Artigo Original

REVEMAT
REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

AÇÕES COLABORATIVAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES: INVESTIGAÇÃO DOS CONCEITOS DE PADRÃO E GENERALIZAÇÃO

Patterns and generalizations for algebra education: collaborative actions in teacher training

Maria Auxiliadora Vilela **PAIVA**
Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória-ES, Brasil
vilelapaiva@gmail.com
https://orcid.org/0000-0003-2713-1345

Tatiana Bonomo de **SOUSA**
Secretaria da Educação do Estado do Espírito Santo, Vitória-ES, Brasil
tatibonomo@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-1341-2907

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo

RESUMO

Esse artigo traz reflexões sobre uma formação continuada, parte de uma pesquisa qualitativa, que teve por objetivo investigar os saberes docentes (re)construídos por professores do Ensino Fundamental, por meio do estudo de padrões e generalizações. Destaca-se nessa pesquisa o papel dos saberes que emergem da prática para construção de saberes próprios da profissão docente. O estudo baseou-se em teorias que valorizassem a apropriação de uma matemática para o ensino, em um processo coletivo e colaborativo de formação. Os relatos dos professores nas discussões coletivas revelaram que eles, em sua maioria, se apropriaram de uma cultura matemática referente ao conteúdo de padrões e generalizações, pois conceitos relacionados a esses conteúdos e às ideias subjacentes surgiram das reflexões da prática docente e das discussões das problematizações propostas. Ao enfatizar processos de colaboração e investigação, essa formação continuada proporcionou, dentro de um contexto histórico, social e cultural, a (re)construção de novos saberes de uma matemática para o ensino da Álgebra.

Palavras-chave: Formação continuada, Saberes docentes, Matemática para o ensino, Padrões e generalizações.

ABSTRACT

This article brings reflections on continuing teacher training, part of a qualitative research that aimed to investigate the teaching knowledge (re) constructed by elementary school teachers through the study of patterns and generalizations. Stands out in this research, the role of the knowledges that emerge from practice, for the construction of specifics knowledges of teacher profession. The study based on theories that value a mathematics for teaching, in a colletive and colaborative process. The teachers reports in the colletive discussion revealed that them, in their majority, appropriated of a mathematics culture referring to the content of patterns and generalizations, since concepts related to these contents and the underlying ideas emerged from their teachers practice reflections and from proposed problematizations discussions. To emphasize collaboration and investigation this teacher training process provided, within a historical, social, cultural context, the (re) construction of new mathematics knowledge for teaching Álgebra.

Keywords: Teacher knowledge, Mathematics for teaching, Patterns, Generalizations.

1 INTRODUÇÃO

Ao pensar e planejar um curso de formação de professores como instrumento de uma pesquisa qualitativa, um fato era certo, não queríamos repetir cursos pautados na transmissão da matemática estabelecida e com práticas padronizadas. Foi preciso entrar no debate sobre formação de professores que ensinam matemática, considerando a reflexão sobre que saberes os professores precisam para ensinar e como eles se apropriam desses saberes. A reflexão sobre a articulação da matemática acadêmica e matemática escolar também foi objeto de nossas discussões, remetendo-nos às ideias do matemático alemão Felix Klein que, em sua obra *Matemática elementar de um ponto de vista superior (2009, tradução portuguesa), apontava o divórcio entre a formação universitária do professor e a prática de sala de aula*[1].

Giraldo (2018, p. 38), aponta em linhas gerais que

> a dicotomia entre a matemática acadêmica e a matemática escolar pressupõe concepções sobre academia e escola, seus papéis e funções sociais. Uma primeira visão – muito simplificada – seria a de que a academia é o lugar onde o conhecimento é produzido e de onde se deve, portanto, ditar o que é matemática e como esta deve ser ensinada na escola. E a escola, por sua vez, é um lugar onde a matemática, produzida na academia, é "simplificada" e "difundida", por e para grupos que não interferem em sua produção.

Sugere, principalmente, que olhemos para outra dicotomia do ensino da matemática que é a simples exposição da matemática já estabelecida que denomina "*exposição naturalizada da Matemática"* (Giraldo, 2018, p.41) pela qual a matemática se apresenta como um corpo de conhecimento pronto e acabado *versus* uma exposição problematizada da matemática que pressupõe uma nova concepção do que seja a matemática e seu ensino.

> [...] uma concepção da matemática a partir de seus múltiplos processos sociais de produção o que inclui tanto os processos históricos de produção de conhecimento, que levaram às formas como a matemática está estabelecida hoje, como os processos de produção e mobilização de saberes nos contextos sociais escolares. (Giraldo 2018, p. 41).

No sentido de trazermos para a formação continuada a matemática em uma abordagem problematizada, optamos por uma metodologia de formação que permitisse aos professores, coletivamente, com base em suas vivências ao longo do processo formativo,

[1] Felix Christian Klein – 25/04/1849, Düsseldorf, Alemanha – 22/06/1992, Göttingen, Alemanha. Na versão original, *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus*. Na versão em língua inglesa, *Elementary Matehematics from na Advanced Standpoint*.

(re)construírem saberes relacionados à Álgebra para o ensino, na medida que discutiam suas percepções sobre o tema, resolviam problemas sobre padrões e generalizações e traziam suas experiências de sala de aula.

Para Davis e seus colaboradores (2009, 2012, 2014), discussões e reflexões no coletivo, em grupos que trabalham colaborativamente, possibilitam que saberes surgidos da investigação da prática docente dos envolvidos estejam direcionados à construção de uma matemática para o ensino, constituindo uma cultura própria.

Consideramos que Shulman (1986,1987) faz referência ao fazer do professor, à prática quando se refere aos aspectos do conteúdo mais apropriados ao ensino, relacionando a uma maneira particular de olhar para os conteúdos. É o conhecimento do conteúdo para ensinar que ele denomina de "conhecimento pedagógico do conteúdo", proposto como sendo conhecimentos do professor sobre aspectos do conteúdo que o tornam compreensível a outros - amálgama especial entre conteúdo e pedagogia. Esse saber não é ensinado, mas construído pelo professor ao se aprofundar nos estudos dos conceitos matemáticos, traçar estratégias de ensino e investigar seu fazer docente.

Desse modo, a proposta de formação docente deste estudo, ao valorizar os saberes da prática e a investigação coletiva de conceitos, partiu de alguns pressupostos, entre eles que os professores são profissionais e, como tal, têm saberes próprios da profissão docente, como enfatizado por Tardif, Lessard e Gauthier (1998), Tardif (2002), Shulman (1986, 1987), Ball (2008), Davis e Renert (2012), Misukami (2004), Giraldo e Roque (2014) e Paiva (2018). Pautou-se, também, em reconhecer que cada docente se apodera do que foi produzido coletivamente pela humanidade de forma singular, conforme sua realidade histórica, cultural e social inerente à sua prática profissional (Charlot, 2005).

Considerando que a formação continuada proposta, com base em uma matemática problematizada e nos relatos e reflexões da prática docente promoveria apropriação de saberes vários, estimulando o desenvolvimento profissional dos professores. Com a finalidade de construir conceitos matemáticos para ensino, que contemplem o contexto e a cultura na ação cotidiana de sala de aula é que esse projeto de pesquisa se desenvolveu.

Esse artigo é um recorte de uma pesquisa mais ampla que teve por objetivo analisar os saberes docentes (re)construídos por professores do Ensino Fundamental para o ensino de Álgebra por meio do estudo de padrões e generalizações.

O conteúdo de padrão e generalização, objeto de estudo da pesquisa, pode ser encontrado em várias pesquisas apresentadas por Barqueiro (2016), as quais evidenciam a importância da presença de atividades de generalizações de padrões em todas as etapas

da Educação Básica, e possibilitam a professores e alunos relacionarem os diversos aspectos do pensamento algébrico. Defende-se que o estudo do conteúdo de padrões e generalizações de forma problematizada e em um processo colaborativo possibilita ao professor estabelecer relações entre a linguagem aritmética e a geométrica e, enfatizar o conceito de variável e, por conseguinte, construir uma nova cultura matemática que contribui para a construção de uma nova concepção de Álgebra.

2 MATEMÁTICA PARA O ENSINO E FORMAÇÃO DOCENTE

A Matemática para o ensino, segundo Davis e Simmt (2006), é uma perspectiva teórica cujo objetivo é analisar como os professores (re)constroem ou mobilizam seus saberes, considerando os aspectos individuais e os coletivos, bem como os meios de compartilhar esses saberes. Para eles,

> Matemática para o ensino compreende uma complexa rede de entendimentos, disposições e competências que não são facilmente nomeados nem medidos. A complexidade imbricada na matemática para o ensino deve ser experimentada – vista, ouvida e sentida. (Davis e Renert, 2014, p.3, tradução nossa)

Para Davis e Simmt (2006), o princípio organizador da Matemática para o ensino é a articulação entre as categorias consideradas mais estáveis (currículo, conceitos matemáticos) e outras mais dinâmicas (entendimento subjetivo, coletividade da sala de aula) do conhecimento matemático, sendo fundamental para o ensino da disciplina. Para esses autores, os quatro aspectos das categorias: o currículo, os conceitos matemáticos, o entendimento subjetivo e a coletividade da sala de aula, não devem ser interpretados de forma isolada, eles estão aninhados, integrados e têm uma estreita ligação com a prática docente. Os autores afirmam que esses quatro aspectos são importantes para a apropriação de uma matemática par ao ensino, e podem fundamentar cursos de Matemática oferecidos a professores.

Os aspectos relacionados aos objetos matemáticos referem-se às concepções pessoais dos professores sobre o conteúdo e as interpretações matemáticas compartilhadas no ambiente escolar, configurando uma cultura própria e a estrutura curricular que envolve a Matemática. Desse modo, a construção dos saberes da Matemática para o ensino está ligada e entrelaçada à prática docente, sendo mobilizados e construídos juntamente com a prática profissional, em uma estreita relação com o saber pedagógico do conteúdo apregoado por Shulman(1986).

Na perspectiva da Matemática para o ensino, Davis e Simmt (2012, p. 5) propõem para a formação continuada o *Concept Study*. O *Concept Study* será denominado por nós como *Investigação do Conceito*, como sugerido por Giraldo e Rangel (2017) ao retratarem essa teoria de formação utilizada em processos de formação continuada de professores. Estruturado como um estudo coletivo, no qual professores compartilham experiências que emergem de sua prática de sala de aula, os participantes são estimulados a questionar e a (re)construir seus saberes de Matemática para o ensino. Segundo Davis (2012), a Investigação do Conceito combina elementos de duas noções proeminentes da pesquisa em Educação Matemática Contemporânea: estudo de lições e análise de conceitos. Imerso em uma estrutura colaborativa de estudo da aula, o estudo de lições envolve os professores em um processo de exame e de elaboração de entendimentos matemáticos. Esses engajamentos possibilitam a eles aperfeiçoar a qualidade do ensino e, consequentemente, enriquecer as experiências de aprendizado de seus alunos. Já a análise de conceitos consiste em investigar as estruturas lógicas e as associações inerentes aos conceitos matemáticos, quando professores refletem acerca das diferentes maneiras de os conceitos surgirem na Matemática e nos contextos sociais.

A Investigação do Conceito pode ser utilizada como uma metodologia para a formação continuada, bem como, ser um instrumento de produção de dados a respeito dos saberes dos professores de Matemática fundamentados na concepção da Matemática para o ensino.

Os pressupostos que orientam a Investigação do Conceito, são:

> No aspecto individual, compreensão de que conceitos matemáticos e concepções de Matemática são emergentes.
> No aspecto cultural, os professores são os participantes vitais na produção da Matemática, principalmente, por meio da seleção e da ênfase preferencial dada a interpretações particulares.
> No aspecto coletivo social, os saberes de Matemática dos professores são amplamente tácitos, mas elementos cruciais desses saberes podem ser questionados em grupo.
> Saber individual e saber coletivo não podem ser dicotomizados. (Davis e Renert, 2012, p. 6, tradução nossa)

De acordo com Davis e Renert (2012), na estrutura de estudo coletivo, o foco não deve ser direcionado apenas para o desenvolvimento pessoal, mas também para as relações entre o individual e o coletivo, em uma perspectiva cultural. A formação de professores deve, assim, pautar-se na construção de saberes compartilhados e na autopercepção de cada participante como membro de uma comunidade que compartilha culturas.

Ao corroborarmos com esse modelo de formação no que se refere à colaboração e às ações coletivas, entendemos que é no coletivo que se constroem os saberes necessários à docência. Além disso, as ações de formação encontram-se unidas ao desenvolvimento de conceitos matemáticos, tendo a prática como lugar de produção e de construção de conceitos para o ensino. Segundo Davis e Renert (2014), a Matemática para o ensino é uma forma de relacionar-se com o conhecimento do conteúdo, que propicia ao professor um saber sobre o que ensinar e, a partir dessa compreensão, estruturar situações de aprendizagem. Produz-se, assim, teoria por meio da prática e vice-versa e, nesse sentido, cria-se uma cultura específica de valorização do saber científico e do saber escolar.

Seguindo uma outra lógica, que não a de Davis e Rennert (2014), Ball, Thames e Phelps (2008) também enfatizam o papel da prática na formação. O constructo teórico do conhecimento matemático para o ensino desenvolvido por esses autores, baseado na prática docente, contribui para refletir sobre a formação do professor de Matemática da escola básica. Vemos que um dos objetivos centrais do trabalho de Ball, Thames e Phelps (2008) era a formulação de uma teoria estruturada na prática e relacionada a conhecimentos matemáticos para o ensino. Segundo esses autores, basicamente, o conhecimento comum do conteúdo caracteriza-se em saber utilizar notações e termos adequadamente, saber resolver exercícios e problemas e identificar respostas corretas e incorretas. É um conhecimento não exclusivo do professor, outros profissionais com formação em Matemática também o possuem e o utilizam. Já o conhecimento especializado do conteúdo é pautado na ideia de que o ensino requer do professor um conhecimento além do que está sendo efetivamente ensinado, como, por exemplo, ter clareza dos conceitos, dos objetivos e das possíveis articulações a serem alcançadas com determinado conteúdo. Segundo Ball, Thames e Phelps (2008), reconhecer se uma resposta está incorreta é um conhecimento comum do conteúdo, porém encontrar a natureza de um erro e buscar estratégias para superá-lo referem-se a características do conhecimento especializado do conteúdo.

Outro aspecto ligado à construção de uma matemática para o ensino diz respeito às concepções e crenças que se tem do conteúdo a ser ensinado. Como nosso foco é o conteúdo de Álgebra, trazemos para a discussão algumas reflexões de Miguel, Fiorentini e Miorim (1993), que, ao discutirem mudanças ocorridas na Educação Algébrica no Brasil, apontam que as concepções de Álgebra, construídas ao longo da história, tinham como característica principal reduzir o pensamento algébrico à linguagem algébrica, ou seja,

desconsiderava-se a linguagem aritmética e a geométrica como formas de expressar o pensamento algébrico.

Mais recentemente, Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005) apresentaram formas de desenvolver o pensamento algébrico. Para eles, as investigações matemáticas podem ser realizadas por meio de atividades exploratórias, de maneira que os estudantes possam mobilizar e desenvolver aspectos do pensamento algébrico, como:

> Estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos; Perceber e tentar expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema; Produzir mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema; ou, reciprocamente, produzir vários significados para uma mesma expressão numérica; Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas; Transformar uma expressão aritmética em outra mais simples; Desenvolver algum tipo de processo de generalização; Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias; Desenvolver/criar uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente. (Fiorentini, Fernandes & Cristóvão, 2005, p. 5)

De acordo com esses autores, entre outros aspectos, as atividades envolvendo generalizações de padrões matemáticos devem ser utilizadas como ferramenta para auxiliar os professores nos processos de identificação, desenvolvimento e de caracterização desse pensamento. O que coaduna Mason (1996, p. 65) ao afirmar que “a generalização é o batimento cardíaco da Matemática” (tradução nossa). Os estudos de Mason (1996) apresentam a generalização de padrões numéricos e geométricos como uma abordagem eficiente para introduzir Álgebra. Consideramos, pois, que o estudo de padrões e generalizações possibilita, além da construção do pensamento algébrico, o desenvolvimento de vários conceitos matemáticos.

3 A PESQUISA E A INVESTIGAÇÃO DOS SABERES DOCENTES

A pesquisa configurou-se como um trabalho de natureza qualitativa, com algumas características da Investigação do Conceito. Buscou-se, nesse sentido, estabelecer relações com os professores, valorizando o saber que emergisse da prática. Para tal, enfatizou-se a problematização do conceito, estimulando a interação entre os professores, de forma que o compartilhamento de experiências possibilitasse o despontar de novos saberes e uma nova cultura matemática emergisse das aprendizagens coletivas e individuais.

Para realizar a pesquisa foi ofertada aos professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental do município de Cariacica/ES/Brasil uma formação continuada

denominada: *Saberes Docentes da Álgebra,* com 80 horas divididas em momentos presenciais e discussões e estudos no Ambiente Virtual de Aprendizagem- *Moodle*, que valorizou processos reflexivos individuais e coletivos e saberes que emergiram nos diálogos.

Em uma linha colaborativa, a metodologia estimulou e enfatizou a comunicação entre os professores/cursistas e os pesquisadores, de forma que pudessem expor suas próprias experiências e seus saberes individuais, bem como, (re)construir e elaborar no coletivo uma matemática para o ensino da Álgebra ao discutir padrões e generalizações.

Nesse contexto, foi proposta uma metodologia de formação com características baseadas em alguns princípios para a formação de professores, os quais valorizam a profissão docente e a apropriação pelos professores de uma matemática para o ensino. Desse modo, esses princípios foram organizados com base nos estudos de Paiva (2018):

> I) Os professores possuem saberes próprios de sua profissão;
> II) A sala de aula é espaço de produção de conhecimento;
> III) Valorização da construção de saberes para o ensino baseada na prática profissional docente;
> IV) Processo de Formação em contextos colaborativos que valorize discussões coletivas de conceitos;
> V) O professor como protagonista na construção de práticas matemáticas.

Para efetivar a proposta deste estudo, as etapas do curso de formação continuada consistiram em:1. Preparação e planejamento das ações; 2. Realização de encontros presenciais, quinzenais, com o grupo; 3. Atividades e interação no ambiente virtual de aprendizagem; 4. Momentos de elaboração e aplicação coletiva de uma sequência de atividades em sala de aula pelos professores-alunos; 5. Avaliação. Nesses encontros presenciais e nas discussões no ambiente virtual de aprendizagem foram abordadas várias questões teóricas e práticas. Destacam-se, neste estudo, duas das situações-problema propostas na formação continuada, caracterizadas como unidades de análise, com o intuito de problematizar o conteúdo e identificar os saberes docentes que emergiram nas discussões.

Na Unidade de análise 1, a situação-problema apresentada na Figura 1 objetivou identificar os saberes docentes da prática, relacionados a generalizações de padrões matemáticos. Essa atividade foi elaborada e organizada pelas pesquisadoras e validada pelo grupo de pesquisa GEPEM-ES.

Na atividade solicita-se aos alunos a generalização de um padrão geométrico a partir de uma sequência de figuras. Professor, faça uma breve análise das respostas apresentadas por cada aluno de acordo com sua prática em sala de aula.

Observe a sequência de figuras. Escreva a expressão algébrica que determina o número de pontos correspondentes da figura que está na posição "n" da sequência.

1ª fig. 2ª fig. 3ª figura

Aluno 1	Aluno 2
2n - 1	2n + 1
Aluno 3	Aluno 4
2 vezes o número da figura menos 1	2(n + 1) - 1

Figura 1: Situação-Problema da Prática: Generalização de Padrões Matemáticos.
Fonte: Sousa (2019, p.70)

A seguir, foram selecionadas e transcritas as percepções de três professores participantes sobre a situação-problema.

> *P8 - Alunos 2 e 4 estão corretos. Aluno 2 observou que em cada figura o número de pontos é o dobro da figura posicionada mais 1. Aluno 4, percebe-se que é um raciocínio equivalente da forma apresentada pelo aluno 2. Os alunos 1 e 3 estão errados.*
> *P2 - Os alunos 2 e 4 desenvolveram o mesmo raciocínio na composição da expressão algébrica, [...]. Os alunos 1 e 3, por sua vez, aproximam-se em raciocínio, porém apresentam estruturas diferentes, [...] não concluem corretamente a quantidade de pontos da figura, tiveram dificuldade na linguagem algébrica.*
> *P5 - De acordo com as respostas apresentadas, os alunos 1 e 3, 2 e 4 deram as mesmas respostas utilizando linguagens diferentes e dependendo dos valores atribuídos a "n", as expressões são válidas e verdadeiras.* (Sousa, 2019, p.71)

A professora P8 descreveu que os alunos 2 e 4 estão corretos, e que o aluno 2 teve um raciocínio equivalente ao do aluno 4. Afirmou, também, que os alunos 1 e 3 estavam errados. Pode-se verificar que, nessa situação-problema, afirmar que as respostas estão certas ou erradas não é atitude suficiente para o ensino, pois, dessa forma, identifica-se apenas o *conhecimento comum do conteúdo* como apresentado pela professora P8. Segundo Ball, Thames e Phelps (2008), "Ensinar envolve mais do que identificar uma resposta certa ou errada, requer capacidade de identificar a fonte do erro matemático e buscar estratégias para superá-lo". (Ball, Thames & Phelps, 2008).

É possível observar também que a professora P2, além de identificar que os alunos não concluíram a quantidade de pontos da atividade da Figura 1, demonstrou ter "conhecimento dos estudantes e do ensino". Disse que poderiam pensar na questão

proposta, destacando que eles possuem raciocínios próximos e que, possivelmente, tiveram dificuldade no desenvolvimento da linguagem algébrica. Esse é outro ponto destacado por Ball, Thames e Phelps (2008) em relação ao conhecimento do conteúdo para os estudantes que se refere à necessidade de os professores reconhecerem diferentes estratégias elaboradas pelos alunos.

Em seguida, logo após a resolução dessas situações-problema, houve uma discussão coletiva com base nas respostas apresentadas pelos professores. Esse momento foi relevante para o desenvolvimento das etapas da pesquisa, visto que possibilitou identificar que alguns professores não conseguiram analisar as respostas dos alunos, denotando falta de conhecimento do conteúdo, já que não identificaram quais alunos conseguiram desenvolver a generalização algébrica do padrão da sequência de figuras.

No segundo momento da discussão coletiva foi apresentada, por meio de slides, a situação-problema da Figura 1 e as resoluções dos professores P8, P2 e P5. O intuito foi estimular discussões coletivas no grupo ao observar as análises dos três professores selecionados sem, contudo, identificá-los. Para isso, foram selecionadas algumas discussões após a apresentação das resoluções dos três professores.

> *P2: Quando a professora P5 analisa e diz que os 4 alunos estão certos, está errado! Pois um deles colocou 2n+1 e outro 2n-1, são coisas totalmente diferentes.*
> *P5: Acredito que a professora P5 pensou que os alunos 1 e 3 devem ter colocado o número de pontos da linha horizontal ou o valor da próxima figura e não especificaram o valor que atribuíram para n.*
> *P6: Ou a professora P5 pensou que os alunos consideraram que o número de bolinhas total é a multiplicação da base vezes o valor da altura, que é 2 menos 1.*

Ao discutir a resolução dos professores, a professora P2 apresentou uma única análise plausível para a situação-problema ao questionar as análises apresentadas pela professora P5. Convém salientar que o objetivo de os professores analisarem as respostas dos alunos foi no sentido de observar suas diversas perspectivas ao comentarem a mesma situação-problema e, assim, gerar discussões e reflexões acerca da prática docente relacionada àquele conteúdo.

A professora P5 respondeu à pergunta da professora P2 justificando que o professor, ao analisar a questão, pode ter pensado que os alunos 1 e 3 colocaram o número de pontos da linha horizontal ou o valor da próxima figura e não especificaram o valor que atribuíram para *n*. E o professor P6 acrescentou que os alunos também podem ter pensado no número de bolinhas na base vezes a altura, sendo essa altura igual a 2 menos uma unidade.

Pelas respostas, é possível inferir que houve argumentação significativa dos professores em relação às análises apresentadas pelos próprios colegas, o que possibilitou avanços nas discussões referentes ao significado atribuído às variáveis no processo de generalização. No entanto, ficou claro que os professores sentiram necessidade de questionar os resultados da situação-problema apresentada, no sentido de identificar a forma de raciocínio ao padronizar e desenvolver o processo de generalização.

As discussões em relação a isso se referem ao conhecimento do conteúdo a ser ensinado, proposto por Shulman (1986) e, mais ainda, como cada professor constrói esse conceito ao experienciar essas interações. Essa discussão contribuiu para perceber como o professor, ao discutir e entender o significado de variável de uma equação algébrica, pode tornar o conteúdo de padrões e generalizações compreensível ao aluno, ao estimulá-lo em um ambiente investigativo. Segundo Shulman (2005), não basta o professor conhecer o que ensina, mas também identificar o que fazer com esse conhecimento. Em suas palavras: "Compreender por si só não é suficiente. A utilidade deste conhecimento é o seu valor de discernir e agir". (Shulman, 2005, p. 19).

Somado a isso, nos diálogos realizados no ambiente virtual ao trocarem ideias nos fóruns de discussão sobre conceito e nas discussões durante o curso de formação surgiram evidências de que os professores construíram conceitos de Álgebra, bem como, conseguiram refletir sobre a importância de interagir com os alunos, de forma com que eles possam dar significado ao conceito de variável no processo de generalização do padrão matemático. Desse modo, além das discussões que proporcionaram a construção de saberes do conteúdo a ser ensinado, os professores conseguiram perceber que considerar as diferentes perspectivas dos colegas ao analisar a mesma situação-problema contribui para o processo de construção do conceito.

Ainda foi possível observar que os professores\cursistas esboçaram diversas perspectivas no sentido de compreender as resoluções apresentadas na situação prática da Figura 1. Algumas das argumentações deles não ficaram reduzidas à apropriação ou não do conteúdo pelo aluno, mas também na investigação das possíveis causas e estratégias de ensino para superar os obstáculos da aprendizagem desse conteúdo - o que aponta o desenvolvimento do *conhecimento pedagógico do conteúdo*, segundo Shulman (1987, p.9). Como enfatizado anteriormente, a formação de professores deve ser pautada na construção de saberes socializados e na percepção de cada participante como membro de uma comunidade que compartilha culturas.

Assim, com base nos diálogos realizados e na estratégia de investigação utilizada na pesquisa, essa segunda unidade de análise, na Figura 2, caracteriza-se como uma estrutura de estudo individual e coletivo, no qual os professores compartilharam experiências emergentes de sua prática docente, visando questionar e (re)construir os próprios saberes da Matemática para o ensino de padrões matemáticos e generalizações.

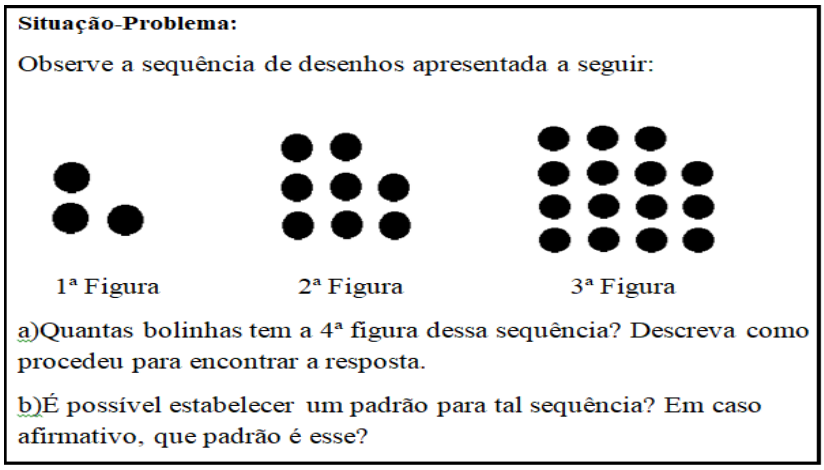

Figura 2- Situação-problema 2

Fonte: Souza e Pantaro (2008, p. 27)

O propósito dessa situação-problema foi possibilitar aos professores aprofundar saberes para o ensino de generalizações de padrões geométricos, numéricos e sequências, bem como, observar aspectos do pensamento algébrico que surgem nas discussões coletivas. Atividades como essas já haviam sido propostas no encontro anterior, o que permitiu que as discussões avançassem e os professores explicitassem de forma mais clara as generalizações que chegavam. Isto pode ser observado nas soluções retratadas no Quadro 1 a seguir:

Quadro 1- Soluções da Situação problema 2

1. Solução 1- Professor P3	Solução 2- Professor P9
a) 24 bolinhas, parte do entendimento de que a primeira figura se comporta na base 2 como (b^2 -1), a próxima figura terá base 3, segue o padrão conforme a base.	a) $4^2+4+4=24$ bolinhas
b) sendo "n" o valor posicional da figura em uma sequência ordenada, cujos números são naturais e diferentes de zero, define-se b a base da figura por n+1. Para determinar a quantidade de pontos da figura, fazemos b^2-1. Logo, $(n+1)^2-1=n^2+2n+1-1=n^2+2n$.	b) foi observada a regularidade nas figuras, um quadrado no meio mais uma linha horizontal e vertical de mesmo número do lado do quadrado; $1^2+1+1=3$ generalizando: $2^2+2+2=8$ x^2+x+x $3^2+3+3=1$ x^2+2x

Fonte: (Sousa, 2019, p.78)

Conforme Davis (2012), as percepções são caracterizadas por um conjunto de elementos conceituais e experienciais adquiridos ao longo da trajetória profissional. Destacamos que, no caso em análise, os professores com trajetórias profissionais distintas apresentaram de diferentes formas os conceitos relacionados à resolução do problema sobre generalização do padrão geométrico.

O grupo de professores argumentou que, no caso dos estudantes do 6° e 7° anos do Ensino Fundamental, em fase de apropriação da linguagem algébrica, a solução 2, da professora P9, é a mais viável a princípio. Contudo, à medida que os estudantes demonstrarem compreender melhor os conceitos algébricos, o professor deve construir, diversificar e explorar novas formas de representações. Assim, para eles, é importante articular soluções aritméticas, de forma a promover uma generalização que possibilite aos estudantes desenvolverem processos de abstração da Álgebra conforme a solução 1, apresentada pelo professor P3.

Dessa discussão coletiva pode-se dizer que as interpretações dos professores foram ampliadas devido às opções dadas pelos dois professores. Assim sendo, é possível inferir que, ao refletir e relatar implicações e relevâncias elencadas em cada uma das soluções, o professor adquire uma visão dos processos de desenvolvimento do pensamento algébrico, ao desenvolver estudos de padrões e generalizações.

Para exemplificar, tem-se o relato da professora P5:

> *P5: Considero importante deixar o aluno expressar a regularidade por meio de uma linguagem mais natural, incentivar a desenvolver os casos particulares na representação numérica para que, aos poucos, consiga desenvolver a equação que representa o caso geral. (Sousa, 2019, p.80)*

Essa fala da professora ressalta o que dizem Ball et al. (2008), isto é, que o conhecimento especializado do conteúdo requer do professor a competência para identificar os conceitos e explicar os *porquês* de uma ou outra interpretação do problema. Para a autora, se o professor não conseguir perceber as ideias implícitas em cada situação, não conseguirá analisar como o aluno pensa.

Segundo Davis e Renert (2009), uma das maneiras de construir novos saberes ocorre quando os professores compartilham suas experiências em discussões coletivas. Na resolução do problema descrito anteriormente, eles perceberam que há diferentes formas de identificar o padrão e de generalizar e, ao se conscientizarem dessas construções, desenvolveram uma matemática para o ensino de Álgebra na educação básica, envolvendo, por exemplo, expressão algébrica, padrões e variável.

Embora neste texto só nos foi possível apresentar apenas essas duas situações-problema, vale ressaltar que em todas as atividades propostas houve um momento de resolução em pequenos grupos para, posteriormente, cada grupo socializar no coletivo suas resoluções, dificuldades e avanços. A socialização das estratégias e as discussões em torno dos conceitos que emergiam possibilitaram aos professores construir uma Matemática para o ensino de padrões e generalizações e, consequentemente, para o ensino da Álgebra. Cabe ressaltar, ainda, que as discussões no ambiente virtual de aprendizagem e os estudos teóricos com relatos de experiências de sala de aula sobre o ensino de padrões e generalizações favoreceram e estimularam o repensar da prática pedagógica desses professores. Enfatizamos, também, que a interação no coletivo estimulou discussões no sentido de evidenciar os saberes da experiência e articular saberes de cunho teórico e prático.

4 CONCLUSÕES

No sentido de analisar a apropriação de saberes docentes para o ensino da Álgebra, trabalhamos com os professores, via formação continuada, os conteúdos de padrões e generalizações que proporcionaram relacionar diversos aspectos do pensamento algébrico.

Partimos dos pressupostos de que a formação é uma ação social, a docência requer saberes próprios, a prática do professor tem um papel fundamental na construção de seus saberes e a ênfase nas ações coletivas contribui para a socialização e a internalização de entendimentos e experiências.

Desse modo, consideramos que ações colaborativas, desenvolvidas durante a formação continuada, efetivadas por meio da resolução de diferentes situações-problema e seguidas de discussões e reflexões, proporcionaram a construção de saberes conceituais sobre o conceito de padrões e generalizações e possibilitaram aos professores relacionarem várias formas de linguagem. Tudo isso produzido por meio de processos culturais e históricos de problematizações.

A metodologia de formação estimulou as interações coletivas de forma que os saberes individuais, surgidos durante as resoluções dos problemas propostos, e as experiências da prática docente emergissem proporcionando aos professores a construção de novos saberes para o ensino.

Valorizou-se, assim, as percepções dos professores tanto ao resolverem problemas individualmente ou em grupo, quanto ao discutirem as soluções de alunos - o que lhes permitiu perceberem as estratégias utilizadas e as dificuldades no desenvolvimento da linguagem algébrica. Foi possível perceber vários avanços dos professores relacionados aos conteúdos da Álgebra, como, por exemplo, o significado atribuído às variáveis no processo de generalização.

A intenção de trabalhar de forma coletiva e interativa conceitos de generalizações de padrões matemáticos para o ensino da Álgebra foi imprescindível na construção de saberes da docência. As reflexões das experiências vivenciadas com os professores em seu contexto de ensino de Álgebra e as discussões a respeito das práticas diferenciadas de sala de aula proporcionaram importantes momentos de interação e de trocas. Além disso, favoreceram e estimularam o surgimento desses saberes, conferindo-lhes uma valorização sociocultural de quem produz matemática ao ensinar.

O trabalho reflexivo e as ações colaborativas desenvolvidas durante as atividades propostas resultaram em um repensar da prática pedagógica de forma individual e coletiva. Privilegiaram também a construção de um entendimento do pensamento algébrico pelos docentes e a (re)construção de conceitos da Álgebra visando romper com a prática tradicional de ensino.

Essa experiência foi muito significativa para os formadores porque possibilitou o surgimento de um novo olhar para a formação, isto é, como um lugar/espaço para discutir conceitos e práticas na lógica de uma cultura profissional, mas também estimulou mudanças significativas no cotidiano docente. Nessa perspectiva, concluímos que essa experiência nos proporcionou a certeza de que a prática é lugar de construção de saberes, e, no decorrer das formações, devemos e precisamos considerar os aspectos socioculturais inerentes à profissão do professor.

REFERÊNCIAS

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). *Content Knowledge For Teaching: What makes it Special? Journal of Teacher Education. v.* 59 (5) 389-407.

Barqueiro, G. (2016). *Achados sobre generalização de padrões ao garimpar pesquisas brasileiras de educação matemática* (2003-2013). Tese de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil.

Charlot, B. (2205). *Relação com o saber, Formação de Professores e Globalização:* questões para a educação hoje. 1ªed. Porto Alegre: ARTMED.

Cochran-Smith, M.; Lytle, S. L. (1999). *Relationship of knowledge and practice: Teacher learning in the communities. Review of Research in Education*. v. 24, 249-305.

Davis, B. & Simmt, E. (2006). *Mathematics-for-teaching: an ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. Educational Studies in Mathematics. v.* 61 (3) 293-319.

Davis, B. & Renert, M. (2009). M*athematics-for-Teaching as shared dynamic participation. For the Learning of Mathematics (Special Issue, guest edited by J. Adler & D. Ball). v.* 29 (3) 37-43.

Davis, B. & Renert, M. (2012*). Profound understanding of emergent mathematics: broadening the construct of teachers' disciplinary knowledge. Educational Studies in Mathematics*, *v.* 82, (2) 245-265.

Davis, B. & Renert, M. (2014). *The math teachers know: profound understanding of emergent mathematics. Oxon: Routledge*.

Klein, F. (2009). *Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior.* Volume I, Parte I: Aritmética. Lisboa: SPM, 2009.

Fiorentini, D., Fernandes, F. L. P.& Cristóvão, E. M. (2005). *Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico*. In Seminário Luso-Brasileiro de investigações matemáticas no currículo e na formação do professor, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Giraldo, V. & Roque, T. (2014). História e Tecnologia na Construção de um ambiente Problemático para o Ensino de Matemática. In *O saber do professor de matemática: ultrapassando a dicotomia entre a didática e conteúdo*. Ciência Moderna: Rio de Janeiro, 9-35.

Giraldo, Victor, Rangel, Letícia; Menezes, Fábio & Quintaneiro, Wellerson. (2017). *(Re)construindo saberes para o ensino a partir da prática:* investigação de conceito e outras ideias. *In Anais do VI SHIAM.*

Giraldo, V. (2018). *Formação de Professores de Matemática: Para uma abordagem problematizada.* São Paulo: Ciência e Cultura, *vol 70 no.1* Jan./Mar.

Mason, J. (1996). *Expressing generality and roots of algebra. In Bednarz, N, Kieran, C & Lee, L. Approaches to Algebra, Perspectives for Research and Teaching. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers*.

Miguel, A., Fiorentini, D. & Miorim, M. A. (1993). *Contribuição para um repensar...a Educação Algébrica Elementar*. Pro-posições, São Paulo, *v.* 4 (1) 78-91.

Mizukami, M. G. (2004). *Aprendizagem da docência:* algumas contribuições de L. S. Shulman. Revista Educação, Santa Maria. *v.* 29 (2) 1-11.

Paiva, M. A. V. (2018). *Proeja's Classroom as a Space for Teacher Education*. *In Ripem*. v. 8 (2) 60-71.

Shulman, L. S. (1986*). Those who understand: knowledge growth. In teaching.Educational Researcher.* v.15 (2) 4-14.

Shulman, L. S. (1987). *Knowledge and teaching: foundations of the new reform. Harvard Educational Review. v.* 57 (1) 1-27.

Sousa, T. (2019*). Padrões e generalizações para o ensino de álgebra: ações colaborativas na formação de professores*. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática. Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, Espírito Santo.

Souza, J & Pataro, P. (2008). *Vontade de saber matemática:* 7º Ano, *Nova Ortografia*. 3 ed. Editora FTD: Campinas, São Paulo.

Tardif, M., Lessard, C.& Gauthier, C. (éd) (1998). *Formation de maîtres et contextes sociaux.* Paris: Puf.

Tardif, M. (2002). *Saberes docentes e formação profissional.* Petrópolis, RJ: Vozes.

NOTAS

TÍTULO DA OBRA
Ações Colaborativas na Formação de Professores: Investigação dos Conceitos de Padrões e Generalizações

Maria Auxiliadora Vilela Paiva
Pós Doutorada em Ensino de Matemática
Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória-ES, Brasil
vilelapaiva@gmail.com
https://orcid.org/0000-0003-2713-1345
http://lattes.cnpq.br/2158519313210506

Tatiana Bonomo de Sousa
Mestra Profissional em Ciências e Matemática
Secretaria da Educação do Estado do Espírito Santo, Vitória-ES, Brasil
tatibonomo@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-1341-2907
http://lattes.cnpq.br/0319190887940607

Endereço de correspondência do principal autor
R. Renato Daher Carneiro, 780, Condomínio Village de L´Ille, Edif. Degas, 404, Ilha do Boi
Vitória- ES Brasil, CEP: 29052-730

AGRADECIMENTOS
Agradecemos ao Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (EDUCIMAT/Ifes) do Instituto Federal do Espírito Santo e aos professores de matemática da secretaria municipal de Cariacica.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Concepção e elaboração do manuscrito: M. A, V. Paiva, T. B. Souza
Coleta de dados: T. B. Souza, M. A. V. Paiva
Análise de dados: T. B. Souza, M. A. V. Paiva
Discussão dos resultados: M. A. V. Paiva e T. B. Souza
Revisão e aprovação: ---

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA
Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

FINANCIAMENTO
Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Projeto de pesquisa foi submetido na Plataforma Brasil, analisado e aprovado (no dia 06/04/2017) no Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) do Instituto Federal do Espírito Santo, conforme processo nº 66221817.3.0000.5072 e parecer consubstanciado do CEP nº 2.003.829 (em anexo).

CONFLITO DE INTERESSES
Não se aplica.

LICENÇA DE USO
Os autores cedem à **Revemat** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a Licença Creative Commons Attribution (CC BY) 4.0 International. Estra licença permite que **terceiros** remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os **autores** têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

PUBLISHER
Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITOR
Méricles Thadeu Moretti e Rosilene Beatriz Machado

HISTÓRICO
Recebido em: 06-05-2020 – Aprovado em: 11-06-2020