrante

O quadrante é um dos instrumentos que foi muito útil durante os séculos XIV e XV das grandes navegações. Para realizar medições com o quadrante podemos utilizar semelhança de triângulos ou trigonometria. Outra utilidade dele é a determinação das horas. Aponte o quadrante para algum astro e veja o ângulo em que o fio de prumo está indicando (quadro 1).

Quadro 1: Relação de graus e horas no quadrante.

GRAU	HORA (manhã)	HORA (tarde)
0º	6h	18h
15º	7h	17h
30º	8h	16h
45º	9h	15h
60º	10h	14h
75º	11h	13h
90º	Meio dia	Meio dia

Fonte: Elaborado pelos autores.

Apesar de o quadrante ter sido um instrumento de grande utilização segundo Pereira (2000), ele apresentava algumas dificuldades de manuseio: a observação da graduação à noite era difícil; devido aos ventos e ao balanço do mar não era fácil encontrar o ângulo de inclinação da Estrela Polar correto, o que poderia dar um erro considerável no cálculo das distâncias. Por volta do século XV o quadrante foi substituído pelo astrolábio, instrumento que se mostrava mais eficiente para uso nas navegações.

Notas finais

O uso de instrumentos históricos ligados a matemática e atrelados ao seu ensino vem crescendo do ponto de vista didático. Artefatos históricos como o quadrante podem mobilizar diversos conceitos matemáticos que são ministrados na Educação Básica atualmente, especialmente, durante sua construção física e matemática.

Dessa forma, nossa proposta objetiva mostrar a matemática presente na construção do quadrante náutico na busca de interfaces para tratar dos conceitos mobilizados através desse instrumento em sala de aula. Como pudemos ver, é uma construção simples, entretanto diversos conceitos matemáticos são explorados, tais como, como ângulos, circunferências, retas, arcos, Teorema de Tales, entre outros.

Devido aos extensos processos de construção geométrica para confeccionar o quadrante, não disponibilizamos a utilização e a aplicação do instrumento nesse trabalho. Entretanto, cursos de extensão universitária para docentes e discentes já foram ministrados direcionado a construção e uso do quadrante com o intuito de discutir seu uso como recurso didático para o ensino de conceitos matemáticos, além de compreender a percepção dos participantes sobre o uso do quadrante como recurso didático para o ensino de conceitos matemáticos.

Diante do exposto, ressaltamos que é possível para o professor realizar essas construções com os alunos, utilizando materiais de baixo custo. Contudo, é necessário que o docente tenha um objetivo definido para manusear esse aparato, além de conhecimento sobre o mesmo e do contexto em que ele estava inserido. Por consequência, podemos pensar na construção de interfaces que busquem articular história da matemática e ensino a partir do quadrante náutico.

Referências

BENNETT, J. A. Practical Geometry and Operative Knowledge. **Configurations**, Baltimore, v. 6, p. 195-222, 1998.

BENNETT, J. A. Knowing and doing in the sixteenth century: what were instruments for?. **British Journal for the History of Science**, London, v. 36, n. 2, p. 129-150, 2003.

BOCZKO, Roberto. **Conceitos de astronomia.** São Paulo: Editora Edgard Blucher, 1984.

CASTILLO, Ana Rebeca Marinho; SAITO, Fumikazu. **Algumas considerações sobre o uso do báculo (BACULUM) na elaboração de atividades que articulam história e ensino de matemática.** In: FLORES SALAZAR, J.; UGARTE GUERRA, F.. (Org.). Investigaticiones en Educatión Matemática. Lima: Fondo Editorial PUCP, 2016, p. 237-251.

MENDES, Iran Abreu. **Tendências metodológicas no ensino de matemática.** Belém: Edufpa, 2008.

REIS, A. Estácio dos. **O quadrante náutico.** Lisboa: Editora da Universidade de Coimbra, 1988.

SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re)construções contextuais.** São Paulo: Ed. Livraria da Física/SBHMat, 2015.

SAITO, Fumikazu. **Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino**. Conferência proferida no II Seminário Cearense de História da Matemática. Fortaleza – Ceara, em 17 de Março de 2016. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=JATaXqeDUtA>. Acesso em: 26 jul. 2017.

SAITO, Fumikazo. Instrumentos e o "saber-fazer" matemático no século XVI**. Revista Tecnologia e Sociedade**, Curitiba, v. 18, n. especial, p. 101-112, 2013.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. **Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumentos de medida do século XVI.** Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011. 63 p.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre história da matemática e ensino: Uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, São Paulo, v. 19, n. 1, p.89-111, 2013.

TAUB, Liba. On scientific instruments. **Studies in History and Philosophy of Science**, Cambridge, n. 40, p. 337-343.

X, D. Afonso. **Libros del saber de Astronomía:** Libro del quadrante pora retificar. 2. ed. Madrid: Tipografia de Don Eusebio Aguado, 1863. 1277 p.