

## Circuito De Equações: Uma Estratégia Para A Aprendizagem Ativa

### Circuit Of Equations: A Strategy For Active Learning

Cassiano Scott Puhl\*

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS

Tháisa Jacintho Müller\*\*

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS

Isolda Gianni de Lima\*\*\*

Universidade de Caxias do Sul – UCS

#### Resumo

Este artigo apresenta uma estratégia de aprendizagem ativa aplicada em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental, cujo objetivo é proporcionar a construção de significados sobre equações. A atividade proposta consiste em um circuito de questões sobre equações quadráticas, biquadradas e irracionais, e propicia a integração da turma, atribuindo aos estudantes funções específicas e complementares. Tais funções definem papéis que aqui são chamados de solucionador, orientador e analisador de resoluções de equações. A proposta é fundamentada na teoria de aprendizagem de Vygotsky e na teoria do desenvolvimento cognitivo de Piaget, propiciando momentos de interação, de cooperação e de pensamento coletivo, caracterizando-se como uma estratégia de aprendizagem ativa. Na prática, a turma é separada em equipes, sendo cada uma delas formada por três grupos, que se revezam na realização das atividades da seguinte maneira: um grupo sorteia uma equação e deve resolvê-la no quadro; outro precisa estar atento à resolução de forma a auxiliar os colegas em caso de dificuldades; e o terceiro grupo analisa a resolução da equação sorteada, atentando aos resultados e à adequação da linguagem matemática. A realização dos exercícios e a sua avaliação pelos pares, possivelmente, promovem aprendizagem, e o caráter lúdico incentiva as discussões e as reflexões para a construção do significado na experiência com equações. Além disso, a atividade oportuniza o desenvolvimento de habilidades de comunicação e de trabalho em equipe, que incluem respeito, cooperação e participação ativa. O resultado dessa estratégia consiste no aprimoramento de conhecimentos, à medida que os estudantes aprendem com os colegas e compartilham o que sabem.

**Palavras-chave:** Circuito de questões, Aprendizagem ativa, Interação, Ensino Fundamental.

---

\* Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade de Caxias do Sul – UCS. Aluno de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: [c.s.puhl@hotmail.com](mailto:c.s.puhl@hotmail.com).

\*\* Doutora em Informática na Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS. Professora da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: [thaisamuller@gmail.com](mailto:thaisamuller@gmail.com).

\*\*\* Doutora em Informática na Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS. Professora da Universidade de Caxias do Sul – UCS, Caxias do Sul, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: [iglima1@gmail.com](mailto:iglima1@gmail.com).

## Abstract

This article presents and discuss a didactic unit for the construction of meanings of equations in a class of 9th grade elementary school. The proposal consists of a circuit of questions about quadratic, biquadratic and irrational equations that are solved in an activity that integrates the whole class, having the students to play different roles: the equation solver, the helper and the analyst of resolutions. The proposal was based on Vygotsky's theory of learning and Piaget's theory of cognitive development, thus characterizing an active learning strategy that integrates students in moments of the interaction, cooperation and collective thinking. In practice, the class is separated into teams and these form three groups, which take turns in the following activities: a group draws an equation to solve on the chalkboard; the second group stands aside for any help needed by the first group and, finally, the other and third group has to analyze the resolution of the equation drawn by the classmates, in terms of correctness and adequation of mathematical language. Thus, the activity promotes active learning for all groups. Moreover, the playful character turns out to be the affective motor that encourages studies, discussions and reflections for the development of meaningful learning about equations. It also enables students to develop communicational and behavior skills, such as respect, active participation, and knowledge enhancement, as they learn from others and share with others what they already know.

**Keywords:** Circuit of questions, Active learning, Interaction, Elementary School.

## 1 Introdução

O estudo de equações de segundo grau está previsto para o último ano do Ensino Fundamental, segundo consta nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (Brasil, 1998) e na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018), sendo esse um conhecimento básico para o desenvolvimento de novas aprendizagens, dentre elas a compreensão dos conceitos de Matemática do Ensino Médio. As equações de segundo grau requerem do estudante certo grau de abstração, pois as situações em que são aplicadas nem sempre são facilmente visualizadas no cotidiano. Prova disso são as dúvidas, comuns a muitos estudantes, do tipo: “Onde irei aplicar, realmente, a fórmula de Bhaskara<sup>1</sup>?”.

Essa pergunta motivou a pesquisa de Motta (2000), que utilizou a resolução de problemas e a história da Matemática para dar sentido e significado às equações de segundo grau. Outras pesquisas (Castelo, 2013; Santana, 2013; Kuroiwa, 2016; Modtkoski, 2016) também utilizaram ao menos uma dessas estratégias para introduzir esse conteúdo no Ensino Fundamental, com o propósito de promover a construção de significados. De fato, a utilização dessas estratégias modifica o ambiente escolar, pois o estudante deixa de ser sujeito passivo

---

<sup>1</sup> Ressalta-se a fórmula de resolução de uma equação de segunda é conhecida somente no Brasil como fórmula Bhaskara, sendo que essa fórmula não foi escrita pelo matemático indiano Bhaskara (Dante, 2015; Souza & Pataro, 2012; Barroso, 2006). Bhaskara (1114-1185) realizou diversos estudos e contribuições em relação a resolução de equações de segundo grau, provavelmente, pois isso que a fórmula se denominou com seu nome (Souza & Pataro, 2012; Barroso, 2006).

da aula meramente expositiva para utilizar seus saberes e seus próprios esquemas de aprendizagem na assimilação e acomodação de novos conhecimentos.

Na mesma linha das pesquisas mencionadas, criou-se uma estratégia para a aprendizagem de equações, cujo objetivo é promover o envolvimento dos estudantes no compartilhamento de conhecimentos, como forma de favorecer a aprendizagem. A estratégia consiste num circuito de questões sobre equações de segundo grau, biquadradas e irracionais, de diferentes níveis de complexidade. Na ideia de circuito, os estudantes resolvem um conjunto de questões, similar a uma lista de exercícios, que promovem, além da aprendizagem do conteúdo, o compartilhamento de conhecimento, o desenvolvimento da autonomia e do senso crítico, permitindo, então, que o estudante seja ativo no processo da aprendizagem.

Desse modo, neste trabalho, apresenta-se o circuito de equações aplicado aos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental e se intenta refletir, a partir também de relatos dos estudantes, sobre como ocorreram as aprendizagens. A estratégia de aprendizagem aqui descrita foi inspirada em outra já utilizada no Ensino Superior e relatada em Lima & Sauer (2015), planejada e fundamentada nas teorias de aprendizagem de Lev Vygotsky (1896-1934), e do desenvolvimento cognitivo de Jean Piaget (1896-1980). Ambas ressaltam a participação ativa do estudante na aprendizagem de novos conceitos, desenvolvida por meio da interação com as pessoas em ambiente escolar.

## 2 Referencial Teórico

Vygotsky e Piaget realizaram, respectivamente, pesquisas sobre a formação de conceitos e o desenvolvimento cognitivo do ser humano. Alguns pesquisadores afirmam que os dois teóricos trabalharam com o mesmo tema, uma vez que desenvolveram teorias de aprendizagem, mas de acordo com Castorina (2000), essa é uma visão equivocada. Para Castorina (2000), assim como para Filho (2008), as teorias versam sobre diferentes temáticas, mas podem ser entendidas como complementares. Em confluência com essa ideia, pretende-se aqui distinguir, inicialmente e de forma breve, as pesquisas de Vygotsky e de Piaget, para posteriormente mostrar em que aspectos se dá tal complemento.

Piaget pesquisou sobre o desenvolvimento mental dos indivíduos, elaborando um modelo explicativo para os processos cognitivos do ser humano, quando criança, adolescente ou adulto (Franco, 2000). Piaget não objetivou conduzir uma pesquisa de cunho escolar, analisando o modo como ocorre a aprendizagem, mas sim os processos cognitivos, definindo

estágios de desenvolvimento intelectual (Barros, 1996; Franco, 2000).

Vygotsky também se preocupou com o desenvolvimento cognitivo, enfatizando na sua pesquisa a aprendizagem por meio da interação social e, também, o papel da escola na construção de novos conhecimentos (Oliveira, 1992). Vygotsky formulou sua teoria de aprendizagem ao afirmar que é pela linguagem e pelas interações sociais que o ser humano atribui significado a um determinado conhecimento.

Assim, como afirma Castorina (2000, p. 38), “[...] Piaget focalizou seu interesse na gênese da lógica dos conceitos, na sua sistemática operacional e na sua explicação cognitiva, Vygotsky enfocou-o no contexto da sua aquisição escolar”. Complementando Castorina, Filho (2008, p. 271) relata que as teorias desenvolvidas são diferentes, pois “[...] Piaget (1973) tende a supervalorizar as funções do sujeito na construção do conhecimento ao focar a dimensão maturacional e Vygotsky (1984) destaca as relações dialéticas de construção do mesmo conhecimento quando supervaloriza o papel da interação e da aprendizagem”.

Piaget utiliza quatro conceitos básicos para explicar o processo de desenvolvimento cognitivo do ser humano: esquema; assimilação; acomodação e equilíbrio (Barros, 1996; Moreira, 2011). Segundo Barros (1996, p. 44): “Esquemas são estruturas mentais com que os indivíduos intelectualmente se adaptam e organizam o ambiente”, ou seja, determinam a capacidade intelectual do indivíduo de compreender determinado fenômeno ou conhecimento; envolvem o que comumente chama-se de conhecimentos prévios. Em relação aos conceitos de assimilação e acomodação, Moreira (2011) afirma que são para Piaget as etapas do desenvolvimento cognitivo enquanto processo. A assimilação ocorre quando o indivíduo interage com o objeto de aprendizagem, construindo significados e novos conhecimentos a partir de seus esquemas de conhecimento, ou seja, “[...] consiste em encaixar um novo objeto num esquema mental ou sensório-motor já existente” (Barros, 1996, p. 44). É natural, entretanto, que os indivíduos apresentem dificuldades no processo de assimilação; e a superação desses obstáculos requer uma reconstrução de esquemas, o que Piaget define, então, como acomodação (Moreira, 2011). Segundo Barros (1996, p. 45): “Acomodação é o aspecto da atividade cognitiva que envolve a modificação dos esquemas para corresponderem aos objetos da realidade. Na acomodação, a pessoa é ‘forçada’ a mudar seus esquemas ou criar novos esquemas para acomodar os novos estímulos”. E a equilíbrio consiste em um “[...] processo ativo pelo qual uma pessoa reage a distúrbios ocorridos em sua maneira comum de pensar, através de um sistema de compensações; isto resulta em nova compreensão e satisfação, ou seja, em equilíbrio” (Barros, 1996, p. 46). Para Moreira (2011, p. 102), a

equilíbrio é considerada, então, “[...] o fator preponderante na evolução, no desenvolvimento mental, na aprendizagem (aumento de conhecimento) da criança”.

Ainda sobre a teoria de Piaget e sobre como se pode compreender a aprendizagem, Becker (2015, p. 37) afirma “[...] que o processo de aprendizagem humana não se dá por força da bagagem hereditária apenas, nem apenas da pressão do meio, físico ou social, mas por força da interação entre esses dois polos, interação ativada pela ação do sujeito da aprendizagem”. Essa interação entre o sujeito e o objeto de aprendizagem produz estruturas de assimilação, que resultam na participação ativa do indivíduo na construção de conhecimento. Nessa perspectiva, “A fonte da aprendizagem é a ação do sujeito, ou seja, o indivíduo aprende por força das ações que ele mesmo pratica: ações que buscam êxito e ações que, a partir do êxito obtido, buscam a verdade ao apropriar-se das ações que obtiveram êxito” (Becker, 2015, p. 33-34).

Para Vygotsky, e também para Piaget, o indivíduo não pode ser passivo no processo de aprendizagem ou no seu desenvolvimento cognitivo, pois para que a significação e a assimilação de um conhecimento sejam possíveis, além de um sujeito ativo, é necessário um sujeito interativo (Castorina, 2000). Vygotsky entende a aprendizagem como “um aspecto necessário e universal do processo de desenvolvimento das funções psicológicas culturalmente organizadas e especificamente humanas” (Vygotsky, 1984, p. 101 apud Oliveira, 2000, p. 55). A aprendizagem humana<sup>2</sup>, de fato, nunca ocorre de forma isolada: só pode ser desenvolvida por meio da interação social – a interação com o meio ou com outros estudantes – permitindo a construção de significados.

Para Vygotsky, segundo Moreira (2011, p. 110): “A interação social supõe envolvimento ativo (embora não necessariamente no mesmo nível) de ambos os participantes desse intercâmbio, trazendo a eles diferentes experiências e conhecimentos, tanto em termos qualitativos como quantitativos”. Esse intercâmbio, ou compartilhamento de conhecimentos, colabora com a formação de conceitos<sup>3</sup>, principalmente por meio da linguagem, que é a forma de interação social por excelência (Oliveira, 1992; Moreira, 2011).

Vygotsky observa, porém, que para ocorrer o compartilhamento de conhecimentos,

---

<sup>2</sup> Em suas pesquisas Vygotsky não utiliza o termo aprendizagem, mas a palavra russa *obuchenie*, que entende o processo de ensino-aprendizagem, sendo assim: “[...] um processo global de relação interpessoal que envolve, ao mesmo tempo, alguém que aprende, alguém que ensina e a própria relação ensino-aprendizagem” (Oliveira, 2000, p. 56-57).

<sup>3</sup> Vygotsky classifica os conceitos em dois tipos: os cotidianos, que são resultado da interação social do indivíduo; e os científicos, vistos como um sistema organizado de conhecimento, adquiridos por meio da instrução escolar (Oliveira, 1992; Moysés, 2000). Neste estudo, utiliza-se a palavra conceito para referir-se aos conceitos científicos propostos por Vygotsky.

os estudantes não podem ter estruturas mentais nem muito similares nem muito diferentes, senão não é possível criar zonas de desenvolvimento proximal. Segundo Lefrançois (2000, p. 262): “A *zona de desenvolvimento proximal* de Vygotsky é o potencial da criança para o desenvolvimento, definido por aquilo que a criança não consegue inicialmente realizar sozinha, mas que, com a ajuda de outras pessoas competentes, é capaz de realizar, depois, por si mesma.”.

Em uma perspectiva similar, Piaget (apud Barros, 1996, p. 46) afirma que “o organismo não pode se acomodar às potencialidades do objeto que não pode assimilar ao seu sistema atual de significados. O hiato entre o velho e novo não pode ser muito grande”. Desse modo, Moreira (2011, p. 199) conclui que: “Sem interação social, ou sem intercâmbio de significados, dentro da zona de desenvolvimento proximal do aprendiz, não há ensino, não há aprendizagem e não há desenvolvimento cognitivo”.

Os apontamentos teóricos de Piaget e Vygotsky, mesmo não se referindo a mesma temática, sugerem pensar sobre a aprendizagem com base em aspectos de complementaridade, oferecendo fundamentação para planejar uma estratégia de ensino como a que será apresentada.

### 3 Metodologia

O circuito de questões foi organizado para que os estudantes interagissem, compartilhando conhecimentos na e sobre a resolução das equações, num nível gradativo de dificuldade. Antes da aplicação dessa estratégia, desenvolveu-se uma aula expositiva-dialogada de apresentação e caracterização de equações de segundo grau, equações biquadradas e equações irracionais; de modo a reconhecê-las e distingui-las. Além disso, usou-se esse tempo para discutir sugestões de resolução de equações propostas como introdução ao conteúdo. O objetivo, a partir desse momento inicial, foi aumentar o nível de significação com a aplicação do circuito para que os estudantes avançassem no desenvolvimento da assimilação e da acomodação por meio da interação entre colegas.

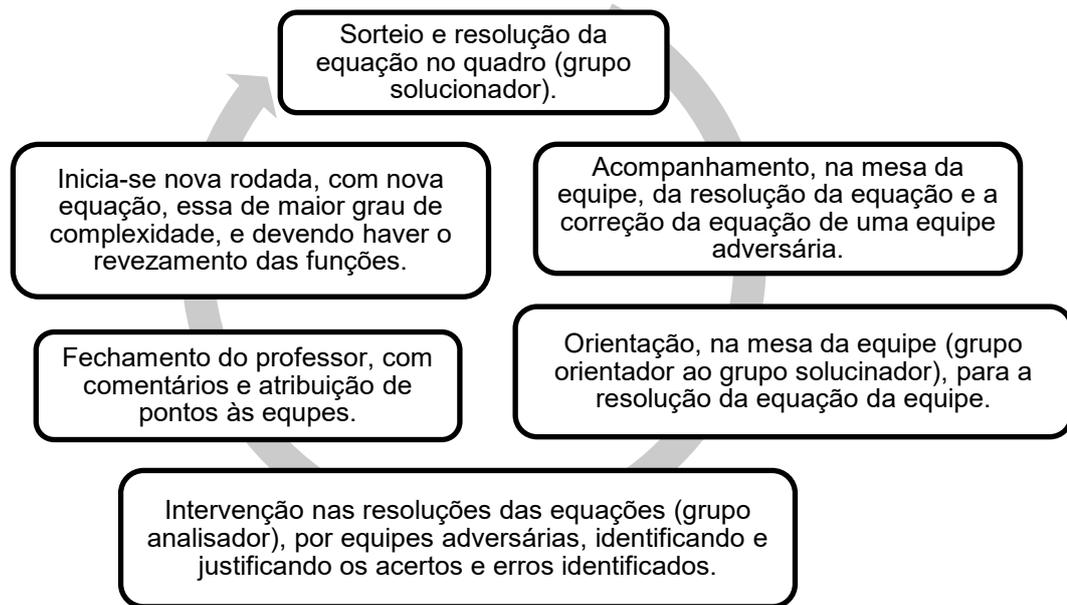
O circuito de questões é uma atividade que integra toda a turma que é, inicialmente, separada em equipes, de modo que cada uma possua de seis ou a nove integrantes, de acordo com o número de estudantes da classe, e que esses formem três grupos em cada equipe para desempenharem as diferentes funções de solucionador, orientador e analisador de resoluções de equações, revezando-se de modo a realizá-las uma a uma. A escolha por essa divisão dos

integrantes justifica-se pelo fato de se pretender que todos os estudantes sejam parte importante da atividade e que, realmente, desenvolvam um papel ativo, em conformidade com Lerner (2000, p. 127), quando afirma que: “Em geral, os grupos funcionam melhor quando são suficientemente pequenos para que a responsabilidade não se dilua, para que cada um dos seus membros sinta-se muito comprometido com o trabalho conjunto”.

O circuito de questões inicia-se com um grupo (dos solucionadores) de cada equipe, que sorteia cada qual uma equação diferente do bloco de equações da primeira rodada, para resolver no quadro. Para isso, o quadro é dividido em partes (três, no caso da experiência realizada), uma para cada equipe, que tem um de seus grupos resolvendo a questão sorteada. Enquanto as resoluções são apresentadas no quadro, todos os demais têm a tarefa de acompanhar as resoluções, resolvendo-as em seus cadernos. Como regra, as resoluções devem estar corretas, em relação aos procedimentos algébricos, e serem escritas com linguagem e simbologia adequadas. Para esse propósito, os dois grupos de cada equipe que não estão resolvendo a equação são responsáveis pelas seguintes tarefas: um, de analisar a resolução da equação de um grupo adversário, se está corretamente resolvida e com linguagem matemática adequada (analísadores de resoluções); e outro, de atentar ao que está sendo feito no quadro de modo a poder auxiliar a sua equipe na resolução da equação no quadro (orientadores). Os solucionadores, que estão no quadro, podem interagir uma única vez com os orientadores na mesa da equipe, e retornar ao quadro para o aperfeiçoamento da resolução da equação sorteada. Quando os solucionadores tiverem terminado, os analisadores, corrigem a questão de uma equipe adversária, verificando se está correta ou identificando e justificando os erros. Ao final das análises de todas as questões que estão no quadro, ou do tempo estipulado para tal, o professor faz um fechamento com comentários sobre as resoluções das equações e atribui, a cada equipe, uma pontuação (de zero a um), considerando a resolução da equação e a análise da resolução da equação da outra equipe. Na sequência, inicia-se uma nova rodada, com cada equipe recebendo nova equação para resolver e nova equipe para proceder com a análise da resolução. Em cada rodada, os grupos de cada equipe revezam-se nas funções, para que todos os estudantes possam executar todas elas (solucionador, orientador e analisador).

A

apresenta uma síntese das etapas do circuito de questões.



**Figura 1:** Síntese da organização do circuito de questões em cada equipe  
 Fonte: Elaboração dos autores.

As questões sorteadas envolvem equações de segundo grau, biquadradas e irracionais. Em cada rodada, aumenta-se o grau de dificuldade das equações, visando aumentar também o grau de interação e compreensão dos estudantes. A

Tabela 1 apresenta as formas das equações propostas e exemplos de equações que foram resolvidas pelas equipes, conforme sorteio. Nessa atividade é importante que ocorram várias rodadas com o mesmo tipo de equação, para que os estudantes possam exercer as diferentes funções enquanto aprimoram e ampliam a compreensão, avançando, pois, em níveis de complexidade. Por exemplo, a primeira forma de equações proposta era  $ax^2 + c = 0$ , e aconteceu por duas rodadas, visando maior interação e permitindo que os estudantes com maior dificuldade pudessem aproveitar as discussões para assimilar e compreender o que estavam aprendendo.

**Tabela 1:** Exemplo de equação resolvida pelos estudantes

<i>Rodada</i>	<i>Tipo de equação</i>	<i>Exemplo</i>
1º	$ax^2 + c = 0$	$x^2 - 25 = 0$
2º	$ax^2 + bx = 0$	$2x^2 + 15x = 0$
3º	Equação de 2º grau incompleta, com operações algébricas	$x(x + 25) = 2x^2 + 15x$
4º	$ax^2 + bx + c = 0$	$x^2 - 5x + 6 = 0$
5º	Equação de 2º grau completa, com operações algébricas	$(x + 5)^2 = 2(x - 3)(x + 2)$
6º	Equação biquadrada	$4x^4 + 8x^2 + 1 = 0$

---

7º	Equação irracional	$\sqrt{x^2 + 2} = 4$
8º	Equação irracional e equação biquadrada, com operações algébricas	$(x^2 + 2x)^2 = (x^2 - 3)(x^2 + 3)$ $\sqrt{x + 3} + 2 = x$
9º	Situação-problema envolvendo equação de 2º grau	A diferença entre o quadrado e o dobro de um mesmo número é 80. Quais são os números possíveis?

---

Fonte: Elaboração dos autores.

Após a aplicação do circuito de questões, os estudantes responderam a um questionário, analisando e dando seus pareceres sobre a colaboração da estratégia nas aprendizagens desenvolvidas. O questionário continha as seguintes perguntas:

1. O circuito de questões foi uma forma de realizar atividades de aprendizagem. Você prefere: resolver uma lista de exercícios ou participar de um circuito de questões? Justifique.
2. O circuito de questões ajudou você a compreender como resolver as equações? Justifique.
3. Você participou de todas as funções do circuito de questões?
4. Você teria alguma sugestão de aperfeiçoamento do circuito de questões ou de alguma outra atividade didática que pudesse ser desenvolvida?

Com base nesse questionário, nas resoluções apresentadas e analisadas pelos estudantes e nas observações registradas, procedeu-se a análise dos dados, buscando construir uma resposta ao problema que mobilizou esta pesquisa em sala de aula.

#### 4 Relato Da Aplicação Com Resultados E Discussões

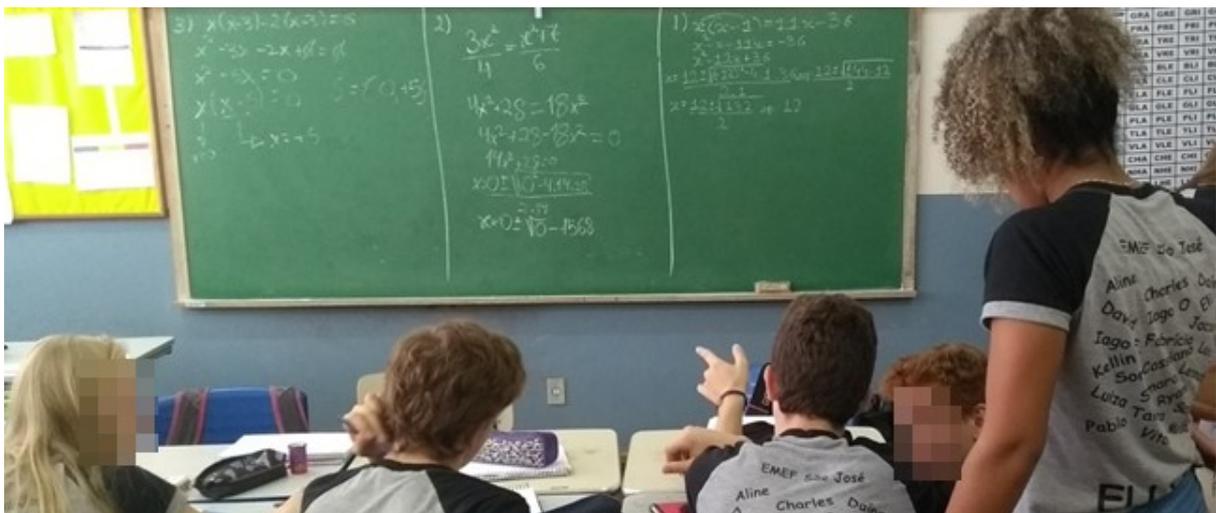
Inicialmente a turma foi separada, por sorteio, em três equipes de sete estudantes cada. As equipes foram sorteadas com o objetivo de dividir possíveis grupos que sempre trabalham juntos, incentivando os estudantes a interagir com outros colegas e desenvolver habilidades de cooperação e argumentação (Lerner, 2000). Após o sorteio, as equipes escolheram como formar três grupos para exercer as funções de solucionador, orientador e analisador de resoluções de equações. Vale notar que, antes da formação dos grupos, propuseram-se três equações para resolução individual, de modo que os estudantes pudessem identificar as suas dificuldades e de seus colegas. Segundo Lerner (2000, p. 127): “Se se concede às crianças um tempo para pensar individualmente no problema colocado antes de intercambiar com os colegas, torna-se mais provável conseguir que todas as crianças (e não apenas algumas) tenham algo para contribuir com a discussão”.

Realizados os exercícios individualmente, iniciou-se o circuito de questões. Neste trabalho, não se analisa detalhadamente cada rodada, mas apresenta-se o circuito de questões para depois refletir sobre a atividade e sobre o questionário respondido pelos estudantes.

As primeiras propostas de resolução e análise incluíam equações de segundo grau incompletas, que foram resolvidas com facilidade pelos grupos, visto que os solucionadores não precisaram da ajuda dos orientadores. A partir da rodada que envolveu as equações de segundo grau completas, os estudantes começaram a apresentar dificuldades. Buscando superar essas dificuldades, as interações entre os grupos foram constantes. A

retrata a primeira etapa da resolução, quando os solucionadores apresentam a resolução até onde conseguiram avançar. Observa-se que apenas um grupo resolveu a sua questão sem a ajuda dos colegas orientadores (lado esquerdo da

); os outros dois grupos tinham as questões parcialmente resolvidas e, no momento do registro com foto, estavam solicitando auxílio aos demais colegas na mesa da sua equipe.



**Figura 2:** Resolução de questões no quadro  
Fonte: Elaboração dos autores.

O grupo que resolvia a questão do meio do quadro ( ) deparou-se com uma raiz quadrada de número negativo, o que não estava correto, porém o seu erro era anterior, e foi essa a argumentação dos orientadores da sua equipe ( ). O erro estava em um sinal na simplificação algébrica, influenciando no valor do discriminante O grupo que resolvia a equação do lado direito ( ), por sua vez, descuidou-se em uma multiplicação de quatro por três. Esses erros, entretanto, podem ser considerados equívocos de atenção, pois foram identificados e contornados pelas equipes, e não configuram dificuldades para esse nível de ensino e nem

conhecimentos novos.



**Figura 3:** A equipe ajudando o grupo na resolução da equação  
Fonte: Elaboração dos autores.

Para os estudantes que exerciam a função de orientador, o caderno foi frequentemente utilizado para resoluções e anotações do que era observado no quadro. As discussões nas equipes aconteciam com base nesses registros, porém os solucionadores não podiam levá-lo quando retornavam ao quadro para terminar a resolução ou corrigir possíveis erros. O caderno foi um instrumento utilizado principalmente para facilitar a argumentação, o compartilhamento de ideias sobre conceitos e o processo de assimilação que ocorria com base na análise de expressões escritas em linguagem matemática. Segundo Lerner (2000, p. 100-101):

[...] Piaget (1969) afirma que a cooperação entre as crianças é tão importante para o progresso do conhecimento como a ação dos adultos e que as situações de discussão entre pares, por permitir um verdadeiro intercâmbio de pontos de vista, são insubstituíveis como meio de incentivar a formação do espírito crítico e de um pensamento cada vez mais objetivo.

Além do caderno, outro recurso utilizado nas interações entre estudantes, principalmente quando ocorriam conflitos de ideias, foi a linguagem falada. Esses conflitos permitem que os estudantes ativem seus esquemas de assimilação, argumentando e defendendo a sua compreensão de determinado conhecimento, possivelmente, gerando acomodação para os conceitos discutidos. Segundo Lerner (2000, p. 99-100): “Essa interação constitui uma fonte de conflitos, pois as crianças utilizam suas próprias hipóteses para assimilar a informação do meio e as testam confrontando-as com as hipóteses de outras, nem sempre idênticas às suas”.

As interações entre os colegas tornaram-se constantes na sequência da atividade. O nível de concentração e interesse na resolução das equações pode ser observado na **Error! Reference source not found.**, em que dois estudantes discutem com um colega a resolução de uma equação, e também nas três estudantes que aparecem resolvendo a equação da equipe adversária para posteriormente fazer a análise.



**Figura 4:** Estudantes demonstrando comprometimento com a atividade  
Fonte: Elaboração dos autores.

As etapas subsequentes abordaram equações biquadradas e irracionais ( ), cujas resoluções exigiram dos estudantes aplicar e ampliar a compreensão das equações de segundo grau.



**Figura 5:** Grupos resolvendo equações irracionais  
Fonte: Elaboração dos autores.

Conforme aumentava o nível de dificuldade das questões, crescia o número de interações e de conflitos cognitivos. Esse fato, possivelmente, ocasionou a construção de

novas estruturas de assimilação para a compreensão da resolução. O compartilhamento de conhecimentos foi considerado o ponto chave da atividade, pois durante a atividade foi observado o envolvimento dos estudantes e a compreensão dos conceitos estudados. Segundo Blaye (1989 apud Lerner, 2000, p. 108):

Esses conflitos são produtivos para o avanço cognitivo porque – como ressalta Blaye (1989) – facilitam a tomada de consciência da criança sobre as respostas diferentes da sua, obrigando-a a descentrar-se da sua resposta inicial, porque a resposta diferente do colega é portadora de informação e atrai a atenção do sujeito para outros aspectos pertinentes da tarefa que ela não tinha considerado e porque a necessidade de chegar a um acordo incita a incrementar a atividade intelectual.

Ressalta-se que os conflitos cognitivos não foram gerados somente na interação entre solucionador e orientador, mas também quando os analisadores corrigiam ou justificavam a resolução das questões corrigidas. Desse modo, destaca-se o papel ativo dos estudantes – resolvendo, discutindo, refletindo e analisando as resoluções –, que realizaram processos mentais, atingindo assim o que Becker (2015) chama de “a fonte da aprendizagem”, sendo a interação o aspecto que estimulou processos mentais. Segundo Oliveira (1992, p. 33): “A aprendizagem desperta processos internos de desenvolvimento que só podem ocorrer quando o indivíduo interage com outras pessoas”.

É importante perceber, ainda, que nessa estratégia de aprendizagem, o professor não foi o agente central do processo, como ocorre em práticas recorrentes de sala de aula. Ao professor coube observar e analisar os conhecimentos assimilados pelos estudantes, bem como identificar suas dificuldades: o professor foi um mediador, intervindo quando era necessário, principalmente na análise das resoluções das questões. Por meio dessa estratégia de aprendizagem, o professor consegue desempenhar, pois, suas funções principais, que são: coordenar as interações, evidenciar contradições nas resoluções e formular perguntas para responder os conflitos cognitivos ou para aperfeiçoar uma justificativa apresentada (Lerner, 2000).

Com efeito, o professor desempenhou um papel primordial na aprendizagem dos estudantes, mesmo não expondo diretamente os novos conteúdos. Para Piaget, o professor cumpre com o seu verdadeiro objetivo, ao propor

[...] às crianças materiais, situações e ocasiões que lhes permitam progredir. Não se trata de deixar as crianças fazerem tudo o que quiserem. Trata-se de colocá-las diante de situações que coloquem novos problemas e de encadear essas situações umas às outras. É preciso saber dirigi-las deixando-as livres ao mesmo tempo (Piaget, 1977a apud Lerner, 2000, p. 88).

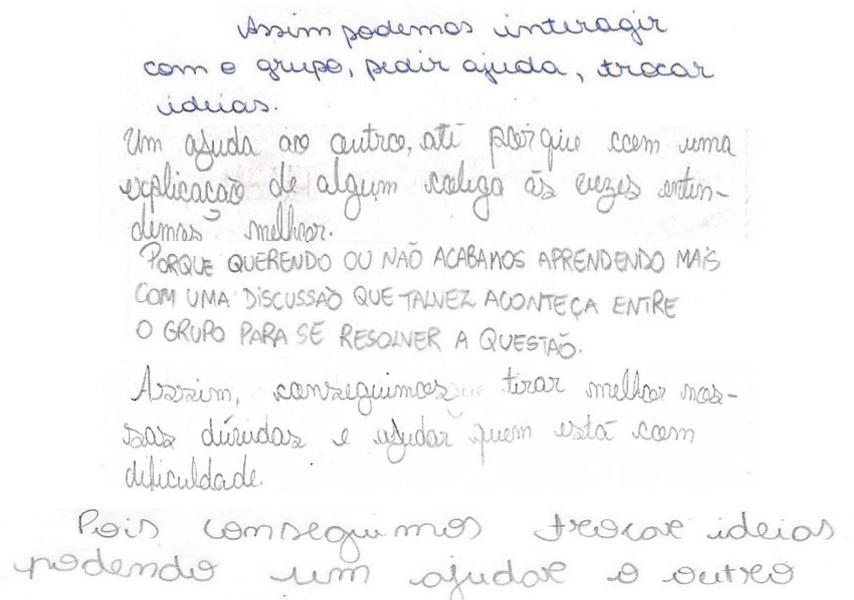
A percepção exposta até aqui é a do professor, que decorre das interpretações

compreendidas das observações e dos registros fotográficos. Mas como perceberam os estudantes a estratégia do circuito? Ao final da atividade, os estudantes responderam a um questionário, que permite agora analisar a estratégia do ponto de vista daqueles para quem ela foi planejada e proposta.

A primeira pergunta do questionário referia-se à preferência dos estudantes em relação a: a) resolver uma lista de exercícios ou b) participar de um circuito de questões, como atividade de aprendizagem. As respostas dos estudantes mostraram que somente 10% prefere a lista de exercícios, sob a justificativa de que o professor resolve os exercícios de modo mais detalhado no quadro. Os outros 90% relataram que preferem um circuito de questões. Em relação às justificativas apresentadas, 66% defendem o circuito de questões porque permite aprender por meio da interação, do diálogo, e pelas ajudas prestadas durante a resolução dos exercícios; 10% destacaram o entusiasmo provocado pela atividade, comparando-a a um jogo ou uma competição; outros 10% a consideraram positivamente como um modo diferente de aprender; e 14% não apresentaram justificativa.

Das respostas dos estudantes, emerge a potencialidade da estratégia de aprendizagem, evidenciando ideias presentes nas teorias de Vygotsky, como a interação e o compartilhamento de conhecimentos entre os estudantes. A

apresenta algumas justificativas apresentadas nas respostas dadas pelos estudantes.



**Figura 6:** Amostra das justificativas dos estudantes  
Fonte: Dados da pesquisa.

Em relação à aprendizagem na resolução das equações, todos afirmaram que o circuito de questões ajudou na compreensão do conhecimento. Mesmo os estudantes que

disseram preferir a lista de exercícios relataram que o circuito de equações foi útil, pois envolvia cooperação e o compartilhamento de conhecimentos. Além disso, evidenciaram o fato de que a maioria das dúvidas que tinham foram sanadas pelas explicações dos colegas. As justificativas apresentadas pelos demais estudantes são praticamente as mesmas pelas quais justificaram a primeira pergunta: a interação, o diálogo, o trabalho em equipe e as diversas funções exercidas durante a atividade (solucionador, orientador e analisador de resoluções de equações). Conforme as respostas dos questionários e as observações, têm-se indícios que o circuito de equações propiciou o desenvolvimento de novas aprendizagens nos estudantes.

Pode-se, enfim, apontar que essas aprendizagens se desenvolveram pela participação ativa dos estudantes. 81% afirmou que participou ativamente, realizando todas as funções com empenho, buscando compreender os significados e ajudando os colegas; 19% indicou que participou parcialmente, por não se dedicar em todas as resoluções ou por se ausentar em alguma parte da aplicação do circuito de questões.

A última pergunta, que solicitou a sugestão de atividades didáticas similares ao circuito de equações, foi respondida por poucos (33%). Desses, 5% sugeriu que os estudantes planejassem uma aula sobre determinado conteúdo; 28% propôs a realização uma gincana de Matemática, no formato do circuito de questões, envolvendo turmas de mesmo nível ou toda a escola. Para o ano letivo seguinte, essas sugestões serão consideradas no planejamento das atividades didáticas.

## **5 Considerações Finais**

O circuito de questões foi uma estratégia de aprendizagem planejada e fundamentada na teoria de aprendizagem de Vygotsky e na teoria de desenvolvimento cognitivo de Piaget. Um dos objetivos da atividade didática foi o de tornar o estudante um sujeito ativo no processo de aprendizagem, por meio de interações sociais, propiciando conflitos cognitivos e processos de equilíbrio para promover a construção de conhecimentos.

A análise dos dados dá indicativos da ação do estudante em todas as fases do circuito de questões, ao percorrer todas as funções determinadas (solucionador, orientador e analisador de resolução de equações) com comprometimento. Desse modo, o circuito de questões oportunizou aos estudantes o desenvolvimento de habilidades de comunicação e de condutas para atuar em equipe, como respeito, participação ativa e aprimoramento de conhecimentos. Esse resultado foi obtido pelo compartilhamento de conhecimento entre os indivíduos, que

aprenderam com os colegas e compartilharam saberes prévios. Os relatos apontaram, ainda, que a maioria desenvolve sua aprendizagem com mais facilidade por meio das interações.

Os estudantes que se envolveram tiveram papel ativo na própria aprendizagem e na do outro, desempenhando diferentes funções em processos mentais também distintos: resolveram equações; auxiliaram colegas; e analisaram resoluções. Como avaliação do circuito de questões, enquanto estratégia pedagógica, o que os estudantes afirmaram como fatores menos favoráveis foram: que nem todos participaram ativamente das atividades propostas; outro fator foi o número de integrantes, pois nos grupos que formaram trios, geralmente, um deles não se envolveu na atividade, deixando os outros dois exercerem as funções solicitadas. Além disso, na função de analisador de equações, em alguns casos, os estudantes não acompanhavam as resoluções, limitando-se a observar e a fazer comentários somente após a resolução concluída da outra equipe.

Mesmo com limitações, há evidências de que o circuito de questões promoveu aprendizagens por meio do compartilhamento de conhecimentos. Esse fato deve-se pela fundamentação teórica considerada, do princípio da interação social como base da aprendizagem, conforme Vygotsky, e também como aspecto relevante para Piaget. Segundo Lerner (2000, p. 102): “Piaget estava profundamente convencido de que a cooperação entre as crianças é tão importante para o desenvolvimento intelectual quanto a cooperação da criança com o adulto”. Aqui, entende-se que as teorias de Vygotsky e Piaget se complementam e que dialogam em seus elementos próprios.

Com essa estratégia de aprendizagem não se ensinou os estudantes com exercícios mecânicos ou de resoluções detalhadas no quadro, mas oportunizaram-se momentos de reflexão e espaço a procedimentos mentais mais autônomos. O professor tornou-se coordenador e mediador, intervindo em momentos oportunos, questionando os estudantes em situações de dúvida, erro ou da falta de consideração a aspectos relevantes. No século XXI, a transmissão passiva de conhecimentos não é mais adequada e cada vez mais é requisitada e reconhecida pelos estudantes um ensino segundo as características apresentadas por Lerner (2000, p. 120):

Ensinar é promover a discussão sobre os problemas colocados, é oferecer a oportunidade de coordenar diferentes pontos de vista, é orientar para a resolução cooperativa das situações problemáticas. Ensinar é incentivar a formulação de conceitualizações necessárias para o progresso no domínio do objeto de conhecimento, é propiciar redefinições sucessivas até atingir um conhecimento próximo ao saber socialmente estabelecido. Ensinar é – finalmente – fazer com que as crianças coloquem novos problemas que não teriam levantado fora da escola.

Buscou-se, com essa proposta, o planejamento e a aplicação de uma estratégia de aprendizagem ativa que apresentou indícios do desenvolvimento cognitivo dos estudantes e de outras capacidades intelectuais. Além desta estratégia, há ao menos outras duas (Puhl, 2016; Lima & Sauer, 2015) que apresentaram indícios de aprendizagem ativa, abordando, respectivamente, números complexos (Puhl, 2016) e derivadas e integrais (Lima & Sauer, 2015).

Aqui, conclui-se que as teorias de Vygotsky e de Piaget se complementam, sendo fundamentos para propor a compreensão dos processos mentais realizados pelos estudantes durante a aprendizagem. A utilização desses pressupostos teóricos no planejamento de estratégias de aprendizagem parece indicar uma caminhada na formação de cidadãos capazes de trabalhar de modo cooperativo, autônomo, reflexivo e crítico, atingindo-se assim um dos objetivos da BNCC.

## Referências

- Barros, C. S. G. (1996). *Psicologia e construtivismo*. São Paulo: Ática.
- Becker, F. (2015). *Educação e construção do conhecimento: revista e ampliada*. 2. Porto Alegre: Penso.
- Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular: Educar é a base*. Brasília: MEC.
- Brasil. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF.
- Castelo, J. A. M. (2013). *Resolução de equações quadráticas: um resgate histórico dos métodos e uma proposta de aplicação da Sequência Fedathi no seu ensino* (Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.
- Castorina, J. A. (2000). O debate Piaget-Vygotsky: a busca de um critério para sua avaliação. In: Castorina, J. A. *Piaget-Vygotsky: novas contribuições para o debate*. 6.ed. São Paulo: Ática.
- Filho, M. L. de S. (2008). Relações entre aprendizagem e desenvolvimento em Piaget e em Vygotsky: dicotomia ou compatibilidade?. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 8(23), 265-275.
- Franco, S. R. K. (2000). *O construtivismo e a educação*. 8.ed. rev. e ampl. Porto Alegre: Mediação.
- Kuroiwa, E. T. N. (2016). *Uma abordagem peculiar da equação do segundo grau* (Dissertação de Mestrado em Matemática). Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Presidente Prudente.
- Lefrançois, G. R. (2016). *Teorias da aprendizagem: o que o professor disse*. 6. ed. São Paulo:

Cengage Learning.

- Lerner, D. (2000). O ensino e o aprendizado escolar: argumentos contra uma falsa oposição. In: Castorina, J. A. *Piaget-Vygotsky: novas contribuições para o debate*. 6.ed. São Paulo: Ática.
- Lima, I. G. de & Sauer, L. Z. (2015). Active learning based on interaction and cooperation motivated by playful tone. In: *Anais da XIII Active Learning in Engineering Education Workshop* (pp. 374-379). Espanha: Aalborg University Press.
- Modtkoski, H. M. (2016). *Conceito matemática x algoritmo: construção do conhecimento ou simples mecanização?* (Dissertação de Mestrado em Educação). Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Moreira, M. A. (2011). *Teorias de aprendizagem*. 2. ed. ampl. São Paulo: EPU.
- Motta, J. M. (2000). *Abordagem da equação do 2º grau através da resolução de problemas: uma aplicação no ensino fundamental* (Trabalho de conclusão de curso em Licenciatura em Matemática). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- Oliveira, M. K. de. (2000). Pensar a educação: contribuições de Vygotsky. In: Castorina, J. A. *Piaget-Vygotsky: novas contribuições para o debate*. 6.ed. São Paulo: Ática.
- Oliveira, M. K. de. (1992). Vygotsky e o processo de formação de conceitos. In: La Taille, Y. de; Oliveira, M. K. de & Dantas, H. *Piaget, Vygotsky, Wallon: teorias psicogenéticas em discussão*. São Paulo: Summus.
- Puhl, C. S. (2016). *Números complexos: interação e aprendizagem* (Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul.
- Santana, L. T. de. (2013). *A inserção da História da Matemática no ensino da equação do 2º grau* (Trabalho de conclusão de curso em Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande.

Submetido em: 28/05/2018

Aceito em: 12/08/2019