

Diseño, Construcción Y Validación De Una Pauta De Observación De Los Significados De La Probabilidad En El Aula De Educación Primaria

Design, Construction And Validation Of An Observation Guide Of Probability Meanings In Primary School Classroom

Claudia Vásquez Ortiz*

Pontificia Universidad Católica de Chile – (PUC)

Ángel Alsina**

Universidad de Girona – (UdG)

Resumen

Este artículo presenta el proceso de diseño, construcción y validación de la Pauta de Observación de los Significados de la Probabilidad – POSP, cuya finalidad es identificar episodios de la clase de matemáticas de Educación Primaria en los que se observan prácticas de enseñanza ligadas a los diversos significados de la probabilidad. Este proceso consta de tres fases: 1) revisión de la literatura; 2) construcción de la versión inicial; 3) validación a través del juicio de expertos y prueba piloto. Las puntuaciones de las evaluaciones y opiniones de la validación han proporcionado una valoración en general positiva en relación con los indicadores. No obstante, se eliminaron algunos indicadores y se han realizado reformulaciones para mejorar su claridad. La versión final de la pauta consta de 30 indicadores correspondientes a los distintos significados de la probabilidad: intuitivo (7), clásico (6), frecuencial (6), subjetivo (6) y axiomático (5). Se concluye que la POSP puede ser una herramienta útil tanto para indagar en el conocimiento profesional del profesor como para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad en Educación Primaria.

Palabras clave: Significados de la probabilidad, Conocimiento profesional del profesor, Instrumento de observación, Desarrollo profesional, Educación Primaria.

Abstract

This article shows the process of design, construction and validation of the Observation Guide of Probability Meanings - OGPM, whose purpose is to identify episodes of primary school mathematics class in which teaching practices about different meanings of probability are observed. In this process three phases are distinguished: 1) review of the literature; 2) construction of the initial version; 3) validation through expert judgment and pilot test. Evaluation' scores and expert' opinions have provided a positive assessment in relation to the indicators. However, some indicators have been eliminated and reformulations have been made to improve their clarity. The final version consists of

* Doctor en Ciencias de la Educación por la Universidad de Girona (UdG). Profesor Asociado de Planta Ordinaria en la Pontificia Universidad Católica de Chile (PUC), Villarrica, Chile. Dirección postal: O'Higgins 501, Villarrica, Chile. E-mail: cavasque@uc.cl.

** Doctor en Psicología por la Universidad Autónoma de Barcelona (UAB). Catedrático de Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Girona (UdG), Girona, España. Dirección postal: Plaça St Domènec, 9. 17004 Girona, España. E-mail: angel.alsina@udg.edu

30 indicators corresponding to the different meanings of probability: intuitive (7), classical (6), frequential (6), subjective (6) and axiomatic (5). It is concluded that OGPM can be a useful tool both to investigate the teacher' professional knowledge and to improve the teaching and learning of probability in Primary Education.

Keywords: Probability meanings, Teacher' professional knowledge, Observation guide, Professional development, Primary School.

1 Introducción

Con el propósito de atender a los cambios sociales y tratar de darles respuesta, diversos países han incluido en sus currículos escolares el estudio de la estadística y la probabilidad desde las primeras edades para fomentar el desarrollo progresivo de la alfabetización estadística y probabilística a lo largo de la escolaridad. Con ello se pretende formar a ciudadanos capaces de tomar decisiones en situaciones en las que el análisis de datos y la incertidumbre están presentes (Gal, 2005).

Para avanzar en esta dirección es necesario, por un lado, prestar especial atención al conocimiento profesional del profesor para enseñar estos temas y, por otro, a los problemas prácticos y pedagógicos vinculados a la incorporación de la probabilidad en los planes de estudio (Batanero, Chernoff, Engel, Lee & Sánchez, 2016).

Climent (2002, p.52-53) conceptualiza el conocimiento profesional del profesor como “el conjunto de todos los saberes y experiencias que un profesor posee y de los que hace uso en el desarrollo de su labor docente, que va construyendo desde su formación inicial y durante toda su carrera profesional”. Por su parte, el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000, p. 17) sugiere que una enseñanza eficaz de las matemáticas “requiere conocer lo que los alumnos saben y lo que necesitan aprender, y luego estimularlos y ayudarlos para que lo aprendan bien”. Esta prestigiosa asociación de profesores de matemáticas americana señala que para que la enseñanza sea eficaz deben considerarse tres requisitos: “1) la eficacia docente exige saber matemáticas, tener en cuenta que los alumnos son aprendices y disponer de estrategias pedagógicas; 2) una enseñanza eficaz requiere un entorno de aprendizaje que apoye y estimule; y 3) una enseñanza eficaz requiere tratar continuamente de mejorar” (NCTM, 2000, p. 18, 19 y 20).

Nuestro planteamiento es que con la incorporación progresiva de estos requisitos en las prácticas de enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria, el profesorado va a conseguir impulsar el desarrollo del razonamiento probabilístico y la alfabetización probabilística (Vásquez & Alsina, 2015), entendida como “la capacidad de utilizar métodos y

conceptos relevantes en contextos y en problemas cotidianos” (Borovenik, 2016, p. 1496). Sin embargo, los resultados de diversas investigaciones evidencian que existe todavía una distancia considerable entre estas finalidades y lo que realmente se está haciendo en las aulas, sobre todo debido a los déficits del profesorado en relación al conocimiento profesional para enseñar probabilidad (Batanero, Biehler, Maxara, Engel & Vogel, 2005). Con el propósito de superar este obstáculo, resulta crucial preguntarse ¿cómo se aborda la enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria?, ¿qué enseñan los profesores?, ¿cómo lo enseñan?

Desde este prisma, en el marco del proyecto FONDECYT 11150412 “Conocimiento matemático para la enseñanza: el caso de la probabilidad en el aula de Educación Primaria”, planteamos indagar ¿cuáles son los significados de la probabilidad que subyacen a las prácticas de enseñanza del profesorado de Educación Primaria?, ¿qué conocimientos enseñan?, y ¿cómo los enseñan? Mediante estos interrogantes se pretende analizar las capacidades cognitivas y de habilidad para resolver problemas en el aula, tales como el conocimiento de la disciplina, conocimiento pedagógico y didáctico del contenido, así como las habilidades de percepción, interpretación y diagnóstico (Blömeke, Busse, Kaiser, König & Suhl, 2016). Bajo esta mirada, y considerando que la observación de clases es una herramienta clave para indagar en los conocimientos del profesor y para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje, hemos diseñado, construido y validado un instrumento de observación de clases, específico para el tema de probabilidad, que tiene por objetivo identificar episodios de la clase de matemáticas de Educación Primaria en los que se observan prácticas de enseñanza ligadas a los diversos significados de este objeto matemático.

2 Los Significados De La Probabilidad

En el marco del propio desarrollo profesional, como se ha indicado, todo el profesorado preocupado por mejorar la enseñanza de la probabilidad en sus aulas debería ser consciente de sus distintos significados, pues de lo contrario difícilmente se pueden comprender los obstáculos a los que se pueden enfrentar los estudiantes, quienes en su proceso de construcción y aprendizaje de los conceptos vinculados a este bloque de contenidos “se encontrarán con las mismas paradojas y situaciones contraintuitivas que aparecieron en el desarrollo histórico del cálculo de probabilidades” (Batanero, 2005, p. 28).

El desarrollo histórico-epistemológico de la probabilidad no ha estado exento de desafíos que, en su búsqueda por dar respuesta a situaciones problemáticas, han contribuido a

su avance (Batanero, Henry & Parzysz, 2005), provocando que surjan diversas interpretaciones en torno a sus significados. De acuerdo con Batanero (2005), en el contexto de la matemática escolar coexisten los significados intuitivo, clásico, frecuencial, subjetivo y axiomático de la probabilidad. Estos significados “determinan implícitamente los comportamientos y respuestas de los estudiantes cuando se enfrentan a situaciones de azar en las que deben poner en práctica sus intuiciones y conocimientos probabilísticos” (Batanero, Henry & Parzysz, 2005, p. 20). A continuación se conceptualizan brevemente estos distintos significados:

- **Significado intuitivo:** esta concepción no se encuentra asociada a la cuantificación de la incertidumbre, sino que se basa en las ideas provenientes de experiencias y contextos ligados al azar y la probabilidad. Se usan diversos términos que provienen del lenguaje común (posible, previsible, presumible, etc.) para referirse a la incertidumbre y expresar así, por medio de frases coloquiales, el grado de creencia en relación con sucesos inciertos (Batanero, 2005). De acuerdo con Fischbein (1975), es necesario alfabetizar estas nociones iniciales desde las primeras edades, ya que las experiencias con el azar pueden, en ocasiones, llevar a desarrollar ideas equivocadas o poco exactas en torno al azar y la probabilidad. Estas nociones iniciales sobre el azar, que este autor denomina intuiciones primarias, se encuentran presentes en los niños antes de los 7 años. Progresivamente, los niños van alcanzando una estructura conceptual distinta y organizada, producto de la enseñanza recibida sobre el tema, la cual desempeña un rol fundamental para el desarrollo completo del razonamiento probabilístico (intuición secundaria). Bajo esta perspectiva, los contextos cotidianos, el uso de juegos vinculados al azar y el lenguaje asociado a la incertidumbre pueden ser de utilidad para iniciar el estudio de la probabilidad a partir de las intuiciones de los alumnos.
- **Significado clásico:** esta concepción, que se conoce también con el nombre de enfoque laplaciano, constituye la primera definición que formaliza a la probabilidad y fue publicada por de Moivre en *Doctrine of Chance* (de Moivre, 1684/1718, p. 1): “si constituimos una fracción cuyo numerador es el número de oportunidades con la que el suceso podría ocurrir y el denominador es el número de oportunidades con las que el suceso puede ocurrir o fallar, esta fracción será una verdadera definición de la probabilidad de ocurrencia”. Más tarde, esta definición es reformulada por Laplace,

enunciando así la Regla de Laplace: “la probabilidad de un suceso corresponde a la proporción del número de casos favorables al número de casos posibles, siempre que todos los resultados sean igualmente probables” (Laplace, 1985/1814, p. 28). Aun cuando esta definición predomina en el contexto escolar, producto de su simplicidad matemática, en tiempos de Laplace fue considerada inapropiada, dado que “además de ser circular y restrictiva, no ofreció respuesta a la pregunta de qué es realmente la probabilidad; solo proporcionó un método práctico de cálculo de probabilidades de algunos sucesos sencillos” (Godino, Batanero & Cañizares, 1987, p. 21). Así, pues, se debe ser prudente al aplicar esta definición, ya que puede provocar el sesgo de la equiprobabilidad. Además, no puede ser aplicada en experimentos con un número infinito de posibilidades o cuando el espacio muestral es finito pero no simétrico (Lecoutre, 1992).

- **Significado frecuencial:** producto de las controversias que presentaba el significado clásico, y de los nuevos campos de aplicación de la probabilidad que la vinculan al estudio de las rentas, seguros, anualidades y tablas de mortalidad entre otras, emerge el significado frecuencial para dar respuesta a cómo estudiar los datos a lo largo del tiempo, es decir, para poder analizar cómo se comportan en un experimento. Desde este enfoque, Bernoulli (1713) plantea la asignación de probabilidades de un suceso a partir de la frecuencia relativa observada en un gran número de repeticiones del experimento, lo cual permitiría estimar la probabilidad del suceso observado (Bernoulli, 1987/1713). Por tanto, la probabilidad es entendida como el límite en el que convergen las frecuencias de ocurrencias observadas de un determinado suceso al aumentar la serie de experimentos (von Mises, 1952/1928). Desde este enfoque, pues, el principal elemento es la objetividad del concepto, ajeno a la consideración de factores personales y sujeto a la demostración práctica por medio de la experimentación. Pese a que la concepción frecuentista brinda objetividad, contribuye a solucionar las dificultades que presentaba la concepción clásica de la probabilidad y al mismo tiempo permite ampliar los campos de aplicación conectando la estadística con la probabilidad, este significado presenta ciertas limitaciones en el aula (Batanero, Henry & Parzysz, 2005). Entre estas limitaciones destacan la imposibilidad de realizar un experimento una infinidad de veces bajo las mismas condiciones para poder determinar la probabilidad de ocurrencia de un suceso cualquiera; no permite obtener un valor exacto, sino aproximaciones; se desconoce la cantidad necesaria de ensayos que permiten una buena estimación; y por último, es inaplicable a

sucesos que si bien son aleatorios, son irrepetibles. No obstante, pese a estas dificultades, también presenta potencialidades para su aplicabilidad en el aula, como por ejemplo la utilización de software para simular experimentos aleatorios un gran número de veces.

- **Significado subjetivo:** este significado se fundamenta en la información que se posee, en las creencias que puede tener un sujeto sobre la verdad de una determinada proposición, y que por lo tanto, no está determinada (de Finetti, 1937). Desde este enfoque, la probabilidad pierde su carácter objetivo y es entendida como un indicador de grados de creencia en la que es asignada a un suceso por una persona en particular, la cual puede ser bastante diferente de la probabilidad subjetiva que estipula otro sujeto, es decir, en este caso va a depender del observador, de lo que éste conoce del fenómeno o suceso en estudio (Hacking, 1995). En otras palabras, la probabilidad se interpreta como “el grado de creencia o de convicción con respecto a la ocurrencia de una afirmación. En este contexto, la probabilidad representa un juicio personal acerca de un fenómeno impredecible” (Canavos, 1988, p. 31). La contribución de este significado fue un elemento clave en el desarrollo de la inferencia estadística, ampliando el campo de aplicación de la probabilidad a áreas como la medicina y al estudio de decisiones en economía, por mencionar algunas. Además, este enfoque es útil e interesante en el aula puesto que permite vincular el estudio de la probabilidad con las experiencias previas de los alumnos.

- **Significado axiomático:** en el siglo XX la probabilidad pasa de un significado objetivo (visión frecuentista) y otro subjetivo al alcanzar el carácter de teoría matemática formalizada que puede ser utilizada para describir e interpretar la realidad de fenómenos aleatorios (Batanero, 2005). Esto se lo debemos principalmente a Kolmogorov, quien logra conectar la probabilidad con la matemática moderna y en 1937 establece, a partir de la teoría de la medida y de la teoría de conjuntos, una axiomática satisfactoria para la probabilidad que es aceptada por las diferentes escuelas, independientemente de la interpretación filosófica que éstas dieran a la probabilidad (Batanero & Díaz, 2007). De acuerdo con Kolmogorov, los sucesos se pueden representar por medio de conjuntos donde el espacio muestral (Ω) sería el conjunto total y los diferentes sucesos corresponderían a subconjuntos de este. En este sentido, la probabilidad es considerada una medida normada, acotada entre 0 y 1, definida sobre estos conjuntos.

Los distintos significados de la probabilidad descritos han permitido, a través de los

años, fundamentar y desarrollar la Teoría de la Probabilidad, que otorga modelos para fenómenos donde la incertidumbre es relevante, de manera que en la actualidad la probabilidad se considera una de las ramas más fecundas de la matemática (Godino et al., 1987). En este sentido, es importante adoptar una perspectiva de modelización de la probabilidad en que tales debates y diferentes significados se complementen, ya que una comprensión adecuada del concepto no puede limitarse a uno de sus significados (Steinbring, 1990; Batanero, Henry & Parzysz, 2005). Por ello, es fundamental que el profesorado cuente con los conocimientos matemáticos y didácticos referentes a los distintos significados de la probabilidad que les permitan orientar el proceso de enseñanza de una manera progresiva a partir de las ideas intuitivas de sus alumnos sobre el azar y probabilidad, para luego incorporar de manera gradual los diferentes significados e ir construyendo poco a poco el concepto, pues tal como indicó Laplace: “el aprendizaje de la probabilidad nos ayuda a evitar ilusiones en la toma de decisiones y por ello no hay ciencia más digna de nuestro estudio ni más útil para que se incluya en el sistema público de educación” (Laplace, 1985/1825, p. 206-207).

3 Diseño, Construcción Y Validación De Un Protocolo De Observación De Los Significados De La Probabilidad

El proceso de diseño, construcción y validación de este instrumento -cuyo foco se centra en el profesor, en su conocimiento profesional en acción entorno a las prácticas de enseñanza de la probabilidad y sus significados- implicó un proceso iterativo de tres años que abarcó las siguientes fases:

3.1 Fase 1: Revisión De La Literatura

Se realizó una revisión de los estudios previos sobre la observación de clases de matemática en general y de probabilidad en particular, que se sintetiza en el cuadro 1.

Cuadro 1: Revisión de estudios sobre la observación de clases de matemáticas/clases de probabilidad

Autor	Año	Título	Objetivo del estudio	Elementos de análisis
Horizon Research, Inc.	2000	Inside the classroom observation protocol	Evaluar la calidad de la instrucción dentro del aula de ciencias o matemáticas, a partir del diseño e implementación del contenido puesto en escena.	-Contenido matemático
Sawada, D.,	2002	Reformed	Evaluar holísticamente la	-Diseño e implementación

Piburn, M. D., Judson, E., Turley, J., Falconer, K., Benford, R., & Bloom, I.		teaching observation protocol (RTOP)	presencia/ausencia de estrategias de enseñanza específicas	de la lección -Conocimiento propositivo -Conocimiento procesal -Interacción alumno-docente en el aula -Interacción entre alumno-alumno en el aula
Matsumura, L. C., Garnier, H. E., Pascal, J., & Valdés, R.	2002	Instructional quality assessment (IQA)	Evaluación de la calidad de la instrucción desde una perspectiva pedagógica basada principalmente en la observación del aula y las tareas de los estudiantes.	-Potencial de la tarea -Implementación de la tarea -Discusión del estudiante en torno a la tarea -Rigor de las expectativas
Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., & Stigler, J.	2003	TIMSS video study 1999	Evaluar y describir las prácticas de enseñanza en matemáticas y ciencias.	-Prácticas de instrucción -Contenido matemático
Godino, J.D. Batanero, C. & Font, V.	2007	Criterios de idoneidad didáctica (EOS)	Evaluar el diseño, desarrollo e implementación de situaciones didácticas y procesos de enseñanza y aprendizaje.	-Idoneidad epistémica -Idoneidad cognitiva -Idoneidad interaccional -Idoneidad mediacional -Idoneidad afectiva -Idoneidad ecológica
Learning Mathematics for Teaching Project	2011	Mathematical quality of instruction (MQI)	Evaluación de la calidad de la matemática de la instrucción.	-Riqueza de las matemáticas -Errores matemáticos e imprecisiones -Participación de los estudiantes en la construcción de significado y desarrollo de razonamiento -Trabajo con los estudiantes y las matemáticas -Conectando las prácticas de aula con las matemáticas
Schoenfeld, A.	2013	TRU Math	Evaluar y caracterizar la actividad en el aula de matemáticas en general, así como en particular lo referido a problemas algebraicos.	-Foco en la matemática, en su coherencia y precisión -Demanda cognitiva -Acceso equitativo al contenido -Autoridad e identidad -Uso de la evaluación
Marder, M., & Walkington, C.	2014	Uteach teacher observation protocol (UTOP)	Evaluar la calidad general de la instrucción en el aula.	-Estructura de la lección -Implementación -Contenido matemático
Barriendos, A., Berger, B., Domínguez, E. & Martínez, M. V.	2018	Pauta de observación de clases de matemáticas impartidas por profesores principiantes (PROMATE)	Evaluar las prácticas de enseñanza de las matemáticas de profesores que se encuentran en sus primeros años de servicio.	-Gestión general de la clase -Gestión de la enseñanza de las matemáticas
Beltrán-Pellicer, P. Godino, J.D. &	2018	Indicadores de idoneidad didáctica en	Valorar la idoneidad didáctica del estudio de la probabilidad en Educación	-Indicadores idoneidad epistémica -Indicadores idoneidad

Giacomone, B.		probabilidad para Educación Secundaria	la Secundaria	cognitiva -Indicadores interaccional -Indicadores mediacional -Indicadores afectiva -Indicadores ecológica	idoneidad idoneidad idoneidad idoneidad
---------------	--	--	---------------	--	--

Fuente: Elaborado por los autores

A partir de esta revisión fue posible constatar la escasa investigación respecto a la observación de clases de matemática en general y de probabilidad en particular, sobre todo en el nivel de Educación Primaria, así como la inexistencia de protocolos de observación de clases que contemplen elementos de los diversos significados que subyacen a su enseñanza en este nivel educativo.

3.2 Fase 2: Construcción De La Versión Inicial

Para la construcción de la versión inicial del instrumento se consideraron tres elementos: 1) un conjunto de indicadores que se relacionan y fundamentan en los significados de la probabilidad y sus diferentes elementos de campos de problemas, procedimientos, lenguaje, propiedades y conceptos (Batanero, 2005); 2) el análisis de las orientaciones internacionales y chilenas para la enseñanza de la probabilidad en la Educación Primaria (Vásquez & Alsina, 2014); y 3) el análisis de la enseñanza de la probabilidad en libros de texto chilenos de Educación Primaria (Vásquez & Alsina, 2015, 2017). Con base a estos elementos se definieron 35 indicadores, 7 para cada significado, para poder observar la presencia/ausencia de dichos significados en el aula de Educación Primaria. Este conjunto de indicadores conformó la versión inicial de la Pauta de Observación de los Significados de la Probabilidad - POSP (cuadro 2).

Cuadro 2: Versión Inicial de la Pauta de Observación de los Significados de la Probabilidad – POSP

Significados de la probabilidad	Indicadores
Significado intuitivo	<ol style="list-style-type: none"> 1. El Foco esta puesto en situaciones problemas cotidianas vinculadas con el uso de términos estocásticos. 2. Uso de términos y expresiones verbales comunes vinculadas al lenguaje probabilístico. 3. Énfasis en la posibilidad de ocurrencia como escala cualitativa. 4. Imprevisibilidad y variabilidad de sucesos y sus resultados posibles. 5. Exploración y distinción de fenómenos aleatorios diferenciándolos de los

	<p>deterministas.</p> <ol style="list-style-type: none"> 6. Distinción entre tipos de sucesos. 7. Análisis de ejemplos e intuiciones ligadas al azar y probabilidad.
Significado clásico	<ol style="list-style-type: none"> 1. El foco esta puesto en situaciones problemas centradas en el cálculo de probabilidades. 2. Uso de términos y expresiones verbales específicas de las probabilidades. 3. Representación de probabilidades de ocurrencia por medio de una escala cuantitativa. 4. Énfasis en conceptos y propiedades. 5. Procedimientos centrados en construcción de espacio muestral, distinguir entre casos favorables y no favorables, comparar probabilidades, asignación de probabilidades por medio de regla de Laplace, construcción de diagramas para enumerar casos favorables. 6. Uso de algoritmos centrados en combinatoria, uso de proporciones y el análisis a priori de un experimento 7. Análisis de ejemplos, desarrollo del razonamiento inductivo.
Significado frecuencial	<ol style="list-style-type: none"> 1. El foco esta puesto en realizar predicciones a partir de los datos observados en un experimento aleatorio. 2. Uso de términos y expresiones verbales específicas de las probabilidades. 3. Uso de representaciones gráficas y tabulares. 4. Énfasis en la independencia de sucesos, estabilización de frecuencias y en el rango de la frecuencia relativa de un suceso- 5. Procedimientos centrados en realizar predicciones a partir de los datos observados, estimar probabilidades a partir de repeticiones de un mismo experimento aleatorio, registrar resultados de un experimento aleatorio ya sea de forma tabular o grafica, interpretación, calcular y representar frecuencias, interpretación de tablas y gráficos, simular experimentos aleatorios por medio manual y/o a partir del uso de software. 6. Estimación de parámetros a través de procedimientos centrados en el uso de software. 7. Análisis de ejemplos y de simulaciones de experimentos.
Significado subjetivo	<ol style="list-style-type: none"> 1. El foco esta puesto en situaciones problemas donde la probabilidad de ocurrencia se puede ver afectada en base a la información de la que se dispone. 2. Uso de términos y expresiones verbales comunes vinculadas al lenguaje probabilístico. 3. Énfasis en la probabilidad entendida como grado de creencia de sucesos. 4. Foco en los sucesos inciertos, en la incertidumbre y en la imprevisibilidad de los resultados posibles. 5. Iniciación al usos de procedimientos y algoritmos centrados en la asignación subjetiva de probabilidades 6. Procedimientos centrados en analizar experimentos la probabilidad de ocurrencia depende de la información disponible. 7. Análisis de ejemplos y experiencias previas que permiten ajustar las asignaciones previas de probabilidad a partir de nueva información.
Significado axiomático	<ol style="list-style-type: none"> 1. El foco esta puesto en situaciones problemas que involucren la axiomática de la probabilidad para cuantificar la incertidumbre. 2. Cuantificación de la incertidumbre en situaciones abstractas. 3. Uso de términos y expresiones vinculadas a la teoría de conjuntos, álgebra de conjuntos y teoría de la medida. 4. Cálculo de probabilidades a partir de la aplicación de axiomática de la probabilidad. 5. Énfasis en la probabilidad como una medida. 6. Procedimientos centrados en la axiomática de la probabilidad. 7. Análisis y comprobación de propiedades.

Fuente: Elaborado por los autores

3.3 Fase 3: Validación Del Instrumento

Una vez elaborada la versión inicial del instrumento fue analizada, revisada y validada por expertos en didáctica de la estadística y la probabilidad. Cabe señalar que además de la evaluación experta se realizó una aplicación piloto con el fin de obtener una primera indicación sobre su aplicabilidad.

A) Juicio De Expertos

A través de la evaluación por medio de juicio de expertos es posible resguardar que el instrumento cumpla con los criterios de validez y fiabilidad que son requeridos para su correcto uso. Por tanto, el instrumento fue sometido al proceso de validación de contenido por 5 expertos en didáctica de la estadística y la probabilidad de España, Chile, Argentina y México (ver cuadro 3), esto permitió depurar los indicadores y verificar que estos midan lo que se pretende medir, y si sirve para el propósito que ha sido construido (Robles & Rojas, 2015).

Cuadro 3: Expertos que han intervenido en el proceso de validación

Experto	Perfil
1	Chileno. Profesor de Matemática en Educación Media. Magister en Educación. Doctor en Educación. Líneas de investigación en Educación Estadística y Formación del profesorado.
2	Chileno. Profesor de Matemática en Educación Básica. Magister en Didáctica de la Matemática. Doctor en Educación. Líneas de investigación en Educación Estadística y Formación del profesorado.
3	Español. Licenciado en Educación. Magister en Educación. Doctor en Educación. Líneas de investigación en Educación Estadística y Formación del profesorado.
4	Argentina. Licenciada en Matemática. Doctor en Educación y en Estadística. Líneas de investigación en Educación Estadística y Formación del profesorado.
5	Mexicano. Licenciado en Matemática. Doctor en Educación. Líneas de investigación en Educación Estadística y Formación del profesorado.

Fuente: Elaborado por los autores

Para llevar a cabo este proceso se envió a los expertos, vía correo electrónico, una carta de invitación explicando el contexto del proyecto desde el cual emerge la necesidad de diseñar y construir el instrumento; la descripción y el propósito del instrumento; la versión inicial del instrumento, su tabla de especificaciones y una pauta para evaluar el grado de adecuación de cada indicador de acuerdo con los significados de la probabilidad en el contexto escolar propuestos por Batanero (2005). Así, los expertos analizaron tres aspectos en relación a cada indicador: a) grado de correspondencia, indicando si cada indicador pertenece, no pertenece o con dudas, al significado de probabilidad indicado; b) formulación, opinión

respecto a la claridad y al lenguaje utilizado, definiendo como adecuada, no adecuada, a mejorar, y c) pertinencia, referida al significado de probabilidad señalado, definiendo como pertinente, no pertinente, con dudas. Asimismo, disponían de una sección para comentarios y/o correcciones en cuanto a la redacción, así como sugerencias referidas a aspectos a incluir o excluir del instrumento.

Una vez se contó con el juicio de los expertos, se realizó un análisis descriptivo de la validez de contenido, a partir de los valores asignados a cada indicador para cada significado de la probabilidad, en función del grado de correspondencia, formulación y pertinencia. En la tabla 1 se muestran las medias de las puntuaciones asignadas por los expertos a cada uno de los indicadores que conforman el instrumento.

Tabla 1: Puntuaciones asignadas por los expertos

Significado		Frecuencia de la puntuación									Media General
		Correspondencia			Formulación			Pertinencia			
		Pertenece (3)	Con dudas (2)	No pertenece (1)	Adecuada (3)	A mejorar (2)	No adecuada (1)	Pertinente (3)	Con dudas (2)	No pertinente (1)	
Intuitivo	I1	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
	I2	5	0	0	4	1	0	5	0	0	2,9
	I3	4	0	1	4	1	0	4	1	0	2,7
	I4	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
	I5	4	0	1	5	0	0	4	1	0	2,8
	I6	4	0	1	5	0	0	4	1	0	2,8
	I7	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
Clásico	I1	4	0	1	4	1	0	4	1	0	2,7
	I2	4	0	1	4	1	0	4	1	0	2,7
	I3	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
	I4	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
	I5	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
	I6	1	2	2	2	2	1	1	1	3	1,9
	I7	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
Frecuencial	I1	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
	I2	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
	I3	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
	I4	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
	I5	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
	I6	3	0	2	2	1	2	3	0	2	2,1
	I7	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
Subjetivo	I1	3	0	2	4	1	0	3	2	0	2,5
	I2	4	0	1	4	1	0	4	1	0	2,7
	I3	4	0	1	4	1	0	4	1	0	2,7
	I4	3	0	2	4	1	0	3	2	0	2,5
	I5	0	3	2	3	2	0	0	1	4	1,8
	I6	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
	I7	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
Axiomático	I1	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
	I2	2	1	2	4	1	0	2	1	2	2,2
	I3	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
	I4	1	2	2	4	1	0	1	2	2	2,1

	15	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
	16	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0
	17	5	0	0	5	0	0	5	0	0	3,0

Fuente: Elaborado por los autores

Como se aprecia en la tabla anterior, las puntuaciones de las evaluaciones y opiniones de los expertos proporcionaron, en general, una evaluación positiva en relación con los indicadores. No obstante, con base en las observaciones y las puntuaciones otorgadas por los expertos, se han eliminado los indicadores que obtuvieron una puntuación promedio inferior a los 2,5 puntos. Tal es el caso del indicador 6 del significado clásico “Uso de algoritmos centrados en combinatoria, uso de proporciones y el análisis a priori de un experimento”, el cual de acuerdo con los expertos no es atingente para los niveles de primaria. Del mismo modo, se eliminó el indicador 6 del significado frecuencial “Estimación de parámetros a través de procedimientos centrados el uso de software”, ya que según los expertos este tipo de indicador sería más apropiado para cursos de secundaria. También se suprimió el indicador 5 del significado subjetivo “iniciación al uso de procedimientos y algoritmos centrados en la asignación subjetiva de probabilidades” puesto que, de acuerdo con los jueces, este indicador no es relevante para la enseñanza de la probabilidad en primaria. Por último se eliminaron los indicadores 2 “Cuantificación de la incertidumbre en situaciones abstractas” y el 4 “Cálculo de probabilidades a partir de la aplicación de axiomática de la probabilidad” del significado axiomático, por su poca pertinencia y relevancia en la Educación Primaria, y en el caso del indicador 4, por encontrarse contenido en el indicador 1 “El foco está puesto en situaciones problemas que involucran la axiomática de la probabilidad para cuantificar la incertidumbre”.

Asimismo, se han realizado reformulaciones en la descripción de varios indicadores a partir de los comentarios de los expertos, sobre todo en lo que respecta a aspectos vinculados a su redacción para mejorar su claridad. Por ejemplo, uno de los expertos hizo la observación que era necesario precisar la descripción del indicador 6 del significado intuitivo “distinción entre tipos de sucesos” pues podría llevar a la confusión a la hora de aplicar el instrumento, razón por la cual se reformuló el indicador, quedando expresado como “distinción entre tipos de sucesos (seguro, posible, poco posible, incierto)”. De igual manera, se sugirió mejorar la explicación del indicador 2 del significado frecuencial “Uso de términos y expresiones ver específicas de las probabilidades” precisando a cuáles términos de este significados nos referíamos, por lo que el indicador quedó finalmente expresado de la siguiente manera “Uso de términos y expresiones ver específicas de las probabilidades (población, valor estimado,

simulación, probabilidad teórica y experimental, tendencias, frecuencias, proporción, etc.). En consecuencia, la versión final del instrumento quedó conformada por 30 indicadores.

También creemos necesario destacar que uno de los expertos hizo la observación que sería interesante contar con niveles (escala *Likert*) en el instrumento, afirmando que se puede detectar la presencia de los indicadores con distintos niveles de profundidad. Si bien estamos de acuerdo con dicha observación, y no la descartamos en el futuro, no se ha incorporado en la reformulación del instrumento, puesto que el objetivo de nuestro estudio no es realizar un diagnóstico. Como se ha indicado, en una primera instancia nuestra finalidad consiste en indagar acerca de la presencia/ausencia de los significados de la probabilidad en el aula de Educación Primaria que subyacen a su enseñanza. Con ello, se pretenden identificar los momentos de la clase en los que están presentes los distintos significados, para poder recoger información respecto de las prácticas de enseñanza en torno a la probabilidad.

B) Aplicación Piloto Del Instrumento

Con el propósito de obtener información empírica respecto de la aplicabilidad y uso del instrumento, se decidió realizar una aplicación piloto a 3 videos de clases de probabilidad en Educación Primaria, las cuales conforman nuestra unidad de análisis. Cabe señalar que estas clases tienen una duración de 90 minutos cada una y abordan los mismos contenidos y objetivos de aprendizaje en un mismo nivel, lo que garantiza que los resultados obtenidos a partir de la codificación sean comparables (Schlesinger & Jentsch, 2016). El proceso de codificación se realizó siguiendo los lineamientos de Praetorius, Pauli, Reusser, Rakoczy & Klieme (2014), por lo que cada videograbación de clase se dividió en segmentos de 7,5 minutos de duración, dicotomizando los indicadores correspondientes a los elementos que caracterizan los significados de la probabilidad, asignando puntuaciones a cada indicador según su presencia (1) o ausencia (0) en cada uno de los segmentos de la clase. La codificación fue realizada por una terna de codificadores externos expertos en la aplicación de instrumentos para la codificación de clases de matemáticas. Además, por medio de entrevistas a la terna de codificadores, se recogió información acerca del uso y aplicabilidad del instrumento, lo que permitió refinar y precisar aun más los indicadores.

En el cuadro 4 se muestra la versión final de la POSP, una vez reelaborada a partir de la información obtenida del juicio de expertos y la aplicación piloto.

Cuadro 4: Versión final de la POSP.

Significados de la probabilidad	Indicadores
Significado intuitivo	<ol style="list-style-type: none"> 1. Foco en situaciones problemas cotidianas vinculadas con el uso de términos estocásticos y con la expresión de grados de creencia para la ocurrencia de sucesos (por medio de una escala cualitativa). 2. Uso de términos y expresiones verbales comunes vinculadas al lenguaje probabilístico que se utilizan tanto en el contexto probabilístico como en el cotidiano. 3. Énfasis en la posibilidad de ocurrencia como escala cualitativa que va desde lo seguro a lo imposible. 4. Imprevisibilidad y variabilidad de sucesos y sus resultados posibles. 5. Exploración y distinción de fenómenos aleatorios diferenciándolos de los deterministas. 6. Distinción entre tipos de sucesos (seguro, posible, poco posible, incierto). 7. Análisis de ejemplos e intuiciones ligadas al azar y probabilidad.
Significado clásico	<ol style="list-style-type: none"> 1. Foco en situaciones problemas centradas en el cálculo de probabilidades, en determinar la probabilidad de ocurrencia teórica a partir de los datos observados en un experimento aleatorio. 2. Uso de términos y expresiones verbales específicas de las probabilidades. 3. Representación de probabilidades de ocurrencia por medio de una escala cuantitativa cuyos valores fluctúan entre 0 y 1. 4. Énfasis en conceptos y propiedades tales como espacio muestral, casos favorables y no favorables, juego justo, probabilidad de ocurrencia como medida de la incerteza, sucesos simples equiprobables, Regla de Laplace. 5. Procedimientos centrados en construcción de espacio muestral, distinguir entre casos favorables y no favorables, comparar probabilidades, asignación de probabilidades por medio de regla de Laplace, construcción de diagramas para enumerar casos favorables. 6. Análisis de ejemplos, desarrollo del razonamiento inductivo.
Significado frecuencial	<ol style="list-style-type: none"> 1. Foco en realizar predicciones a partir de los datos observados en un experimento aleatorio. 2. Uso de términos y expresiones verbales específicas de las probabilidades (población, valor estimado, simulación, probabilidad teórica y experimental, tendencias, frecuencias, proporción, etc.) 3. Uso de representaciones gráficas y tabulares. 4. Énfasis en la independencia de sucesos, estabilización de frecuencias y en el rango de la frecuencia relativa de un suceso (entre 0 y 1). 5. Procedimientos centrados en realizar predicciones a partir de los datos observados, estimar probabilidades a partir de repeticiones de un mismo experimento aleatorio, registrar resultados de un experimento aleatorio ya sea de forma tabular o gráfica, interpretación, calcular y representar frecuencias, interpretación de tablas y gráficos, simular experimentos aleatorios por medio manual y/o a partir del uso de software. 6. Análisis de ejemplos y de simulaciones de experimentos ya sea de forma manual y/o utilizando software.
Significado subjetivo	<ol style="list-style-type: none"> 1. Foco en situaciones problemas donde la probabilidad de ocurrencia se puede ver afectada (cambiar) en base a la información de la que se dispone (se ajustan las asignaciones previas incorporando la nueva información disponible). 2. Uso de términos y expresiones verbales comunes vinculadas al lenguaje probabilístico. 3. Énfasis en la probabilidad entendida como grado de creencia de sucesos. 4. Foco en los sucesos inciertos, en la incertidumbre y en la imprevisibilidad de los resultados posibles, donde la probabilidad se encuentra condicionada por la información de la cual se dispone. 5. Procedimientos centrados en analizar experimentos la probabilidad de ocurrencia depende de la información disponible, valorar la probabilidad de ocurrencia de

	sucesos a partir de experiencias personales. 6. Análisis de ejemplos y experiencias previas que permiten ajustar las asignaciones previas de probabilidad a partir de nueva información.
Significado axiomático	1. Foco en situaciones problemas que involucran la axiomática de la probabilidad para cuantificar la incertidumbre de resultados en experimentos aleatorios abstractos. 2. Uso de términos y expresiones vinculadas a la teoría de conjuntos, álgebra de conjuntos y teoría de la medida. 3. Énfasis en la probabilidad como una medida de la incertidumbre. 4. Procedimientos centrados en la axiomática de la probabilidad. 5. Análisis y comprobación de propiedades vinculadas a la axiomática de la probabilidad.

Fuente: elaborado por los autores.

4. Consideraciones Finales

En este artículo se ha descrito el proceso de diseño, construcción y validación de la Pauta de Observación de los Significados de la Probabilidad – POSP, cuya finalidad es identificar episodios de la clase de matemática de Educación Primaria en los que se observan prácticas de enseñanza ligadas a los diversos significados de la probabilidad. Este propósito responde al hecho de que la observación de la clases ha demostrado ser una potente herramienta para indagar y caracterizar la puesta en escena del conocimiento profesional del profesor, ya que permite comprender aspectos específicos de la enseñanza de las matemáticas; sobre todo si consideramos que "la naturaleza de la enseñanza de las matemáticas en el aula afecta significativamente la naturaleza y el nivel de aprendizaje de los estudiantes" (Hiebert & Grouws, 2007, p. 371).

A pesar de la utilidad de este tipo de instrumentos, la revisión de los estudios previos sobre la observación de clases de matemáticas en general y de probabilidad en particular descritos en la Tabla 1 ha permitido constatar la escasa investigación en este sentido, sobre todo en el nivel de Educación Primaria. Además, se ha verificado la inexistencia en la literatura de protocolos de observación de clases que permitan contemplar la presencia/ausencia de los diversos significados de la probabilidad que subyacen a su enseñanza en Educación Primaria, por lo que el diseño de un instrumento de estas características puede ser una contribución novedosa en el ámbito de la didáctica de la probabilidad.

En el proceso de diseño, construcción y validación de la versión inicial de la pauta, formada por 35 indicadores, destacan las etapas de construcción del concepto de referencia global sobre la probabilidad y sus distintos significados, la valoración del juicio de expertos y el análisis de la aplicación piloto de la pauta, las cuales nos han permitido informar acerca de la validez de los ítems, para refinar y elaborar así la versión final del instrumento.

La validación a través del juicio de expertos ha dado lugar a la eliminación de cinco indicadores de la versión inicial que, o bien no eran adecuados para la etapa de Educación Primaria, o bien incidían en aspectos similares, por lo que se han fusionado. Asimismo, se han reformulado otros indicadores para que fueran más comprensibles, de acuerdo con el criterio de los revisores. Por otro lado, a partir de los resultados obtenidos en la aplicación piloto, hemos tenido una primera aproximación, por medio de los conocimientos puestos en juego en cada una de las tres sesiones analizadas, al conocimiento profesional del profesorado de Educación Primaria acerca de los distintos significados de la probabilidad. De este modo, la versión final de la pauta ha quedado constituida por 30 indicadores correspondientes a los distintos significados de la probabilidad: intuitivo (7), clásico (6), frecuencial (6), subjetivo (6) y axiomático (5).

Consideramos que la POSP puede ser una herramienta útil tanto para indagar en el conocimiento profesional del profesor como para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad en Educación Primaria. En el futuro van a ser necesario otros estudios que permitan seguir refinando los indicadores a la vez que consolidar su validez y fiabilidad interna, con el propósito de que pueda aportar información consistente que se pueda usar en los procesos de formación del profesorado, y de este modo contribuir a la mejora de las prácticas de enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria desde la perspectiva de sus distintos significados.

Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco del proyecto FONDECYT N° 11150412 financiado por la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica de Chile.

Referencias

- Barriandos, A., Berger, B., Domínguez, E. & Martínez, M. V. (2018). *Manual Promate. Pauta de observación de clases de matemáticas impartidas por profesores principiantes*. Santiago: Ediciones CIAE.
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Relime*, 8(3), 247-264.
- Batanero, C., Biehler, R., Maxara, C., Engel, J., & Vogel, M. (2005). Using simulation to bridge teachers content and pedagogical knowledge in probability. En R. Even y D. Ball (Eds.), *15th ICMI Study Conference: The Professional education and development of*

teachers of mathematics. Recuperado de http://www.academia.edu/download/46646518/Using_simulation_to_bridge_teachers_content20160620-5848-1ihb527.pdf

- Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S., & Sánchez, E. (2016). *Research on teaching and learning probability*. Cham: Springer.
- Batanero, C., Henry, M. & Parzysz, B. (2005). The nature of chance and probability. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 15-37). Nueva York: Springer.
- Batanero, C., & Díaz, C. (2007). Meaning and understanding of mathematics. The case of probability. En J. P. Van Bendegem & K. François (Eds.), *Philosophical dimensions in mathematics education* (pp. 107-127). Nueva York: Springer.
- Beltrán-Pellicer, P., Godino, J.D., & Giacomone, B. (2018). Elaboración de indicadores específicos de idoneidad didáctica en probabilidad: aplicación para la reflexión sobre la práctica docente. *Bolema*, 32(61), 526-548.
- Bernoulli, J. (1987). *Ars conjectandi- 4ème partie*. Rouen: IREM. (Trabajo original publicado en 1713).
- Blömeke, S., Busse, A., Kaiser, G., König, J., & Suhl, U. (2016). The relation between content-specific and general teacher knowledge and skills. *Teaching and Teacher Education*, 56, 35-46.
- Borovenik, M. (2016). Probabilistic thinking and probability literacy in the context of risk. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(3), 1491-1516.
- Canavos, G.C. (1988). *Probabilidad y estadística. Aplicaciones y métodos*. Ciudad de México: Mc Graw-Hill.
- Climent, N. (2002). El desarrollo profesional del maestro de primaria respecto de la enseñanza de la matemática: Un estudio de caso. (Tesis doctoral). Universidad de Huelva, España.
- de Moivre, A. (1967). *The doctrine of chances*. New York: Chelsea Publishing (Trabajo original publicado en 1718).
- de Finetti, B. (1937). La prevision: ses lois logiques, ses sources subjectives. *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, 7, 1-68.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Gal, I. (2005). Towards “probability literacy” for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. En G.A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school. Challenges for teaching and learning* (pp. 39-63). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Cañizares, M. J. (1987). *Azar y Probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Síntesis.

- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 39(1), 127-135.
- Hacking, I. (1995). *El surgimiento de la probabilidad: un estudio filosófico de las ideas tempranas acerca de la probabilidad, la inducción y la inferencia estadística*. Barcelona: Gedisa.
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., & Stigler, J. (2003). *Teaching mathematics in seven countries. Results from the TIMSS 1999 video study*. Washington: National Center for Education Statistics.
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. En F. K. Lester Jr. (Eds.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371-404). Charlotte, NC: Information Age.
- Horizon Research, Inc. (2000). *Inside the classroom observation and analytic protocol*. Chapel Hill.
- Laplace, P. S. (1985). *Ensayo filosófico sobre las probabilidades*. Madrid: Alianza Editorial (trabajo original publicado en 1814).
- Learning Mathematics for Teaching Project. (2011). Measuring the mathematical quality of instruction. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14 (1), 25-47.
- Lecoutre, M. P. (1992). Cognitive Models and Problem spaces in "Purely Random" Situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23 (6), 557-568.
- Marder, M., & Walkington, C. (2014). Classroom observation and value-added models give complementary information about quality of mathematics teaching. En T. Kane, K. Kerr, y R. Pianta (Eds.), *Designing teacher evaluation systems: new guidance from the Measuring Effective Teaching project* (pp. 234- 277). Nueva York: Wiley.
- Matsumura, L. C., Garnier, H. E., Pascal, J., & Valdés, R. (2002). Measuring instructional quality in accountability systems: classroom assignments and students achievement. *Educational Assessment*, 8 (3), 207-229.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Praetorius, A.K., Pauli, C., Reusser, K., Rakoczy, K., & Klieme, E. (2014). One lesson is all you need? Stability of instructional quality across lessons. *Learning and Instruction*, 31(2), 2-12.
- Robles, P., & Rojas, M.C. (2015). La validación por juicio de expertos: dos investigaciones cualitativas en lingüística aplicada. *Revista Nebrija de Lingüística Aplicada a la Enseñanza de Lenguas*, 18, 103-118.
- Sawada, D., Piburn, M. D., Judson, E., Turley, J., Falconer, K., Benford, R., & Bloom, I. (2002). Measuring reform practices in science and mathematics classrooms: the reformed

teaching observation protocol. *School Science and Mathematics*, 102(6), 245-253.

- Schlesinger, L. & Jentsch, A. (2016). Theoretical and methodological challenges in measuring instructional quality in mathematics education using classroom observations. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 48(1-2), 29-40.
- Schoenfeld, A. H. (2013). Classroom observations in theory and practice. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 45(4), 607-621.
- Steinbring, H. (1990). The nature of stochastic knowledge and the traditional mathematics curriculum. Some experiences with in-service training and developing materials. En A. Hawkins (Ed.), *Training teachers to teach statistics* (pp. 2-19). Voorburg: ISI.
- Vásquez, C. & Alsina, A. (2014). Enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria. Un desafío para la formación inicial y continua del profesorado. *Números*, 85(1), p.5-23.
- Vásquez, C. & Alsina, A. (2015). Un modelo para el análisis de objetos matemáticos en libros de texto chilenos: situaciones problemáticas, lenguaje y conceptos sobre probabilidad. *Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 19(2), p. 441-462.
- Vásquez, C. & Alsina, A. (2017). Proposiciones, procedimientos y argumentos sobre probabilidad en libros de texto chilenos de Educación Primaria. *Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 21(1), p. 433-457.
- von Mises, R. (1952). *Probabilidad, estadística y verdad*. Madrid: Espasa Calpe (Trabajo original publicado en 1928).

Submetido em: 22/03/2019

Aceito em: 08/05/2019