


# NOÇÃO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA NA TRANSIÇÃO ENTRE A EDUCAÇÃO BÁSICA E O ENSINO SUPERIOR

## Notion of quadratic function in the transition between basic education and higher education


Mariana da Silva Nogueira **RIBEIRO**

Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, Brasil  
masilfar@hotmail.com

 <https://orcid.org/0000-0001-5079-9584>


Marlene Alves **DIAS**

Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, Brasil  
masilfar@hotmail.com

 <https://orcid.org/0000-0001-9168-9066>

Helenara Regina Sampaio **FIGUEIREDO**

Unopar, Londrina, Brasil  
masilfar@hotmail.com

 <https://orcid.org/0000-0001-7974-0818>

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo ●

### RESUMO

Este artigo tem como objetivo analisar a noção de função quadrática comparando as relações institucionais, pessoais esperadas e existentes, representadas pela abordagem desenvolvida em três livros didáticos: um das séries finais do Ensino Fundamental, um do Ensino Médio e o da disciplina de Matemática Instrumental para alguns cursos de Engenharia. Além disso, são analisadas as expectativas institucionais analisadas por meio da macroavaliação Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar dos Estudantes do Estado de São Paulo (SARESP). Trata-se de uma pesquisa qualitativa que utiliza o método documental, que se apoia na Teoria Antropológica do Didático, de Chevallard. As abordagens teóricas em termos de quadros e mudança de Douady, níveis de conceituação e de conhecimento definidos por Robert e pontos de vista segundo Rogalski complementam o referencial teórico. Desse modo, foi definida, *a priori*, uma grade com as categorias de análise dos tipos de tarefas sobre função quadrática que podemos encontrar na transição entre a Educação Básica e o Ensino Superior. Este estudo possibilitou identificar quais conhecimentos sobre a noção de função quadrática podem ser considerados como conhecimentos prévios mobilizáveis ou disponíveis para os estudantes que iniciam o curso de Engenharia, o que pode ajudar na proposição de novas formas de trabalho com esses estudantes.

**Palavras-chave:** Função Quadrática, Teoria Antropológica do Didático, Livros Didáticos.

### ABSTRACT

This article aims to analyze the notion of quadratic function comparing expected and existing institutional relationships and expected personal relationships, represented respectively by the approach developed in three textbooks, one of the final series of Elementary School, one of High School and the discipline of Instrumental Mathematics for Engineering courses. In addition, the institutional expectations analyzed through the macro-assessment SARESP. It is a qualitative research that uses the method of documentary research. Theoretically, research is based on the anthropological theory of Didactics, by Chevallard, The theoretical approaches in terms of Douady's frames and change of frames, levels of conceptualization and levels of knowledge defined by Robert and points of view according to Rogalski complement the theoretical framework. Thus, a grid with the categories of analysis of the types of tasks on quadratic function that we can find in the transition between Basic Education and Higher Education was defined a priori. This study made it possible to identify which

knowledge about the notion of quadratic function can be considered as prior knowledge that can be mobilized or available to the students who begin the engineering course, which can help in proposing new ways of working with these students.

**Keywords:** Quadratic Function, Anthropological Theory of Didactic, Didactic books.

## 1 INTRODUÇÃO

Nossa experiência com estudantes do primeiro ano de cursos de Engenharia na modalidade Educação a Distância (EAD) nos permite considerar que eles apresentam dificuldades em relação a diversos conceitos e noções matemáticas que, em geral, são considerados, pelos professores do Ensino Superior (ES), como mobilizáveis ou disponíveis, em particular, o conceito de função e as funções numéricas.

Observamos que essas noções são propostas para serem desenvolvidas no último ano do Ensino Fundamental (EF), revisitadas e ampliadas no Ensino Médio (EM) e terminam sendo revisitados em disciplinas de Matemática para nivelamento dos estudantes do Ensino Superior. A revisita no Ensino Superior está associada ao fato de se tratar de noções que funcionam como ferramentas explícitas para o desenvolvimento de outras disciplinas, em particular, a de Cálculo Diferencial e Integral.

O interesse deste estudo deu-se em razão do grande número de evasão nos primeiros dois anos dos cursos de Engenharia das instituições do Brasil, conforme estudos realizados pelo Ministério da Educação. De acordo com os dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), 48% dos estudantes que ingressaram em cursos de Engenharia no País não se graduaram ao final do curso. Isso pode ocorrer por motivos variados: dificuldades financeiras, falta de vocação, descontentamento acerca do método didático pedagógico da instituição, motivos pessoais, deficiência na formação básica dos estudantes em Matemática, assim como também a desmotivação provocada pela falta de aplicações durante o curso, entre outros.

Além disso, observamos que existem poucas pesquisas que estudam as expectativas institucionais, em particular relacionadas aos conhecimentos prévios esperados dos estudantes, para o domínio das funções. Se considerarmos, mais particularmente, o setor das funções quadráticas, ressaltando o que pode ser considerado como mobilizável ou disponível, faltam elementos que possam auxiliar a integrar novas formas de desenvolvimento dessas noções. Desse modo, facilitar a proposta de um nivelamento dos estudantes que ultrapasse a revisita desse conteúdo da mesma forma que já foi trabalhado no Ensino Fundamental e revisitado e ampliado no Ensino Médio.

Esse problema encontrado habitualmente em nossa prática profissional nos auxiliou a definir nosso tema de pesquisa e a iniciar a pesquisa bibliográfica, nos conduzindo ao trabalho de Azzolini (2012), que trata especificamente desse tema, mas não considera a especificidade dos cursos de Engenharia.

Ressaltamos que se trata de uma pesquisa que apresenta novos elementos em relação às pesquisas existentes, uma vez que encontramos 17 dissertações e nenhuma tese no banco de dados da CAPES e, entre elas, destacamos apenas a já mencionada. Além disso, encontramos a pesquisa de Mazzan (2014), cujo objetivo foi observar e explorar os objetos matemáticos e a relação entre a teoria e o campo experimental da prática educativa a partir das noções de funções com estudantes de cursos de Engenharia.

Além disso, consideramos os dados do MEC, por meio do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e do Exame Nacional de Avaliação do Ensino Superior (ENADE), cujos resultados mostram que a noção de função é importante para os estudantes que iniciam e terminam o Ensino Superior, mas que estas representam um domínio de grandes dificuldades. Isso nos levou a pensar na possibilidade de realizar uma pesquisa sobre funções quadráticas na transição entre a Educação Básica e o Ensino Superior.

Sendo assim, iniciamos a pesquisa pelo estudo bibliográfico do material existente sobre o tema com a busca de dissertações e teses no banco da CAPES. Para tal, procuramos especificamente pesquisas sobre o processo de ensino e aprendizagem da noção de função quadrática na transição entre a Educação Básica e o Ensino Superior para as quais a Matemática é ferramenta explícita para a introdução de novos conhecimentos. Essa pesquisa bibliográfica foi efetuada para dissertações e teses defendidas a partir de 2012.

Entre os trabalhos encontrados, identificamos a dissertação de mestrado de Santos (2017), cujo objetivo foi investigar nos livros didáticos se as atividades propostas possibilitam que o estudante aprenda o conceito de função quadrática além do saber fazer, isto é, da aplicação de uma técnica para determinado tipo de tarefa. O referencial teórico da pesquisa é centrado na Teoria Antropológica do Didático (TAD), e a metodologia da pesquisa é qualitativa desenvolvida por meio do método da pesquisa documental. O estudo foi realizado apenas para o Ensino Médio.

Outro trabalho em que o referencial teórico é a TAD foi o de Chaves (2016), no qual o objetivo foi analisar em que contextos o estudo do vértice da parábola, que é uma das representações de uma função quadrática, é abordado em livros didático do primeiro ano do Ensino Médio. Trata-se de uma pesquisa qualitativa centrada no método da pesquisa

documental, tendo como referencial teórico a noção de organizações praxeológicas definida pela TAD. Seus resultados mostram que os tipos de tarefas associadas ao vértice da parábola têm status de exemplos que mobilizam as coordenadas do vértice e a lei de formação da função, que é determinada por meio das coordenadas de pontos da curva.

O estudo já citado de Azzolini (2012) teve como objetivo central a análise das relações institucionais que viviam e sobreviviam naquele momento, considerando especificamente as noções de equação e função quadrática de forma a identificar o que poderia ser considerado como conhecimento prévio disponível no início do Ensino Superior.

Na pesquisa, a autora utilizou a TAD como referencial teórico central e as abordagens teóricas em termos de quadros e mudanças de quadros conforme definições de Douady e níveis de conhecimento esperados dos estudantes segundo definição de Robert. Para alcançar o objetivo, a metodologia empregada foi a da pesquisa qualitativa centrada no método da pesquisa documental.

A pesquisa foi desenvolvida por meio do estudo de documentos oficiais e de livros didáticos do Ensino Fundamental, do Médio e do Superior. Os resultados atestam que as relações institucionais esperadas e existentes indicam a necessidade de professores e estudantes utilizarem as noções e técnicas associadas ao conceito de função quadrática de forma articulada, em particular com as noções de equação do primeiro e do segundo grau e as funções polinomiais e numéricas introduzidas no Ensino Médio.

Além disso, a autora evidencia a importância da função quadrática como meio de criar as imagens mentais sobre as propriedades das funções polinomiais. Ela observa ainda que as propriedades dessas funções são mais facilmente tratadas por meio da noção de derivada de uma função. Sendo assim, o estudo indica que a função quadrática permite desenvolver as relações institucionais esperadas e existentes em consonância com as expectativas institucionais, quando consideramos o Ensino Superior.

Observou-se ainda que as situações contextualizadas exigem uma organização dos conhecimentos matemáticos, ou seja, são elas que possibilitam o acesso aos níveis mobilizável e disponível, ultrapassando a simples aplicação de definições e propriedades.

Ao ponderar que apenas uma pesquisa sobre o tema específico desse artigo trata da transição entre o Ensino Médio e o Ensino Superior, pareceu-nos importante considerar como temática para a nossa pesquisa: compreender como é proposta para ser desenvolvida a noção de função quadrática no Ensino Fundamental e quais propriedades e representações são introduzidas e ampliadas no Ensino Médio.

Esse estudo possibilita compreender e identificar quais conhecimentos podem ser considerados como mobilizáveis ou disponíveis para os estudantes que iniciam o Ensino Superior. Desse modo, nos parece possível tratar, mais particularmente, aqueles que precisam ser introduzidos ou revisitados e ampliados na disciplina de nivelamento.

Para tal, colocamo-nos, mais particularmente, a questão: As relações institucionais sobre a noção de função quadrática, desenvolvidas na educação básica estão em consonância com as relações pessoais esperadas dos estudantes que iniciam o curso de Engenharia?

Essa questão nos conduziu ao objetivo da pesquisa, que é analisar a noção de função quadrática comparando as relações institucionais e pessoais esperadas e existentes, representadas respectivamente pela abordagem desenvolvida em três livros didáticos: um das séries finais do Ensino Fundamental, um do Ensino Médio e o da disciplina de Matemática Instrumental para alguns cursos de Engenharia. Procuramos assim, compreender quais conhecimentos sobre essa noção podem ser mobilizados pelos estudantes que iniciam cursos superiores em que a Matemática é ferramenta para o seu desenvolvimento, em particular, os cursos de Engenharia.

Para tal, o referencial teórico da pesquisa foi a Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard e seus colaboradores, em particular, as noções de relações institucionais e pessoais, praxeologias, objetos ostensivos e não ostensivos. Para complementar as análises consideramos ainda as abordagens teóricas em termos de níveis de conceituação e níveis de conhecimentos esperados dos estudantes, segundo definições de Robert (1997, 1998), e quadros e mudança de quadros conforme definições de Douady(1984) e pontos de vista relação entre grandezas e relação entre conjuntos, segundo Rogalski (2001).

Em coerência com a problemática, o objetivo e o referencial teórico, a metodologia da pesquisa é qualitativa, uma vez que estudamos particularidades do objeto analisado utilizando o método da pesquisa documental que, consoante Lüdke & André (2013), corresponde à análise de documentos retrospectivos e/ou contemporâneos cientificamente autênticos.

Após essa breve introdução, apresentamos o referencial teórico da pesquisa.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO DA PESQUISA

Iniciamos pelas definições de relações pessoal e institucional, noções da TAD utilizadas na pesquisa e consideradas neste artigo. A partir dos elementos primitivos objeto  $O$ , pessoa  $X$  e instituição  $I$ , Chevallard (1992) define *relação pessoal* com um objeto  $O$ , como aquela que pelo menos uma pessoa mantém com o objeto  $O$ , indicada  $R(X, O)$ , e *relação institucional* com o mesmo objeto  $O$ , como a que pelo menos uma instituição mantém com  $O$ , indicada  $R_I(O)$ .

Ainda à luz das explicações de Chevallard (1997), para analisar o nascimento ou a evolução das relações institucionais e pessoais a um objeto  $O$ , é preciso observar o indivíduo ou a instituição nas quais o objeto  $O$  é ativado; para tanto, o autor introduz a noção de praxeologia, que corresponde a uma ferramenta que possibilita modelar as práticas matemáticas, tanto do ponto de vista da sua dimensão material, quanto dos saberes associados a essas práticas.

Considerando que a palavra praxeologia tem sua origem nos vocábulos gregos “*práxis*” e “*logos*”, o autor observa que a “*práxis*” corresponde ao bloco do saber fazer composto pelo tipo de tarefa  $T$  e por pelo menos uma técnica  $\sigma$ , ou seja,  $[T, \sigma]$  e o “*logos*” indica o bloco do saber  $[\theta, \Theta]$  composto pela tecnologia  $\theta$  e teoria  $\Theta$ , que explicam, tornam compreensível e justificam a técnica e a tecnologia, respectivamente. Desse modo, uma praxeologia é representada pela quádrupla  $[T, \sigma, \theta, \Theta]$ .

Para este artigo, consideramos ainda as definições de objetos ostensivos e não ostensivos que respondem a um questionamento de Chevallard (1994) sobre quais “ingredientes” compõem as técnicas. Desse modo, o autor define os objetos ostensivos como aqueles que têm para nós uma forma material, sensível, mas também são considerados objetos ostensivos: os gestos, as palavras, os esquemas e os formalismos.

Como exemplos de ostensivos, o pesquisador apresenta: os *objetos materiais*; os *gestos*: ostensivos gestuais; *as palavras*, e mais genericamente, o discurso: ostensivos discursivos; os *esquemas*, desenhos, grafismos: ostensivos gráficos; *as escritas* e *formalismos*: ostensivos escriturais. Após considerar esses exemplos, o autor adiciona o fato de que estes objetos podem ser manipulados, o que o conduz a introduzir os objetos não ostensivos, noções, conceitos e ideias que são evocados quando da manipulação dos ostensivos que lhe são associados.

Chevallard (1994) observa ainda que toda técnica supõe a ativação de um complexo de objetos ostensivos e não ostensivos que regram a manipulação dos ostensivos e a evocação dos não ostensivos, o que gera a dialética necessária entre eles.

Consideramos ainda, para esta pesquisa, as noções de quadro e mudança de quadros, conforme definição de Douady(1984) que, sobre a base de uma análise epistemológica do trabalho do matemático profissional, coloca em evidência a dualidade dos conceitos e noções matemáticas, os quais a princípio funcionam como ferramentas implícitas para, na sequência, tornarem-se explícitas antes de adquirirem o status de objeto.

Isso conduz Douady (1984) a definir ferramenta implícita como um conceito ou noção em elaboração, esclarecendo que esse processo pode durar vários anos. Ainda segundo a autora, uma ferramenta explícita corresponde a um conceito ou noção utilizado propositalmente para resolver um problema. Já a noção de objeto diz respeito a um componente cultural que ocupa um lugar bem determinado no complexo edifício do saber matemático, sendo reconhecido socialmente.

O objeto matemático é parte desse complexo edifício que é o saber matemático, o qual por sua vez constitui o que a autora denomina quadro, ou seja, um ramo da Matemática, das relações entre os objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais que lhes são associadas. Ainda segundo Douady (1984), as imagens mentais são essenciais, pois funcionam como ferramentas dos objetos do quadro. A autora esclarece que dois quadros podem conter os mesmos objetos, mas diferirem pelas imagens mentais e problemáticas desenvolvidas.

Após definir quadro e ainda sob a influência do trabalho do matemático de profissão, Douady explicita as mudanças de quadro como meios para se obterem formulações diferentes de um problema, que podem ou não ser equivalentes, mas que possibilitam um novo acesso às dificuldades encontradas e propiciam utilizar novas ferramentas e técnicas que não eram adequadas à formulação inicial.

Segundo a pesquisadora as mudanças de quadros são habitualmente utilizadas pelos profissionais, uma vez que as traduções de um quadro em outro terminam sempre em resultados desconhecidos, em novas técnicas, favorecendo assim a criação de novos objetos matemáticos, enriquecendo, tanto o quadro original, como os quadros auxiliares de trabalho.

Ao transpor o processo de trabalho do matemático profissional para a didática da matemática, Douady introduz a noção de jogos de quadros, que, segundo ela, são meios

privilegiados para suscitar ao mesmo tempo desequilíbrios cognitivos e permitir a ultrapassagem desses desequilíbrios em reequilibrações de nível superior.

Os jogos de quadro são inspirados em suas mudanças que precisam ser organizados pelo professor, de maneira a não suscitar desequilíbrios cognitivos intransponíveis. Isso nos conduziu a considerar importante que o professor tenha meios de identificar os conhecimentos técnicos, mobilizáveis ou disponíveis de seus estudantes.

Sendo assim, parece-nos importante identificar os níveis de conhecimento esperados dos estudantes definidos por Robert (1998). Ressaltamos inicialmente que a autora observa a dependência do nível de conceituação em que se está trabalhando. Robert (1997) define níveis de conceituação como os marcos que podemos identificar ao longo do ensino das noções de determinado campo conceitual. Para a autora, existem noções matemáticas que podem ser abordadas em vários níveis de conceituação, sempre parcialmente encaixados, sendo que os objetos iniciais mudam, tornando-se mais gerais, o que possibilita introduzir novas estruturas, mais ricas, requerendo, porém, um novo formalismo.

Como exemplo, Robert (1997) considera que exercícios ditos teóricos de determinado nível correspondem aos teoremas do nível seguinte, o que a conduz a observar a possibilidade de várias ordens de apresentação sem que haja uma hierarquia absoluta entre elas, dependendo apenas do ensino efetivo. Desse modo, a autora indica a possibilidade de considerar o ensino das noções matemáticas associadas a um determinado campo conceitual como relativo à escolha de apresentação do mesmo.

A partir da explicitação da importância da identificação do marco considerado para o ensino de determinada noção, Robert (1998) define os três níveis de conhecimento esperados dos estudantes: o técnico, o mobilizável e o disponível.

O *nível técnico* corresponde a um trabalho isolado, local e concreto. Está relacionado principalmente às ferramentas explícitas e definições utilizadas em determinada tarefa. Para a noção de função quadrática, podem-se considerar os seguintes exemplos: Determine as raízes (ou zeros) reais da função quadrática  $f(x) = x^2 + 2x + 1$ . Dada a função quadrática  $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ , determine  $f(x)$  para  $x = 2$ .

O *nível mobilizável* corresponde a um início de justaposição de saberes de determinado quadro, podendo até corresponder a uma organização. Vários métodos podem ser mobilizados. O caráter 'ferramenta explícita' e o caráter 'objeto' do conceito estão em jogo, porém o que se questiona é explicitamente pedido. Se um saber é identificado, ele é considerado mobilizado se é acessível, isto é, quando o estudante o



utiliza corretamente. Exemplo: Determine os valores de  $m$  para que a função  $f(x) = (m - 2)x^2 - 2x + 6$  admita raízes reais.

O *nível disponível* corresponde a conseguir responder corretamente o que é proposto sem indicações, a poder dar contraexemplos (encontrando-os ou criando-os), mudar de quadro (fazer relações) e aplicar métodos não previstos. Esse nível de conhecimento está associado à familiaridade, ao conhecimento de situações de referência variadas que o estudante sabe que conhece (servem de terreno de experimentação), ao fato de dispor de referências, de questionamentos, de uma organização. Pode funcionar para um único problema ou possibilita fazer resumos. Exemplo: Um agricultor tem 4.800 metros de tela e quer cercar um campo retangular. Quais são as dimensões do campo que têm maior área?

Consideramos ainda a noção de pontos de vista introduzida por Rogalski (2001), que significam as diferentes maneiras de observar, fazer funcionar e, eventualmente, de definir um objeto matemático. O autor associa a noção de ponto de vista à noção de quadro, ressaltando que observar um objeto em diferentes quadros é um exemplo de diferentes pontos de vista, mas é possível também considerar vários pontos de vista em um mesmo quadro. Em seu artigo sobre a história e epistemologia das funções, Rogalski (2013) identifica dois pontos de vista sobre o objeto matemático função, a saber: “relação entre grandezas” e “relação entre conjuntos”.

Segundo Rogalski (2013), o ponto de vista relação entre grandezas, que se estende desde a antiguidade até o início do século XVII, situa-se no período em que se utilizaram as relações entre as grandezas para descrever os fenômenos da natureza. Ainda conforme o autor, o estudo das relações entre grandezas não apresenta uma concepção geral e foi utilizado para resolver problemas de Astronomia, Física e Mecânica. Trata-se do ponto de vista em geral considerado para a introdução da noção de função no 9º ano do Ensino Fundamental. Já o ponto de vista relação entre conjuntos corresponde à segunda definição de Euler, e às definições de Cantor e Bourbaki.

Vale enfatizar que Rogalski (2013) mostra a importância de Euler para o desenvolvimento da noção de função, pois este último liberta-se do quadro geométrico e do quadro da cinemática ou física para tratar as funções como objetos de estudo, formando assim a base do cálculo infinitesimal. Em particular, quando Euler apresenta a segunda definição de função, a saber: “*uma quantidade é função de outra se, quando ela muda, esta outra também muda*”.

De acordo com Rogalski (2013), é a partir dessa definição que Euler admite as funções dadas pelo desenho de seu gráfico, que eram traçadas livremente e as funções

descontínuas que, para Euler, são as definidas por fórmulas analíticas diferentes sobre intervalos diferentes, o que equivale a funções contínuas atuais. Observamos aqui que o ponto de vista relação entre conjuntos é introduzido no Ensino Médio e ampliado nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Superior, quando consideramos o Brasil.

A partir do referencial teórico descrito acima, consideramos a metodologia qualitativa para a identificação dos elementos que compõem o método utilizado, a saber: o método da pesquisa documental segundo Lüdke; André (2013).

### 3 MÉTODO

Com o intuito de identificar quais conhecimentos sobre a noção de função quadrática podem ser considerados mobilizáveis e/ou disponíveis na transição entre o Ensino Fundamental - anos finais e o Ensino Médio e entre o Ensino Médio e o Ensino Superior para os estudantes dos primeiros anos dos cursos das Engenharias, construímos uma grade de análise, segundo modelo de Dias (1998).

Nessa grade, utilizamos as noções de praxeologia e objetos ostensivos e não ostensivos conforme Chevallard (1994), quadros e mudanças de quadros segundo Douady (1984), níveis de conhecimento esperado dos estudantes conforme definição de Robert (1998) e pontos de vista “relação entre grandezas” e “relação entre conjuntos”, segundo definição de Rogalski (2013).

Identificamos os seguintes quadros: algébrico, das situações contextualizadas, geométrico e analítico. Em relação aos objetos ostensivos, destacamos os seguintes: algébrico intrínseco ( $f(x)=ax^2+bx+c$ , com  $a \neq 0$ ); algébrico explícito ( $f(x)=2x^2+3x+5$ ); língua natural; geométrico; gráfico; tabela; diagrama de Venn.

A análise das relações institucionais existentes nos conduziu à escolha de três livros didáticos, um para cada etapa escolar considerada na pesquisa. Os dois livros das etapas associadas à Educação Básica foram eleitos por terem sido aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e estarem entre os mais utilizados pelos professores da Rede Pública de Ensino. O do Ensino Superior é o indicado na disciplina de Matemática Instrumental para os primeiros anos dos cursos de Engenharia considerados na pesquisa.

Para tanto, foram selecionados os livros: *Matemática – Projeto Teláris* – 9º ano do EF, (Dante, 2019), *Matemática: Contexto e Aplicações*– 1º ano do EM (Dante, 2018), indicados no PNLD 2018, 2017, respectivamente, e o livro *Matemática Instrumental* de

Chiacchio (2016) adotado na disciplina de Matemática Instrumental dos cursos de Engenharia considerados na pesquisa.

Analisamos ainda a relação pessoal esperada dos estudantes via macroavaliação Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) entre 2010 e 2018. Trata-se de uma avaliação anual que apresenta o resultado geral da prova, liberando algumas questões que nos dão uma visão geral sobre as tarefas associadas à noção de função quadrática disponibilizadas no relatório. Os resultados indicam assim o nível de conhecimento que podemos esperar sobre as noções associadas à função quadrática dos estudantes que iniciam o Ensino Superior.

### 3.1 A grade de análise

A grade de análise possibilitou identificar as praxeologias privilegiadas nas etapas escolares consideradas, o que nos auxilia a compreender quais conhecimentos podem ser mobilizados pelos estudantes que iniciam o Ensino Superior. Além disso, ela permite verificar se estes estão de acordo com as expectativas institucionais encontradas por meio da análise do livro utilizado em Matemática Instrumental para os cursos de Engenharia estudados.

Para análise foi selecionado uma tarefa proposta no livro didático *Matemática: Contexto e Aplicações*– 1º ano do EM (Dante, 2018) e uma do livro da disciplina de Matemática Instrumental de Chiacchio (2016), qual foi aplicado a grade de análise:

#### **Exemplo 1 - Matemática: Contexto e Aplicações– 1º ano do EM (Dante, 2018)**

**Tipo de Tarefa:** Determinar os zeros de uma função quadrática. Exemplo: Determine, se existirem, os zeros da função quadrática  $f(x) = x^2 - 12x + 35$ . (DANTE, 2018, p. 108).

**Técnica:** Partir do ostensivo algébrico intrínseco  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , reconhecer os coeficientes de uma função quadrática, relacionar os zeros de uma função com suas raízes e utilizar o ostensivo algébrico intrínseco da fórmula de *Bhaskara*, aplicando o método de resolução para verificar a existência dos zeros da função quadrática.

**Tecnologia:** Conhecer os ostensivos algébricos intrínseco e explícito de uma função quadrática, coeficientes e raízes de uma função, discriminante de uma equação do segundo grau, método da resolução utilizando fórmula de *Bhaskara*, interpretação do discriminante e operações e propriedades dos números reais.

*Teoria:* Zeros de uma função quadrática, raízes de uma equação do segundo grau e fórmula de *Bhaskara*.

*Ostensivos:* Ostensivo algébrico intrínseco e ostensivo algébrico explícito de uma função quadrática.

*Não ostensivos:* Coeficientes e raízes de uma função quadrática, fórmula de *Bhaskara*, noção de discriminante, noções de operações com números reais, fatoração de equação do segundo grau.

*Quadro em que a tarefa é enunciada:* quadro algébrico;

*Quadro em que a tarefa é resolvida:* quadro algébrico;

*Mudança de quadros:* não requerida;

*Pontos de vista:* relação entre conjuntos;

*Nível de conhecimento esperado do estudante:* Nível técnico em relação à definição de zero de uma função e nível mobilizável em relação a uma técnica de resolução de equação do segundo grau.

### **Exemplo 2 - Matemática Instrumental de Chiacchio (2016)**

*Tipo de Tarefa:* Estudar os sinais de uma função quadrática e determinar se  $f$  possui um valor máximo ou um mínimo e especificar esse valor. Exemplo: Um agricultor tem 4.800 metros de tela e quer cercar um campo retangular. Quais são as dimensões do campo que tem maior área?

*Técnica:* Em função dos dados da tarefa, o estudante precisa reconhecer que a quantidade de material será distribuída em um retângulo, o que remete à noção de perímetro de um retângulo ( $2x + 2y = 4800$ ). Na sequência, o estudante deve utilizar a noção de área de um retângulo para escrever a função área ( $A(x) = xy$ ), na qual ele irá substituir, por exemplo:  $y = 2.400 - x$ , encontrando assim a função quadrática  $A(x) = -x^2 + 2.400x$ .

Após determinar a função quadrática  $A(x) = -x^2 + 2.400x$ , o estudante pode utilizar conhecimentos desenvolvidos no Ensino Médio e fazer a representação gráfica, observando que a função tem um ponto de máximo local que pode ser determinado por meio da fórmula do vértice, o que lhe permite concluir que o retângulo de maior área é o quadrado de lado 1.200m.

Para os estudantes do Ensino Superior, espera-se que após determinar a função área  $A(x) = -x^2 + 2.400x$ , eles recorram aos conhecimentos sobre derivada de primeira e segunda ordem, determinado a primeira derivada e igualando a zero, o que torna possível determinar o ponto crítico que é candidato a máximo ou mínimo da função. Na sequência, calcula-se a segunda derivada e, ao substituir o ponto crítico, observa-se se o resultado é

positivo ou negativo para concluir se corresponde a um mínimo ou máximo local respectivamente. No exemplo, trata-se de um máximo local.

*Observação:* É importante compreender aqui que esse tipo de tarefa é introduzido desde o 9º ano do Ensino Fundamental - anos finais, revisitado no Ensino Médio e na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Superior. Certamente, alguns estudantes vão preferir o método do vértice, mas cabe ao professor do Ensino Superior utilizar esse exemplo para criar as imagens mentais necessárias quando da introdução dos máximos e mínimos de funções de  $\mathbb{R}$  e  $\mathbb{R}$ , mostrando para os estudantes o limite do método do vértice para outras funções.

Desse modo, o professor, além de valorizar o conhecimento prévio disponível dos estudantes, estará motivando-os para o estudo da noção de derivada de uma função real a valores reais.

*Tecnologia:* Conhecer os ostensivos algébricos intrínseco e explícito de uma função quadrática, coeficientes e raízes de uma função, discriminante de uma equação do segundo grau, método da resolução utilizando fórmula de *Bhaskara*. Saber interpretar o discriminante e se referir as operações e propriedades dos números reais. Ser capaz de utilizar o ostensivo gráfico de uma função quadrática, as fórmulas do perímetro e área de um retângulo. Interpretar os coeficientes de uma função quadrática e suas relações com o gráfico da função. Utilizar a noção de derivada de primeira e segunda ordem de uma função real a valores reais, as noção de máximo e mínimo local de uma função real a valores reais.

*Teoria:* Álgebra elementar sobre funções reais a valores reais, em particular para a função quadrática. Derivada de uma função real a valores reais e suas propriedades. Noções de área e perímetro de um polígono regular.

*Ostensivos:* algébrico intrínseco e algébrico explícito de uma função quadrática, gráfico para uma função quadrática, figural, língua natural.

*Não ostensivos:* Coeficientes e raízes de uma função quadrática, fórmula de *Bhaskara*, noção de discriminante, noções de operações com números reais, fatoração de equação do segundo grau, noção de área e perímetro de polígonos regulares, noção de vértice de uma função quadrática, noção de derivada de primeira e segunda ordem de uma função real a valores reais e suas propriedades.

*Quadro em que a tarefa é enunciada:* geométrico e algébrico;

*Quadro em que a tarefa é resolvida:* geométrico, algébrico e analítico;

*Mudança de quadros:* passagem do quadro geométrico para o algébrico (Ensinos Fundamental e Médio), do quadro geométrico para o algébrico e deste para o quadro

analítico (Ensino Superior) para criar as imagens mentais que mostram a importância do quadro analítico para a determinação de máximos e mínimos de uma função polinomial de grau maior que 2 e das funções reais a valores reais;

*Pontos de vista:* relação entre grandezas;

*Nível de conhecimento esperado do estudante:* Nível mobilizável para a determinação do perímetro e disponível para a área enquanto uma função real a valores reais. Os estudantes do Ensino Fundamental - anos finais e do Ensino Médio precisam dispor de conhecimentos sobre função quadrática e suas propriedades, seus ostensivos e interpretação do vértice representando a função área. Para os estudantes do Ensino Superior, é preciso dispor da noção de derivada de uma função real a valores reais e suas propriedades e das noções de máximo e mínimo local dessas funções.

## 4 RESULTADOS

Análise do livro didático: *Matemática – Projeto Teláris – 9º ano do EF* (DANTE, 2019). Neste material, o autor introduz a ideia intuitiva de função por meio da relação entre grandezas, utilizando os ostensivos tabela, gráfico e algébrico (fórmula), para os quais considera também a ideia de variável dependente e independente.

Na sequência, são introduzidas as funções afim e quadrática. O estudo da função quadrática inicia-se com a definição: “*toda função de  $IR$  em  $IR$  cuja lei de formação pode ser indicada por  $y = ax^2+bx+c$ , com  $a$ ,  $b$ , e  $c$  reais e  $a \neq 0$* ” (DANTE, 2019, p.88), na qual são utilizados os ostensivos escritural, língua natural e algébrico.

Apesar da noção de função ser introduzida por meio de relações entre grandezas, para a função quadrática, o autor, ao defini-la, usa a noção de relação entre conjuntos, o que pode causar dificuldades aos estudantes, uma vez que essa noção não foi explicitada, ficando a cargo dos professores e dos próprios estudantes que precisam da noção intuitiva de conjuntos para compreendê-la. Além disso, ao definir a noção de função quadrática por meio da noção de relação entre conjuntos, considerando o conjunto dos números reais, é importante que os professores fiquem atentos se os estudantes dispõem desses conhecimentos para acessá-los ou mobilizá-los.

Entre as tarefas tratadas ou propostas quando da introdução da noção de função quadrática, observamos que a ênfase é dada à determinação do valor numérico da função em um ponto e dos zeros da função. É introduzido o estudo do gráfico considerando a

importância de observar o vértice e o eixo de simetria, ressaltando os pontos de máximo e mínimo.

A análise do livro didático: *Matemática: Contexto e Aplicações – 1º ano do EM* (Dante, 2018) permite mostrar que o autor revisita a ideia intuitiva de função introduzida no EF e explicita sua definição enquanto relação entre conjuntos, considerando assim novas noções e propriedades que lhe são associadas e demonstrando-as quando possível. Observamos aqui que a noção intuitiva de conjuntos, suas operações e propriedades foi introduzida em capítulo anterior.

Ainda no 1º ano do EM, o autor revisita a noção de coordenadas cartesianas e utiliza o ostensivo gráfico de uma função para visualizar e determinar: domínio e imagem e crescimento e decrescimento, incluindo funções definidas por intervalos.

São definidas ainda as funções injetoras, sobrejetoras e bijetoras, tratadas formalmente por meio dos ostensivos escritural, língua natural, diagrama de Venn e algébrico, utilizados também para estudar as funções afim, modular e quadrática.

Para o caso específico da função quadrática, após sua definição enquanto função dos reais nos reais, são apresentados exemplos dessas funções em aplicações da geometria, física e esportes. Os ostensivos algébrico e gráfico são privilegiados e o estudo do gráfico é centrado na variação dos coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  para  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , o que possibilita observar o deslocamento da parábola que representa a função em relação aos eixos coordenados.

As tarefas contextualizadas, em geral, correspondem a aplicações intramatemáticas e extramatemáticas, mais particularmente aplicações de geometria e de outras ciências, como a Física e as Artes, para as quais o autor apresenta exemplos reais que podemos encontrar em nosso cotidiano.

A análise do livro didático *Matemática Instrumental* de Chiacchio (2016) utilizado na disciplina de Matemática Instrumental dos cursos de Engenharia analisados propicia identificar que o autor desenvolve os conteúdos relacionados à função quadrática, a partir de quatro situações-problema contextualizadas, objetivando o ensino de funções propostas em suas resoluções.

Com o propósito de resolver tais situações-problema, a partir do ostensivo geométrico, retoma-se o conceito de área, o qual resulta numa função quadrática, e assim apresenta-se a relação de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$ , que recebe o nome de função quadrática ou do 2º grau quando associa a cada  $x \in \mathbb{R}$  o elemento  $(ax^2 + bx + c) \in \mathbb{R}$ , em que  $a \neq 0$ .

Em seguida, considerando apenas a função quadrática enquanto relação entre grandezas, por meio dos ostensivos algébricos, tabela e gráfico, são consideradas as noções de coordenadas cartesianas, construção de gráfico, análise da concavidade da parábola, pontos de máximo e mínimo, assim como domínio e imagem, ou seja, o autor repete o estudo visual das propriedades das funções quadráticas por meio do gráfico. Em seguida, utilizando ostensivos algébricos, discute-se como determinar os zeros de uma função quadrática. Observamos aqui que as noções são revisitadas, supondo que os estudantes sejam capazes de mobilizá-las.

Após essa breve descrição das propostas de ensino e aprendizagem da noção de função quadrática, apresentamos, no quadro<sup>1</sup>, os tipos de tarefas indicados para serem tratados e os relacionamos com as etapas escolares séries finais do Ensino Fundamental (EF), Ensino Médio (EM) e Ensino Superior (ES) de forma a compreender quando são introduzidos ou revisitados.

**Quadro 1:** Tipos de tarefas sobre função quadrática tratadas no EF, EM e ES

<b>Tipos de tarefas</b>	<b>Etapas escolares</b>
T1: Identificar uma função quadrática dada por meio do ostensivo algébrico.	EF, EM, ES
T2: Calcular o valor da variável dependente ( $y = f(x)$ ) ou independente ( $x$ ) para uma função quadrática.	EF, EM, ES
T3: Determinar os zeros de uma função quadrática.	EF, EM, ES
T4: Esboçar o gráfico de uma função quadrática.	EF, EM, ES
T5: Representar áreas, situações da física e do esporte por meio de uma função quadrática.	EM, ES
T6: Determinar o valor de um parâmetro para que uma função seja quadrática.	EM
T7: Determinar o vértice de uma função quadrática (máximo ou mínimo).	EF, EM, ES
T8: Observar a translação do gráfico de uma função quadrática quando variamos seus coeficientes utilizando o <i>software</i> Geogebra.	EM
T9: Determinar os pontos de interseção do gráfico de uma função quadrática com os eixos coordenados para um sistema cartesiano ortogonal.	EM, ES
T10: Determinar a lei de formação da função quadrática a partir do ostensivo gráfico.	ES
T11: Estudar os sinais de uma função quadrática e determinar se $f$ possui um valor máximo ou um mínimo e especificar esse valor.	ES
T12: Representar volume, receita, lucro, custo a partir de uma função quadrática.	ES



T13: Estudar as propriedades de uma função quadrática a partir de seu gráfico.	EF, EM, ES
T14: Estudar as propriedades de funções afim, quadráticas, exponencial e logarítmicas dadas por meio da interseção de seus gráficos (por exemplo: função quadrática e função quadrática, função exponencial e função quadrática, entre outras).	EM, ES

Fonte: Elaborado pelos autores

No quadro 1, observamos que os tipos de tarefas propostos para o 9º ano (estudantes de 14 anos) correspondem principalmente à manipulação dos ostensivos algébrico, tabela e gráfico, quando evocamos o não ostensivo função quadrática. O tipo de tarefa T3 implica que é preciso dispor da noção de equação do segundo grau e de um método de resolução para essa equação e o tipo de tarefa T4 indica que é necessário dispor de conhecimentos sobre representação de coordenadas no sistema cartesiano ortogonal.

Nesse mesmo quadro 1, podemos verificar que novos tipos de tarefas são introduzidos no 1º ano do Ensino Médio (estudantes de 15 anos), sendo que para resolver estas novas tarefas é preciso articular conhecimentos desenvolvidos em anos anteriores, o que exige que os professores fiquem atentos e identifiquem os conhecimentos prévios que precisam ser revisitados e que, se não existirem, devem ser introduzidos.

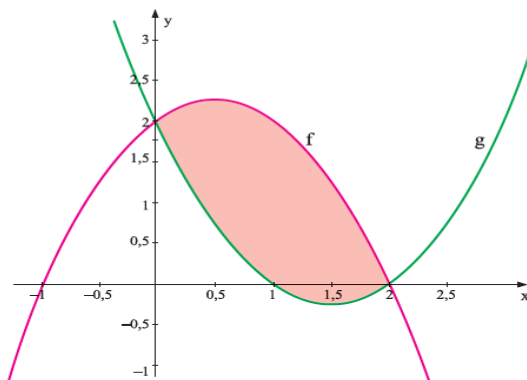
Ainda, ao analisar os tipos de tarefas propostas no ES, foi possível observar que foram revisitadas diversas noções já vistas no EF e EM, e que estas subsidiaram o aprofundamento de novas tarefas que envolvem função quadrática, em particular, exemplos de aplicação extramatemática.

Um exemplo é o T11, que se refere ao estudo dos sinais de uma função quadrática e necessita de conhecimentos relacionados ao T7 sobre a utilização de ostensivo algébrico para o cálculo de máximo e mínimo de uma função quadrática. Observamos ainda que T10 corresponde à passagem do ostensivo geométrico para ostensivo gráfico, o que exige conhecimentos associados à noção de sistemas de equações lineares 2x2 ou 3x3, dependendo dos dados, o que mostra a importância da articulação dos conhecimentos matemáticos desde o Ensino Fundamental.

Percebemos também que, no ES, algumas tarefas exigem dos estudantes um conhecimento mais aprofundado sobre funções quadráticas, uma vez que se trata de problemas mais complexos, demandando um nível mais avançado do conteúdo, o que mostra a necessidade de o professor estar atento a quais conhecimentos prévios devem ser trabalhados.

A análise das questões sobre função quadrática na macroavaliação SARESP mostrou que, apesar de terem sido disponibilizados poucos tipos de tarefas sobre função quadrática, a ênfase é dada às tarefas do tipo T13 e T14, conforme exemplo da figura 1.

Observe os gráficos das funções **f** e **g**.



Essas funções **têm uma raiz em comum**, dada por x igual a

- (A) -1.
- (B) 0,5.
- (C) 1.
- (D) **2.**
- (E) 2,5.

**Figura 1:** Tarefa da avaliação SARESP de 2013  
Fonte: São Paulo, 2013, p. 141

A tarefa da figura 1 teve um índice de acertos de 62%, apesar de um índice baixo para o tipo de tarefa T13, uma vez que esta é tratada no 9º ano do Ensino Fundamental e T14, que é revisitada e ampliada no Ensino Médio por meio do estudo das propriedades das funções dadas por meio das interseções de seus ostensivos gráficos.

Nesse momento, é importante observar que o resultado da macroavaliação SARESP para o Ensino Médio, quando consideramos todas as tarefas de uma mesma prova, em particular o nível de proficiência dos estudantes para a prova do ano de 2013, indica que: apenas 0,2% dos estudantes que participaram da prova atingiram o nível avançado, 4,2% dos estudantes e 40,6% atingiram o nível adequado e básico respectivamente, ou seja, seus conhecimentos foram considerados suficientes, mas o maior percentual (54,9%) foi o de estudantes que estavam no nível abaixo do básico, isto é, seus conhecimentos foram considerados insuficientes.

Ressaltamos ainda que a tarefa da figura 1 é indicada como referente ao nível básico no relatório do SARESP, ou seja, está classificada como suficiente, contudo é importante

observar que, nessa classificação, o nível adequado abrange apenas 4,2% dos estudantes que participaram da prova.

Desse modo, consideramos que os acertos associados à tarefa sobre função quadrática parecem evidenciar que existe coerência entre a relação pessoal esperada dos estudantes do final do Ensino Médio sobre seus conhecimentos mobilizáveis, já que a relação institucional existente, analisada por meio do livro didático para o Ensino Fundamental - anos finais, Ensino Médio e Ensino Superior, aponta que o estudo das propriedades da função quadrática a partir de seu gráfico é privilegiado nas duas etapas que antecedem o ensino superior.

## 5 CONCLUSÃO

Diante das constatações expostas com as expectativas institucionais em termos de praxeologias associadas ao saber a ensinar, relacionadas ao ensino e à aprendizagem da noção de função quadrática na transição entre a Educação Básica e o Ensino Superior, foi possível identificar, em partes, alguns conhecimentos sobre essa noção que podem ser mobilizados pelos estudantes que iniciam cursos de Engenharia.

Ao utilizar a Teoria Antropológica do Didático (TAD) para analisar os livros didáticos, foi possível elencar os tipos de tarefas existentes sobre funções quadráticas, tanto nas séries finais do Ensino Fundamental, como no Ensino Médio e Ensino Superior, buscando entender a atividade como um todo e possibilitar o estudo dos dados, que tendem a mostrar que tipos de tarefas relacionadas às funções quadráticas parecem ser introduzidos, revisitados e ampliados nas etapas escolares consideradas, o que pode auxiliar os estudantes a compreenderem a importância dessa noção, se bem aplicada nos cursos superiores por meio de exemplos específicos.

Notamos que as análises apresentadas mostraram que as noções associadas às funções quadráticas desenvolvidas no 9º ano foram revisitadas e ampliadas no 1º ano do Ensino Médio. No período de transição do Ensino Médio para o Ensino Superior, as tarefas constantes no livro da disciplina de Matemática Instrumental para cursos de Engenharia, além de resgatarem noções já vistas na Educação Básica, contêm propostas de aplicação que exigem a articulação com outros conhecimentos também introduzidos e desenvolvidos na Educação Básica.

Ressaltamos ainda que a análise da macroavaliação SARESP parece sinalizar que um número importante (62%) de estudantes do estado de São Paulo que concluem o Ensino Médio é capaz de mobilizar conhecimentos sobre a função quadrática e suas propriedades, quando esta é apresentada por meio do ostensivo gráfico. Trata-se de um conhecimento prévio importante para servir de base quando da introdução do conceito de integral definida, considerando, por exemplo, a área entre as duas parábolas apresentadas na figura 1.

Certamente, esse novo tipo de tarefa, ou seja, calcular a área da região delimitada pelas duas parábolas exige novos conhecimentos que, se fundamentados sobre conhecimentos prévios existentes, podem motivar os estudantes, conduzindo-os a questionamentos sobre como fazer a passagem do ostensivo gráfico para o algébrico explícito, que se torna necessário para as definições e demonstrações utilizadas na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Superior.

Relevamos ainda a importância da distinção entre os pontos de vista relação entre grandezas e relação entre conjuntos, pois, por meio da relação entre grandezas, é possível motivar o estudo da função quadrática, mas é preciso introduzir a definição de função por meio da relação entre conjuntos, em particular, as funções definidas do conjunto dos números reais no conjunto dos números reais para que os estudantes visualizem a distinção entre conjuntos discretos e contínuos, o que pode ser melhor compreendido quando se utiliza o ostensivo gráfico para representar uma função.

Desse modo, é necessário que o professor dessas três etapas fique atento e identifique conhecimentos prévios necessários para o ensino e a aprendizagem da noção de função quadrática, articulando-os sempre que possível e revisitando-os ou até mesmo introduzindo-os, o que pode auxiliar os estudantes e, conseqüentemente, diminuir a evasão nos cursos superiores.

## REFERÊNCIAS

- Azzolini, A. S. (2012). *A noção de função quadrática na transição entre os ensinos fundamental, médio e superior* (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática), Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo.
- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas. (2012). *Sinopses da Educação Superior, 2010-2000*. Brasília: INEP.
- Chaves, A. P. (2016). *Análise em termos de contextos, de organizações matemáticas e didáticas propostas em livros didáticos de ensino médio* (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des Mathématiques*. v.12(1), 73-112.
- Chevallard, Y. (1994). *Ostensif et non-ostensif dans l'activité mathématique*. Recuperado de <http://yves.chevallard.free.fr/>.
- Chevallard, Y. (1997). *Analyses des pratiques enseignantes et didactiques des Mathématiques: L'approche Anthropologique*. Recuperado de [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php?id\\_article=27](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php?id_article=27)
- Chiacchio, R. S. (2016). *Matemática Instrumental*. Londrina: Editora e Distribuidora Educacional S.A.
- Dante, L. R. (2018). *Matemática: Contexto & Aplicações*. São Paulo: Ática.
- Dante, L. R. (2019). *Projeto Teláris: Matemática*. São Paulo: Ática.
- Dias M. A. (1998). *Problèmes d'articulation entre points de vue "cartésien" et "paramétrique" dans l'enseignement de l'algèbre linéaire* (Thèse de Doctorat), Université Paris 7, Paris.
- Douady, R. (1984). *Jeux de cadre et dialectique ou l'objet dans l'enseignement des mathématiques*, (Thèse de Doctorat), Université Paris 7, Paris.
- Lüdke, M. & André, M. E. A. (2013). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Manzan, A. P. A. (2014). *A apropriação dos conceitos de função afim e quadrática por estudantes de cursos de engenharia*, (Dissertação de Mestrado em Educação), Universidade de Uberaba, Minas Gerais.
- Robert, A. (1997). Niveaux de conceptualization et enseignement secondaire. In J.L. Dorier, G. Harel, J. Hillel, M. Rogalski, J. Robinet, A. Robert, A. Sierpiska & al. (Eds), *L'enseignement de l'algèbre linéaire en question*. (pp. 149-157), Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions.

- Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 18(2), 139-190.
- Rogalski, M. (2001). *Les changements de cadre dans la pratique des mathématiques et le jeu de cadres de Régine Douady*. In: Actes de la journée en hommage à Régine Douady. (pp.13 -30), Paris: IREM Paris 7.
- Rogalski, M. (2013). Quelques points sur l'histoire et l'épistémologie des fonctions, pouvant éclairer certaines questions didactiques sur leur enseignement. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, v. 6(1), 147-169.
- Santos, J. B. (2017). *O conceito de Função Quadrática nos Livros Didáticos do Ensino Médio*. Uma análise praxeológica das atividades propostas. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática), Universidade Federal de Pernambuco, Pernambuco.
- São paulo. *SARESP: Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo*, 2010, 2011, 2012, 2013, 2104, 2015, 2016, 2017, 2018. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo – SEE/SP. Recuperado de <https://www.educacao.sp.gov.br/consulta-saresp.html>.

## NOTAS

### TÍTULO DA OBRA

Noção de função quadrática na transição entre a educação básica e o ensino superior

#### Mariana da Silva Nogueira Ribeiro

Mestra em Educação Matemática e Doutoranda em Educação Matemática  
Universidade Anhanguera de São Paulo, Departamento Educação Matemática, São Paulo, Brasil  
masilfar@hotmail.com  
<https://orcid.org/0000-0001-5079-9584>

#### Marlene Alves Dias

Doutora em Matemática  
Universidade Anhanguera de São Paulo, Departamento Educação Matemática, São Paulo, Brasil  
masilfar@hotmail.com  
<https://orcid.org/0000-0001-9168-9066>

#### Helenara Regina Sampaio Figueiredo

Doutora para Ensino de Ciência e a Matemática  
Unopar, Departamento de Metodologias para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias, Londrina, Brasil  
masilfar@hotmail.com  
<https://orcid.org/0000-0001-7974-0818>

### Endereço de correspondência do principal autor

Rua Eduardo Benjamin Hosken, 173, CEP 86020 - 440, Londrina, PR, Brasil.

### CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

**Concepção e elaboração do manuscrito:** M. S. N. Ribeiro, M. A. Dias, H. R.S. Figueiredo

**Coleta de dados:** M. S. N. Ribeiro, M. A. Dias, H. R.S. Figueiredo

**Análise de dados:** M. S. N. Ribeiro, M. A. Dias, H. R.S. Figueiredo

**Discussão dos resultados:** M. S. N. Ribeiro, M. A. Dias, H. R.S. Figueiredo

### CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA

Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

### FINANCIAMENTO

Não se aplica.



#### **CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM**

Não se aplica.

#### **APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA**

Não se aplica.

#### **CONFLITO DE INTERESSES**

Não se aplica.

#### **LICENÇA DE USO**

Os autores cedem à **Revemat** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a [Licença Creative Commons Attribution](#) (CC BY) 4.0 International. Esta licença permite que **terceiros** remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os **autores** têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

#### **PUBLISHER**

Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no [Portal de Periódicos UFSC](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

#### **EDITOR**

Méricles Thadeu Moretti e Rosilene Beatriz Machado

#### **HISTÓRICO**

Recebido em: 20-09-2019 – Aprovado em: 14-05-2020

