Artigo Original

REVEMAT
REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

DESCONEXÃO PROCEDIMENTAL E PROGRAMAÇÃO NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: CONSIDERAÇÕES A PARTIR DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Procedural Disconnection and Programming in the Teaching-Learning of Mathematics: considerations based on the theory of registers of semiotic representations

Lúcio Souza **FASSARELLA**
Universidade Federal do Espírito Santo, São Mateus – ES, Brasil
lucio.fassarella@ufes.br
http://orcid.org/0000-0001-6339-8958

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo

RESUMO

Reportamos a uma pesquisa de natureza básica, exploratória e bibliográfica que investiga duas questões relacionadas: Por que o ensino da matemática frequentemente apresenta um desequilíbrio entre conceituação e procedimentos? Como ensinar Matemática dirimindo esse problema? Amparados pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica, procuramos respostas definindo o conceito de desconexão procedimental e propondo a aplicação da programação de computadores no ensino da Matemática. Mostramos que os programas de computador constituem um registro de representação semiótica e defendemos que a programação pode subsidiar a compreensão de conceitos matemáticos por promover a conversão e reduzir a necessidade dos alunos treinarem algoritmos para resolver problemas. Para ilustrar, apresentamos um modelo para aplicação da programação no ensino da Matemática e discutimos três exemplos de atividades.

Palavras-chave: Educação Matemática, Conceituação, Procedimentos, Algoritmos, Resolução de Problemas

ABSTRACT

We report a basic, exploratory and bibliographic research that investigates two related questions: Why does the teaching of mathematics often present an imbalance between conceptualization and procedures? How to teach mathematics settling this problem? Supported by the theory of the Registres of Semiotic Representations, we look for answers defining the concept of procedural disconnection and proposing the application of computer programming in the teaching of Mathematics. We show that computer programs are a record of semiotic representation and we argue that programming can support the understanding of mathematical concepts by promoting conversion and reducing the need for students to train algorithms to solve problems. To illustrate, we present a model for the application of programming in the teaching of Mathematics and we discuss three examples of activities.

Keywords: Mathematical Education, Conceptualization, Procedures, Algorithms, Problem solving

1 INTRODUÇÃO

Segundo Lima (2003, p. 139-140), o sucesso na aprendizagem da Matemática depende do ensino equilibrar adequadamente três componentes: conceituação, manipulação e aplicações, as quais "devem ser pensadas como um tripé de sustentação: as três são suficientes para assegurar a harmonia do curso e cada uma delas é necessária para o seu bom êxito". As aplicações correspondem ao emprego da Matemática na resolução de problemas reais ou contextualizados; a manipulação envolve o aspecto algébrico e inclui a "habilidade e a destreza no manuseio de equações, fórmulas e construções geométricas elementares, o desenvolvimento de atitudes mentais automáticas" (p.140); já a conceituação

> […] compreende a formulação correta e objetiva das definições matemáticas, o enunciado preciso das proposições, a prática do raciocínio dedutivo, a nítida conscientização de que conclusões sempre são provenientes de hipóteses que se admitem, a distinção entre uma afirmação e sua recíproca, o estabelecimento de conexões entre conceitos diversos, bem como a interpretação e a reformulação de ideias e fatos sob diferentes formas e termos (Lima, 2003, p.140).

Ainda que essas três componentes do ensino da Matemática pareçam naturais e imprescindíveis para o aprendizado matemático, o professor pode encontrar desafios para equilibrá-las ao abordar tópicos curriculares específicos. Em particular,

> Na Matemática há frequentemente uma desconexão entre conceitos e procedimentos, com um foco dominante nesse último, a despeito do esmagador consenso acerca da necessidade de uma judiciosa combinação dos dois (Benton, Saunders, Kalas, Hoyles & Noss, 2018, p.68, tradução nossa).

Diante disso, perguntamos: *Por que o ensino da Matemática frequentemente apresenta desequilíbrio entre conceituação e procedimentos (manipulações)? Como ensinar Matemática dirimindo esse problema?*

Neste artigo, buscamos responder essas questões fundamentados na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS). Para explicar a origem do desequilíbrio entre conceituação e procedimentos no ensino da Matemática, introduzimos o termo desconexão procedimental. Para dirimir esse problema, propomos o uso didático da programação segundo o modelo que denominamos programação de conceitos.

À guisa de motivação, destacamos que a ideia de a programação ser um recurso promissor para o ensino-aprendizagem da Matemática não é nova e teve entre seus pioneiros Seymour Papert, proponente do Construcionismo que desenvolveu linguagem Logo e a "geometria da Tartaruga". Papert também se preocupou com o ensino de

Matemática enfatizar procedimentos e buscou na programação uma alternativa para tornar o aprendizado mais reflexivo:

> Na geometria da Tartaruga, nós criamos um ambiente em que o objetivo das crianças não é aprender um conjunto de regras formais, mas desenvolver discernimento [insight] suficiente sobre o modo como ela se move no espaço para permitir a transposição desse auto-conhecimento [self-knowledge] em programas que irão provocar o movimento da Tartaruga (Papert, 1980, p.205, tradução nossa).

Apesar do Construcionismo não fundamentar nossa discussão, concordamos plenamente com a percepção fundamental de Papert acerca do papel que o computador deve assumir no ensino:

> Na minha visão, a criança programa o computador e, fazendo isso, adquire uma sensação de domínio sobre um elemento da tecnologia mais moderna e poderosa, bem como estabelece contato íntimo com algumas das ideias mais profundas da ciência, da matemática e da arte da construção de modelos intelectuais (Papert, 1980, p.5, tradução nossa).

O texto possui a seguinte organização: na seção 2, apresentamos nossos procedimentos metodológicos, incluindo um breve relato de nossas buscas por trabalhos correlatos; na seção 3, definimos o conceito de desconexão procedimental; na seção 4, apresentamos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e discutimos as bases cognitivas da desconexão procedimental; na seção 5 abordamos a aplicação da programação no ensino da Matemática, mostrando que os programas de computador são registros de representação semiótica e como eles podem contribuir para o ensino-aprendizagem da Matemática; na seção 6 apresentamos um modelo de atividade para o uso didático da programação e três exemplos ilustrativos; na seção 7 tecemos nossas considerações finais e levantamos algumas questões para trabalhos futuros.

2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este trabalho consiste de uma pesquisa bibliográfica, uma vez que “é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos” (Gil, 2008, p.50).

> A *pesquisa bibliográfica* é aquela que se realiza a partir do registro disponível, decorrente de pesquisas anteriores, em documentos impressos, como livros, artigos, teses etc. Utiliza-se de dados ou de categorias teóricas já trabalhados por outros pesquisadores e devidamente registrados. Os textos tornam-se fontes dos temas a serem pesquisados. O pesquisador trabalha a partir das contribuições dos autores dos estudos analíticos constantes dos textos (Severino, 2007, p.122; ênfase no original).

Marconi e Lakatos (2003, p.183) esclarecem acerca da finalidade da pesquisa bibliográfica:

> Sua finalidade é colocar o pesquisador em contato direto com tudo o que foi escrito, dito ou filmado sobre determinado assunto […]; não é mera repetição do que já foi dito ou escrito sobre certo assunto, mas propicia o exame de um tema sob novo enfoque ou abordagem, chegando a conclusões inovadoras.

Esta pesquisa foca a *desconexão entre conceitos e procedimentos matemáticos, bem como o potencial da programação para dirimir problemas de aprendizagem decorrentes, considerando como base teórica a TRRS*. Com essa perspectiva, realizamos buscas por trabalhos no acervo de dissertações e teses da Capes (http://catalogodeteses.capes.gov.br) no dia 13 de agosto de 2020 e no portal Scielo (https://www.scielo.br/) no dia 15 de agosto de 2020.

No acervo da Capes, a busca com a palavra-chave "semiótica" retornou 6896 trabalhos. Filtrando os trabalhos pela área de conhecimento "ensino de ciências e matemática", a quantidade de trabalhos foi reduzida para 189. Reduzimos o número de trabalhos para 147 filtrando novamente pelas seguintes áreas de concentração: "Educação Matemática", "Ensino de Matemática", "Educação em Ciências e Matemática", "Ensino de Ciências e Matemática", "Ensino de Ciências e Educação Matemática", "Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática", "Ensino de Ciências Naturais e Matemática", "Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosóficos e Científicos", "Ensino e História da Matemática e da Física", "Ensino de Ciências e Educação Matemática", "Educação Matemática, Cultura e Diversidade". Entre esses 147 trabalhos encontramos alguns tratando de conceitos específicos ou relacionando a TRRS com tecnologias de informação e comunicação, mas nenhum problematizando explicitamente a relação entre conceitos e procedimentos ou abordando o uso didático da programação.

No site Scielo (https://www.scielo.br/), uma busca irrestrita com a palavra-chave “Semiótica”, retornou 362 artigos. Refinando a busca com a palavra-chave “matemática”, sobraram 22 artigos. Analisando seus títulos e resumos, nos pareceu promissor apenas o texto de Almeida e Silva (2018), intitulado *Abordagens Semióticas na Educação Matemática*. As autoras examinaram pesquisas da área de Educação Matemática que tematizaram a semiótica e foram publicadas no periódico Boletim de Educação Matemática (BOLEMA). Elas identificaram 39 artigos publicados entre 1985 e 2016 que continham em alguma parte do texto um destes quatro termos: *semiótica*, *semióticas*,

ontosemiótica ou *ontosemiótico*. Preliminarmente, verificaram que apenas 23 deles tinham como pressuposto teórico um desses termos e concentraram sua investigação neles.

> No presente texto, a partir do exame de artigos publicados no BOLEMA, identificamos que os pesquisadores vêm construindo suas argumentações, essencialmente, a partir de três enfoques semióticos: aqueles fundamentados nos pressupostos de Charles S. Peirce; os que se fundamentam nos constructos teóricos de Raymond Duval; os que se valem de um enfoque ontológico-semiótico, denominado ontosemiótica (Almeida & Silva, 2018, p.702).

A partir de uma análise detalhada dos 23 artigos, Almeida e Silva (2018, p.272) concluíram que "[…], independente do enfoque semiótico em que os autores se fundamentam, suas pesquisas se estruturam sob uma égide que estabelece que, em Matemática, o signo e o significado do objeto a ele associado são indissociáveis". Alguns dos trabalhos analisados discutem o ensino-aprendizagem de conceitos específicos, mas a relação entre conceitos e procedimento não é problematizada mesmo naqueles que tecem comentários acerca dos procedimentos. Novamente, a programação não foi mencionada em nenhum dos artigos.

Ao longo de nossas buscas, encontramos quatro levantamentos de trabalhos sobre a TRRS realizados no Brasil abarcando diferentes períodos entre 1990 e 2015: Pontes, Finck e Brandt (2017) mapearam sessenta e cinco trabalhos sobre a TRRS entre teses, dissertações e artigos publicados entre 2010 e 2015; Brandt e Moretti (2014) buscaram por teses, dissertações e artigos publicados em periódicos ou eventos na área de Educação Matemática no período de 2006 a 2009, obtendo quatro teses, vinte e cinco dissertações, sete artigos em periódicos e vinte comunicações; Ferreira, Santos e Curi (2013) analisaram setenta e três dissertações e sete teses publicadas entre 2002 e 2012, disponíveis no Banco de Teses e Dissertações da CAPES; Colombo, Flores e Moretti (2008) fizeram um levantamento de teses e dissertações dos programas de pós-graduação do Brasil apresentadas desde a década de 1990 até o ano de 2005, elencando vinte e sete dissertações e três teses. Pelas informações constantes nesses textos (títulos e temas, principalmente), concluímos que nenhum deles abordou a relação entre conceitos e procedimentos ou o uso da programação no ensino da Matemática.

A partir dos resultados de nossas buscas, concluímos que, apesar da TRRS ser um tema recorrente nas pesquisas em Educação Matemática do Brasil, não há trabalhos que tenham investigado sob esse pressuposto teórico a desconexão entre conceitos e procedimentos matemáticos ou abordado a aplicação da programação no ensino da Matemática. De qualquer modo, entendemos que a literatura pode contribuir para

discussão das questões que levantamos pela abordagem de aspectos colaterais específicos.

3 DESCONEXÃO PROCEDIMENTAL

Desconexão procedimental refere-se à circunstância de *um conceito matemático implicar procedimentos algorítmicos que podem ser executados sem que suas motivações, objetivos ou justificativas sejam compreendidos*.

Para esclarecer, considere o conceito de *adição de números naturais* e o correspondente algoritmo para o *cálculo da soma no sistema de numeração decimal*. A operação de adição de números naturais é bastante intuitiva: consiste em identificar o todo a partir da união das suas partes e possui duas interpretações básicas, a saber, "*juntar* duas quantidades dadas; [e] *acrescentar* uma quantidade inicialmente conhecida a outra dada" (Ripoll, Rangel & Giraldo, 2015, p.90, grifos no original). Já o algoritmo comumente aplicado para obtenção da soma de dois números naturais no sistema de numeração decimal envolve manipulações que não possuem relações evidentes com o conceito de adição, como o processo de troca (o notório "vai um"). Há indicações de que o treinamento desse algoritmo pode até dificultar compreensão da adição pelos alunos, sugerindo que a desconexão entre o conceito de adição e o correspondente algoritmo para cálculo da soma precisa ser abordada adequadamente pelo professor, tendo em vista garantir que o ensino trabalhe equilibradamente as dimensões conceitual e procedimental:

> Na matemática escolar, o processo de troca é frequentemente ensinado procedimentalmente num algoritmo que as crianças devem decorar e aplicar a cálculos com números contendo múltiplos dígitos. Entretanto, pesquisadores têm destacado que a exigência de seguir um método preestabelecido pode levar obstruir o desenvolvimento numérico das crianças e desencorajar o pensamento lógico (Benton et al., 2018, p.70, tradução nossa).

A desconexão procedimental é bastante comum na Matemática. Podemos observar isso nas operações aritméticas com frações; na relação entre o conceito de máximo divisor comum e o algoritmo para calculá-lo a partir da decomposição em fatores primos; na relação entre a definição de divisibilidade e os critérios de divisibilidade; na relação entre a definição de volume e as fórmulas para o cálculo do volume de diversos tipos particulares de sólidos (*e.g.*, paralelepípedos, cilindros, pirâmides, esferas). Também no Ensino Superior observamos haver desconexão entre, por exemplo, o conceito de

derivada e o cálculo analítico de derivadas pela aplicação de *regras de derivação*, entre o conceito de integral e o cálculo analítico de integrais pela aplicação das *técnicas de integração*.

A desconexão procedimental implica na possibilidade dos estudantes aprenderem a efetuar cálculos sem que saibam explicar o significado dos seus resultados, o que repercute em dificuldades para discernir os sentidos dos conceitos subjacentes e resolver problemas cuja interpretação ou resolução dependam deles.

> Não é incomum que um estudante consiga realizar com destreza os algoritmos tradicionais da adição e da subtração quando exigidos como objetivos em si, mas que, diante de um problema, precise da interferência do professor para conseguir decidir, por exemplo, se a operação que deve ser efetuada é "de mais" ou "de menos", ou então que aplique diretamente (e sem pensar) a adição porque a pergunta do problema envolve o termo "quanto tem a mais?" (Ripoll et al., 2015: p.82).

Conceitos e algoritmos estão formalmente relacionados por meio de teoremas ou, mais precisamente, pelas demonstrações. Acontece que as demonstrações geralmente não são revisitadas cada vez que os conceitos são empregados e nem são necessárias ou suficientes para que sejam compreendidos. Podemos ilustrar a falta dessa necessidade com o conceito de divisão euclidiana de números inteiros, cuja compreensão claramente não depende de conhecermos uma demonstração para a existência unívoca de quociente e resto para quaisquer dividendo e divisor dados.[1] Por outro lado, a insuficiência das demonstrações para gerar compreensão de conceitos matemáticos decorre diretamente do fato de as demonstrações serem argumentos construídos a partir desses conceitos, pelo que é impossível serem elaboradas ou entendidas por alguém que não os compreenda.

Em busca de um entendimento mais geral e profundo acerca da desconexão procedimental, bem como de orientações para como evitar que ela repercuta negativamente no ensino-aprendizagem da Matemática, nos voltamos para uma abordagem cognitiva do pensamento matemático.

1 A divisão euclideana é tópico elementar da Matemática abordado no Ensino Fundamental, mas a demonstração de que quociente e resto podem ser efetivamente calculados para quaisquer dividendo e divisor depende do Princípio da Indução Finita ou pressuposto equivalente, tópico geralmente estudado somente nos cursos superiores de Matemática (Hefez, 2016).

4 TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

A TRRS parte do pressuposto de que os objetos matemáticos não possuem realidade física e, assim, não podem ser conhecidos por meio da percepção; entretanto, eles possuem representações mentais e semióticas.

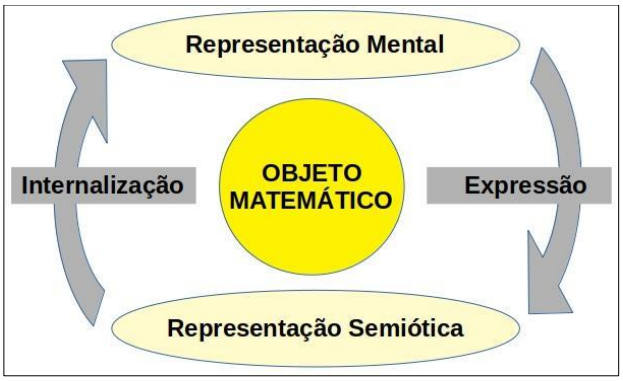
> As representações *mentais* recobrem o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado. As representações *semióticas* são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento (Duval, 2012, p.268, ênfase no original).

As representações semióticas distinguem-se dos signos por possuírem uma estrutura ou organização interna e por incorporarem várias unidades de sentido:

> Todas as representações semióticas apresentam duas características que não encontramos nas unidades elementares que denominamos "signos". Primeiramente, elas têm uma organização interna que varia de um tipo de representação para outra. A organização de uma frase simples não é a mesma da de uma equação. A organização interna de uma representação gráfica não é a de uma figura geométrica ou de um esquema, etc. Depois, e não importa qual representação semiótica, existem sempre várias maneiras de distinguir as unidades de sentido ou os níveis de organização (Duval, 2011, p. 37-38).

As representações mentais e semióticas dos objetos matemáticos estão imbricadas numa relação complexa inerente à própria atividade cognitiva, pois "O funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação" (Duval, 2012, p. 270). Elas se desenvolvem por um processo caracterizado pela *expressão* das representações mentais e pela *internalização* das representações semióticas, conforme ilustra esquematicamente a Figura 1.

Figura 1: ilustração da relação entre as representações mental e semiótica



Fonte: Próprio autor.

A natureza intangível dos objetos matemáticos gera de imediato o chamado *paradoxo cognitivo do pensamento matemático*: a impossibilidade de acesso direto aos objetos matemáticos independentemente de toda representação semiótica.

> […] de um lado, a apreensão dos objetos matemáticos não pode ser mais do que uma apreensão conceitual e, de outro, é somente por meio de representações semióticas que a atividade sobre objetos matemáticos se torna possível. […] A impossibilidade de um acesso direto aos objetos matemáticos, fora de toda representação semiótica, torna a confusão [entre eles] quase inevitável (Duval, 2012, p. 267-8).

Na TRRS, o termo *registro* é usado para "designar diferentes tipos de representações semióticas utilizados em matemática" (Duval, 2017, l.127). Existem quatro tipos de registros de representação semiótica matemáticos, apresentados no Quadro 1:

Quadro 1: Tipos de registros de representação semiótica

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS os tratamentos não são algoritmizáveis	Língua natural: Associações verbais (conceituais); descrição, definição, explicação; Raciocínio: argumento a partir de observações, de crenças,…; dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensões 0, 1, 2 ou 3); Apreensão operatória e não somente perspectiva; Construção com instrumentos; Modelização de estruturas físicas (ex. cristais, moléculas,...)
REGISTROS MONOFUNCIONAIS os tratamentos são principalmente algorítmicos	Sistema de escrita: · numéricas (binária, decimal, fracionária,…); · algébricas; · simbólicas (línguas formais). Cálculo literal, algébrico, formal.	Gráficos cartesianos: · mudança de sistema de coordenadas; · interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval (2017, l.134), com adaptações.

Os registros de representação semiótica possuem três características fundamentais: *formação de uma representação identificável*, o *tratamento* e a *conversão*. Enquanto a formação de uma representação identificável consiste dos símbolos e regras sintáticas e semânticas para sua composição e interpretação (*e.g.*, textos, desenhos, esquemas, figuras, fórmulas), o tratamento e a conversão são duas formas distintas de atuação sobre os objetos matemáticos: os tratamentos dos objetos matemáticos são

transformações internas em um registro de representação semiótica (*e.g.*, cálculos algébricos e transformações geométricas), enquanto as conversões são transformações de um registro em outro (Duval, 2011; 2012; 2017).

Cada registro de representação semiótica possui suas próprias *regras de formação* e *regras de tratamento* específicas. Entretanto, "Não existe e não pode existir regras de conversão como existe regras de conformidade e regras de tratamento" (Duval, 2012, p.273); por essa razão, "[…] a conversão das representações semióticas é a primeira fonte de dificuldade à compreensão em matemática" (Duval, 2012, p.276). Observamos que a conversão se distingue das atividades de *interpretação* e *codificação*.

> O que é geralmente chamado de "interpretação" requer uma mudança de quadro teórico ou uma mudança de contexto. Esta mudança não implica mudança de registro. A "codificação" é a "transcrição" de uma representação em outro sistema semiótico diferente daquele em que é dado inicialmente (Duval, 2012, p.273).

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica levanta duas teses fundamentais para a compreensão do processo de aprendizagem da Matemática:

Tese 1: "[…] *toda representação é cognitivamente parcial em relação ao que ela representa*, e que de um registro a outro não estão os mesmos aspectos do conteúdo de uma situação que estão representados" (Duval, 2012, p. 280, ênfase no original);

Tese 2: "a apreensão conceitual implica coordenação de muitos registros de representação" (Duval, 2012, p.269).

A parcialidade conceitual dos registros de representação semiótica (Tese 1) está ligada ao fato de os diferentes registros serem desenvolvidos para proporcionar tratamentos eficientes, ou seja, viabilizar ou facilitar procedimentos específicos:

> […] a possibilidade de efetuar tratamentos sobre os objetos matemáticos depende diretamente do sistema de representação semiótico utilizado. Basta considerar o caso do cálculo numérico para se convencer disso: os procedimentos, o seu custo, dependem do sistema de escrita escolhido [por exemplo, romano ou indo arábico] (Duval, 2012, p. 267).

Embora a ausência de coordenação entre diferentes registros de representação semiótica não impeça toda compreensão,

> […] esta compreensão, limitada ao contexto semiótico de um registro apenas, não favorece em nada as transferências e as aprendizagens ulteriores: torna os conhecimentos adquiridos pouco ou não utilizáveis em outras situações aonde deveriam realmente ser utilizados. Em definitivo, esta compreensão mono registro conduz a um trabalho às cegas, sem possibilidade de controle do "sentido" daquilo que é feito (Duval, 2012, p.283).

Pensando no processo de ensino-aprendizagem, cabe perguntar: Como evitar que os objetos matemáticos sejam confundidos com suas representações semióticas, obstruindo a compreensão conceitual? A partir da Tese 1 e da Tese 2, a resposta é simples: *deve-se trabalhar a conversão entre representações semióticas para um mesmo objeto matemático*, pois "A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e esta coordenação se manifesta pela rapidez e a espontaneidade da atividade cognitiva de conversão" (Duval, 2012, p. 282). De fato,

> […] não adianta o sujeito resolver uma operação usando material concreto ou através de desenho se não conseguir enxergar/coordenar estes procedimentos no tratamento aritmético (algoritmo da operação), no problema envolvendo esta operação ou mesmo em outro registro de representação qualquer (NEHRING 2016 *apud* DAMM, 2002, p.147).

Identificando a noção de tratamento de Duval (2011; 2012; 2017) com as noções de manipulação e procedimentos algorítmicos mencionados nas seções anteriores, entendemos a razão dos procedimentos não favorecerem a apreensão conceitual: para cada conceito, cada procedimento relacionado está restrito a um de seus registros de representação semiótica, portanto está vinculado com apenas uma parte dos seus significados (ou aspectos). Como a prática de procedimentos não trabalha a conversão, o desequilíbrio entre conceituação e manipulação pode emergir de uma proporção inadequada entre o tempo do processo de ensino-aprendizagem dedicado ao treinamento de procedimentos algoritmos e o tempo dedicado ao trabalho de conversão – os quais naturalmente concorrem dentro do limitado período das aulas e de realização das tarefas extraclasse. Pode-se ainda conjecturar que quanto mais mecânico ou algorítmico for um procedimento, menos significados conceituais serão acionados pelo trabalho de memorizá-lo e treinar sua execução.

TRRS nos orienta enfrentar desconexão procedimental pelo emprego didático de múltiplos registros de representação semiótica. Considerando que a ênfase no treinamento de procedimentos algorítmicos é uma das causas para o desequilíbrio no ensino da Matemática, buscamos um tipo de registro que reduza a necessidade desse treinamento sem, contudo, comprometer a aplicabilidade dos conceitos na resolução de problemas – o cerne da Matemática (Halmos, 1980). Aqui a programação, entendida como a elaboração e codificação de algoritmos, surge naturalmente como alternativa para lidar com conceitos que implicam procedimentos algorítmicos: a programação tanto requer entendimento dos elementos que compõe o algoritmo, quanto permite que os

algoritmos sejam executados de modo eficiente (pelo computador), fornecendo resultados praticamente instantâneos para cálculos que poderiam ser extremamente tediosos de executar manualmente.

Assim, levantamos nossa hipótese fundamental a ser discutida nas duas próximas seções: *a programação constitui um registro de representação semiótica de objetos matemáticos que pode dirimir o problema gerado pela desconexão procedimental e, com isso, contribuir significativamente para a apreensão de conceitos matemáticos que implicam algoritmos*.

5 PROGRAMAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Para o bem da clareza, definimos alguns termos básicos. *Algoritmo* é uma sequência de instruções para realizar uma determinada tarefa; *programa* é a descrição de um algoritmo numa *linguagem de programação*, ou seja, uma linguagem que pode ser interpretada por um computador ou por um robô; *programação* significa a elaboração de um algoritmo e/ou sua *codificação* (transcrição do algoritmo para uma linguagem de programação).

> A programação é o processo relacionado ao desenvolvimento e implementação de instrução para programas de computador para que o computador possa realizar tarefas específicas, resolver problemas e dar suporte às interações humanas. Portanto, a programação geralmente requer dos programadores possuir conhecimento das linguagens de programação; expertise em temas relacionados ao desenvolvimento de algoritmos especializados e lógica; e a habilidade de analisar, compreender e resolver problemas [...] (Forsström & Kaufmann, 2018, p.19, tradução nossa).

Geralmente os termos algoritmo e programa são intercambiáveis, já que a diferença entre eles está apenas na forma e não no conteúdo: a descrição de um algoritmo pode ser assumir a forma de narrativa (linguagem natural), fluxograma, pseudocódigo e programas (Ascencio & Campos, 2012).

É fundamental reconhecer que *programar não é uma atividade algorítmica, mas criativa e que requer a articulação de diversas habilidades*, constituindo parte do que é chamado *pensamento computacional*: "[...] a capacidade de compreender, definir, modelar, comparar, solucionar, automatizar e analisar problemas (e soluções) de forma metódica e sistemática, através da construção de algoritmos" (Sociedade…, [s.d], p.5). Também é oportuno notar que os objetos computacionais compartilham com os objetos matemáticos a característica de serem essencialmente abstratos – o que sugere

que o aprendizado de objetos computacionais contribui para o aprendizado de objetos matemáticos e vice-versa:

> Os objetos computacionais, como os matemáticos, não são acessíveis diretamente. Eles são entes abstratos, que não podem ser tocados, mas não deixam de ser tão reais quanto os elementos físicos. São onipresentes e essenciais, mas somente podem ser acessados por meio de suas representações. Objetos computacionais são descrições de processos de informação, ou seja, algoritmo desenvolvendo tanto uma representação abstrata da informação(dados) quando do processo em si (instruções). Para automatizar a execução de processos é necessário formalizar essas abstrações (de dados e instruções) usando linguagens extremamente precisas (linguagens de programação) (Sociedade..., [s.d.], p.3).

Retornando a nossa questão acerca da contribuição da programação para o ensino-aprendizagem da Matemática, verificamos que os programas constituem um registro de representação semiótica por cumprir as três características fundamentais, descritas na seção anterior:

- *Formação de uma representação identificável*: os programas seguem regras sintáticas rígidas, característica de cada linguagem de programação.
- *Tratamento*: os programas podem ser traduzidos de uma linguagem de programação para outra; podem ser comparados em termos de estrutura, complexidade e desempenho; e podem ser modificados mantendo (ou não) a função de realizar uma determinada tarefa.
- *Conversão*: os programas podem ser relacionados a outros registros de representação semiótica, conforme ilustram os exemplos na próxima seção.

Considerando a classificação de Duval (Quadro 1), entendemos que os programas pertencem à categoria dos registros multifuncionais com representação não-discursiva.

O fato dos programas de computador serem registros de representação semiótica significa que sua aplicação no processo de ensino-aprendizagem pode promover a apreensão de conceitos, especialmente quando ocorrem numa conversão envolvendo outros registros. Na verdade, pensando num conceito definido formalmente em linguagem natural, as tarefas de elaborar um algoritmo para *calcular instâncias do conceito* (confira na próxima seção) ou de resolver um problema matemático por meio de um algoritmo que incorpore o conceito (explícita ou implicitamente) podem ser entendidas como uma conversão (no sentido da TRRS) da linguagem natural para a linguagem de programação.

As pesquisas em Educação Matemática já contabilizam algumas iniciativas para a aplicação da programação no ensino-aprendizagem da Matemática. Misfeldt & Ejsing-

Duun (2015) elencam quatro abordagens: Construcionismo, abordagem processual, abordagem instrumental e teoria APOS (ação, processo, objeto e esquema). Não está em nossas intenções discutir essas abordagens, mas ressaltamos que a proposta didática apresentada na próxima seção é compatível com todas elas.

6 PROGRAMAÇÃO DE CONCEITOS

Denominamos *programação de conceitos* nossa ideia para aplicação da programação no ensino-aprendizagem da Matemática com a perspectiva de subsidiar a compreensão de conceitos e dirimir o problema da desconexão procedimental. Essencialmente, ela consiste na tarefa de elaborar um algoritmo que tenha por objetivo calcular uma instância do conceito ou resolver um problema cuja resolução envolva um conceito de modo essencial. A ideia está mais relacionada com o objetivo da programação do que no modo como a programação é proposta: visa levar o aluno a refletir, investigar ou aplicar o conceito em foco por meio da elaboração de algoritmos. Em todo caso, podemos descrever a aplicação didática da programação de conceitos como um processo com duas etapas:

- *Preparação*: professor desenvolve uma discussão sobre um conceito matemático ou propõe uma situação didática em que a emergência do conceito seja natural. Há total liberdade para o tempo e os meios a serem empregados nessa etapa, cujo formato pode variar de uma breve explicação a projetos interdisciplinares de investigação ou modelagem matemática.
- *Programação*: o professor propõe aos alunos elaborar um programa para calcular instâncias do conceito foco ou para resolver de problemas relacionados a ele.

Esclarecemos que *Calcular instâncias de um conceito matemático* (*e.g.*, raiz quadrada) significa obter o valor desse conceito numa instância específica (*e.g.*, a raiz quadrada do número 2). A Matemática possui conceitos que não são “calculáveis”, por se referirem a estruturas (*e.g.*, ordem) ou a propriedades qualitativas (*e.g.*, *completude topológica*) dos objetos matemáticos. Todavia, a família dos *conceitos calculáveis* inclui: as operações aritméticas, o mínimo múltiplo comum, as operações algébricas com polinômios, a probabilidade, a média e a moda estatísticas, o determinante e as operações algébricas com matrizes, o limite, a deriva, a integral, etc.

A programação de conceitos é plenamente compatível com diferentes abordagens para o ensino-aprendizagem da Matemática, pois a única exigência é que a atividade de programar seja inserida de alguma forma ao longo do processo de apreensão conceitual do aluno. Nada impede que o ensino-aprendizagem seja conduzido segundo a Resolução de Problemas, a Investigação Matemática, a Modelagem Matemática ou outra metodologia para o ensino-aprendizagem da Matemática. O desafio de programação pode ser conduzido e avaliado conforme a perspectiva Construcionista pela *Espiral de Aprendizagem* (Valente, 1999), mas também pode ser empregado algum outro protocolo.

Para ilustrar o funcionamento da programação de conceitos, na próxima seção discutimos à luz da TRRS três atividades. Para cada atividade, apresentamos um algoritmo escrito na forma de pseudocódigo. Os algoritmos podem ser codificados em qualquer linguagem de programação de alto nível, como o Python, ou em ambientes amigáveis como o *Portugol*[2] e o Scratch[3].

6.1 Programação do conceito de *adição de números naturais*

Essa atividade foca a *adição de números naturais*. Supondo que os alunos estejam devidamente preparados (conforme explicado na seção anterior), a tarefa então consiste do desafio proposto no quadro 1:

Quadro 1: Desafio de programação da operação de adição.

Desafio de programação da adição
Elabore um programa para calcular a soma de dois números quaisquer, usando como modelo de algoritmo o procedimento de contar nos dedos.

Fonte: próprio autor.

Cabe observar que o desafio incorpora a noção de variável, pois menciona a “soma de dois números quaisquer”, o que pode ser um obstáculo para alunos não familiarizados. Nesse caso, o enunciado pode ser modificado para a soma de números específicos, eventualmente de grande magnitude para que os alunos possam perceber a vantagem de se usar o computador para obter o resultado da adição.

2 Disponível em <http://lite.acad.univali.br/portugol/>.
3 Disponível em <https://scratch.mit.edu/>.

O leitor que não esteja familiarizado com a programação pode até sentir alguma dificuldade para cumprir o desafio, mas não deve avaliar a dificuldade da atividade com base nisso porque o objetivo é trabalhar o conceito de adição (e não o domínio da programação). Uma solução para o desafio é o algoritmo do quadro 2, escrito na forma de pseudocódigo:

Quadro 2: Algoritmo da operação de adição

Algoritmo para a operação de adição
1: Variáveis: Parcela_a, Parcela_b, Soma 2: Entradas: Parcela_a, Parcela_b 3: Saída: Soma 4: Faça: Soma = Parcela_a 5: Enquanto Parcela_b > 0, faça: 6: Parcela_b = Parcela_a - 1 7: Soma = Soma + 1 8: Retorne: Soma

Fonte: Próprio autor.

Destacamos nesta atividade que a programação requer do aluno duas ações, que não necessariamente ocorrem separadamente ao longo da elaboração do algoritmo: por um lado, deve abstrair o procedimento mecânico de contar nos dedos, por outro lado deve exprimir o procedimento na linguagem de programação (pseudocódigo). Seja como for, o aluno parte dos registros de representação semiótica do conceito de adição na linguagem natural, ou na forma do procedimento mecânico de contar nos dedos, para elaborar a representação semiótica constituída pelo programa. Ainda que o procedimento mecânico possua análogos no programa, a conversão entre os diferentes registros de representação semiótica não é trivial e nem redutível a uma codificação, conforme esclarece Duval (2011; 2012; 2017).

Analisando o algoritmo do quadro 2, percebemos que sua elaboração requer alguma apreensão do conceito de adição (incluindo como efetuar o cálculo com o auxílio dos dedos) e conhecimento do sistema de numeração decimal (que podemos considerar como um componente da linguagem natural), mas não é necessário conhecer o procedimento para o cálculo da soma nesse sistema. Isso permite ao professor dirimir as dificuldades decorrentes da desconexão procedimental relacionada ao conceito de adição trabalhando paralelamente o conceito, o cálculo e as aplicações do conceito. Todavia, entendemos que isso não significa que o treinamento do cálculo manual da soma seja irrelevante ou que possa ser desprezado no ensino-aprendizagem da adição.

Cabe destacar a diferença fundamental entre resolver o desafio por meio da programação do conceito de adição e efetuar um cálculo de soma numa calculadora: enquanto a programação nos remete à reflexão sobre o conceito de adição, a calculadora apenas nos poupa o trabalho de efetuar a conta, prescindindo de qualquer entendimento do significado dessa operação.

6.2 Programação do conceito de *Máximo Divisor Comum*

Este desafio foca o conceito de máximo divisor comum (MDC). Nesse caso, começamos com a definição de MDC no quadro 3:

Quadro 3: Definição do conceito de MDC

Definição do Conceito de Máximo Divisor Comum
O máximo divisor comum de dois números inteiros *a* e *b* é o número inteiro positivo *n* tal que (i) *n* divide *a*, (ii) *n* divide *b* e (iii) *n* é o maior dos divisores comuns de *a* e *b*.

Fonte: Próprio autor.

Essa definição caracteriza o MDC de um par de números inteiros, mas não especifica como calculá-lo. Dois métodos populares para calcular o MDC são o Algoritmo de Euclides e o Método da Fatoração Simultânea. Por outro lado, a própria definição do MDC já subentende um procedimento simples para seu cálculo: para calcular o MDC de um par de números inteiros a e b basta (i) testar todos os números inteiros entre 1 e |a| (ou |b|) quanto à propriedade de ser divisor comum de a e b, e (ii) identificar o maior dos divisores comuns encontrados. O quadro 4 apresenta um algoritmo para o cálculo do MDC escrito na forma de pseudocódigo:

Quadro 4: Algoritmo para o cálculo do MDC

Algoritmo para cálculo do MDC
1: Variáveis: a, b, MDC, n 2: Entradas: a, b 3: Saída: MDC 4: Faça MDC = 1 5: Faça n = 1 6: Repita até que n = |a| 7: Se n divide a e n divide b, então: 8: MDC = n 9: Mude n para n + 1 10: Retorne MDC

Fonte: Próprio autor.

O algoritmo do quadro 4 possui uma recorrência, usa a função módulo e o operador booliano, faz comparações e possui uma condicional. Contudo, entendemos que compreender os comandos do algoritmo não é mais difícil do que compreender o próprio conceito de MDC que subentende todos eles.

Pensando segundo a TRRS, podemos dizer que a definição formal (quadro 3) e o algoritmo para cálculo (quadro 4) são representações semióticas do conceito de MDC que pertencem a diferentes registros, definidos pela linguagem natural e pela linguagem de programação. Novamente, podemos dizer que a tarefa de programação contribui para a apreensão do conceito porque trabalha a conversão e que a elaboração do programa nos remete à reflexão sobre o conceito de MDC ao mesmo tempo em que prescinde do conhecimento de qualquer método específico para o cálculo. Como na atividade anterior, a programação contribui para a compreensão conceitual ao mesmo tempo em que dirime o problema devido à desconexão procedimental, na medida em que permite trabalhar o conceito de máximo divisor comum e suas aplicações paralelamente ou a despeito de o treinamento de algoritmos de cálculo.

6.3 Programação de conceitos *contextualizados num problema*

Esta atividade envolve noções de *contagem* e o conceito de *equação diofantina linear*, sendo apresentada na forma de problema contextualizado no quadro 5:

Quadro 5: Problema

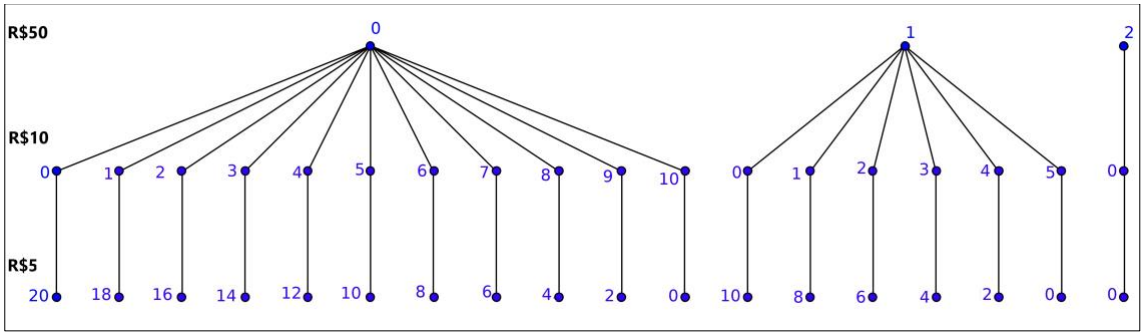
Problema
Um caixa eletrônico trabalha com notas de 5, 10 e 50 Reais. Um usuário deseja fazer um saque de R$ 100,00. De quantas maneiras diferentes o caixa eletrônico poderá fazer o pagamento?

Fonte: Próprio autor.

Podemos abordar o problema em termos combinatórios ou algébricos. Considerando como um problema de contagem, podemos organizar as possibilidades de saque numa sequência de três escolhas: primeiro escolhemos o número de notas de R$ 50, que pode ser 0, 1 ou 2; depois escolhemos o número de notas de R$ 10, que deve ser um inteiro entre 0 e 10 tal que o valor das notas de R$ 10 e R$ 50 somados não ultrapasse R$ 100; finalmente, escolhemos o número de notas de R$ 5, que deve ser o inteiro entre 0 a 20 necessário para obtermos o total R$ 100. A resolução pode ser

representada num diagrama ou árvore de decisão, conforme a figura 2, em que a solução do problema é dada pelo número de pontos da linha inferior (*viz.*, 18):

Figura 2: Diagrama representando a resolução do problema



Fonte: próprio autor.

Considerando o problema algebricamente, identificamos cada alternativa de saque com uma solução distinta da equação a três variáveis abaixo (equação 1), para a qual devemos determinar soluções na forma de ternas de números inteiros não negativos:

$$\boxed{50X + 10Y + 5Z = 100.} \tag{1}$$

Essa é uma *equação diofantina linear*, que pode ser simplificada pela divisão das parcelas pelo fator comum 5:

$$\boxed{10X + 2Y + Z = 20.} \tag{2}$$

Ambas equações podem ser resolvidas com técnicas específicas acessíveis ao Ensino Médio (Pommer, 2011). Contudo, também podemos resolver o problema mediante programação. Nesse caso, a programação pode ser relacionada tanto ao conceito de contagem como de equação diofantina.

A ideia do algoritmo apresentado no quadro 6 abaixo é testar todas as possibilidades para os números de notas dentro de intervalos razoáveis e só contar as alternativas cujo valor total seja igual a R$ 100. Destacamos que a equação diofantina (1) aparece no algoritmo, mas nesse caso ela não precisa ser manipulada pelo programador.

Quadro 6: Algoritmo para resolução do problema

Algoritmo
01: Variáveis: X, Y, Z, Valor, C 02: Entrada: (não há) 03: Saída: inteiro 04: Faça C = 0 05: Para X de 0 a 2 faça: 06: Para Y de 0 a 10 faça: 07: 10 Para Z de 0 a 20 faça: 08: Valor = 50X + 10Y + 5Z 09: Se Valor = 100, então: 10: C = C + 1 11: Retorne C

Fonte: Próprio autor.

Podemos observar diversos registros de representação semiótica relacionados a uma mesma situação: o enunciado do problema no quadro 5 (em linguagem natural), o diagrama representando o processo de resolução na figura 2 (tipo multifuncional não discursivo), as equações diofantinas (1) e (2) (tipo monofuncional discursivo), e o programa no quadro 6 (tipo multifuncional não-discursivo).

Além do exercício da conversão entre as diversos registros de representação semiótica, a discussão de relações entre elas pode ser muito esclarecedora. Para tanto, basta o professor levantar questões que salientem aspectos pertinentes, por exemplo: *Que relações podemos estabelecer entre o diagrama da figura 2 e o programa do quadro 6? A equação diofantina (1) é resolvida pela execução do programa do quadro 6, em que sentido?*

Nesse caso, a problematização da situação também pode ser explorada com o amparo da programação, que permitiria a consideração de situações em que a resolução por outros métodos seria muito trabalhosa. Como ilustração, considere as questões: *Qual seria a solução do problema se o usuário quisesse sacar R$ 1000, em vez de R$ 100? Nessa situação, quantas seriam as possibilidades de saque se o caixa eletrônico estivesse limitado a entregar no máximo 10 notas para cada valor de cédula?*

Como nas duas atividades anteriores, aqui também a programação nos permite refletir sobre os conceitos em foco sem a necessidade de realizar cálculos tediosos ou aplicar técnicas sofisticadas.

7 PROGRAMAÇÃO DE CONCEITOS

Sintetizamos a discussão desenvolvida ao longo do texto em alguns pontos fundamentais:

- Os objetos matemáticos são intangíveis e requerem representações semióticas para serem pensados, o que chamamos de paradoxo do *pensamento matemático*;
- Em geral, várias representações semióticas são necessárias para que possamos apreender os objetos matemáticos, porque cada uma delas é cognitivamente parcial em relação ao que representa;
- Geralmente, a habilidade para o tratamento matemático requer treinamento para ser desenvolvida, o que pode provocar um desequilíbrio no processo de ensino-aprendizagem se não forem tomados cuidados adequados com a *desconexão procedimental*;
- A programação de conceitos é um recurso para o ensino-aprendizagem de Matemática porque ela oportuniza a conversão e a reflexão conceitual, além de eliminar, em muitos casos relevantes, a necessidade do treinamento de procedimentos algorítmicos para a resolução de problemas matemáticos – permitindo dirimir o problema didático decorrente da *desconexão procedimental*.

A possibilidade de conjugar a programação com diversas metodologias de ensino da Matemática é oportuna, pois viabiliza a resolução de problemas ou elaboração de modelagens matemáticas mais realistas. Também oportuniza a criação de jogos digitais e a manipulação de objetos matemáticos em ambientes artificiais (micromundos) (Papert, 1980; Misfeldt & Ejsing-Duun, 2015; Forsstrom & Kaufmann, 2018).

Embora a programação requeira tempo e esforço para ser ensinada e aprendida, o investimento é plenamente compensado pela importância dos ganhos. Além de constituir uma representação semiótica de conceitos matemáticos, a aplicação da programação no ensino-aprendizagem da Matemática mobiliza diversas habilidades cognitivas características do *pensamento computacional* e representa a aquisição de competências demandadas pelo mercado de trabalho contemporâneo (Sociedade..., [s.d.]).

Podemos levantar questões teóricas amplas relacionadas à aplicação da programação ao ensino-aprendizagem da Matemática, especialmente quanto à relação entre o *pensamento matemático* (Devlin, 2015) e *pensamento computacional* (Wing,

2016), ou quanto à relação entre Construcionismo e a TRRS. Todavia, é fundamental verificar empiricamente a viabilidade ou eficácia didática da programação de conceitos. *Como os alunos reagem à essas atividades? Como o processo de* debugging[4] *dos programas para cálculo de instâncias de conceitos contribui para a compreensão dos conceitos matemáticos em foco?* Entre todas, esta nos parece fundamental: *Para dado conteúdo matemático e objetivos do ensino, qual linguagem de programação seria melhor utilizar?*

REFERÊNCIAS

Almeida, L. M. W. & Silva, K. A. P. (2018). Abordagens Semióticas em Educação Matemática. *Bolema*, v. 32(61), 696-726. doi: 10.1590/1980-4415v32n61a19.

Ascencio, A. F. G. & Campos, E. A. V. (2012). *Fundamentos da Programação de Computadores: Algoritmos, Pascal, C, C++ e Java*. 3a. edição. São Paulo: Pearson Education do Brasil.

Benton, L., Saunders, P., Kalas, I., Hoyles, C. & Noss, R. (2018). Designing for learning mathematics through programming: A case study of pupils engaging with place value. *International Journal of Child-Computer Interaction*, v. 16, 68-76. doi: 10.1016/j.ijcci.2017.12.004.

Brandt, C. F. & Moretti, M. (2014). O cenário da pesquisa no campo da educação matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. *Perspectiva da Educação Matemática*, v. 7(13), 22-37.

Colombo, J. A. A., Flores, C. R. & Moretti, M. T. (2008). Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em educação matemática: pontuando tendências. *Zetetiké*, v. 16(29), 41-72. doi: 10.20396/zet.v16i29.8647035.

Damm, R. F. (2002). Registros de Representação. In Machado, S. D. A (Org.), *Educação Matemática: uma introdução*. 2. ed. (135-153). São Paulo: EDUC.

Devlin, K. (2015). *Introduction to Mathematical Thinking*. eBook Kindle. ASIN: B009LTPSTO.

Duval, R. (2011). *Ver e ensinar a matemática de outra forma*: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. 1. ed. São Paulo: PROEM.

Duval, R. (2012). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem*, v. 07(2), 266-297. doi: 10.5007/1981-1322.2012v7n2p266.

4 *Debugging* é o termo típico da ciência da computação para o processo de análise e correção de erros de programação.

Duval, R. (2017) Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão. In MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. eBbook Kindle. ASIN: B07LB7DQRJ.

Ferreira, F. A., Santos, C. A. B. & Curi, E. (2013). Um cenário sobre pesquisas brasileiras que apresentam como abordagem teórica os registros de representação semiótica. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, v. 4(2), 1-14. doi: 10.36397/emteia.v4i2.2235.

Forsström, S. E. & Kaufmann, O. T. (2018). A Literature Review Exploring the use of Programming in Mathematics Education. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, v. 17(12), 18-32. doi: 10.26803/ijlter.17.12.2.

Gil, A. C. (2008). *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6. ed. São Paulo: Atlas.

Halmos, P. R. (1980). The Heart of Mathematics. *The American Mathematical Monthly*, v. 87(7), 519-524.

Hefez, A. (2016). *Curso de Álgebra, Volume 1*. 5a. ed. Rio de Janeiro: IMPA.

Lima, E. L. (2003). *Matemática e Ensino*. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM.

Marconi, M. A. & Lakatos, E. M. (2003). *Fundamentos de Metodologia Científica*. 5. ed. São Paulo: Atlas.

Misfeldt, M. & Ejsing-Duun, S. (2015). Learning mathematics through programming: An Instrumental Approach to Potentials and Pitfalls. In Krainer, K. & Vondrová, N. (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2524–2530). Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME. Recuperado de https://hal.archives-ouvertes.fr/CERME9/public/CERME9_Proceedings_2015.pdf

Papert, S. (1980). *Mindstorms*: children, computers and powerful ideas. New York: Basic Books.

Pommer, W. M. (2011). As Equações Diofantinas e o novo Ensino Médio. *Boletim GEPEM*, n.58, 51-70. Recuperado de http://costalima.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/80/250

Pontes, H. M. S., Finck, C. B. & Nunes, A. L. R. (2017), O estado da arte da teoria dos registros de representação semiótica na educação matemática. *Educ. Matem. Pesq.*, v.19(1), 297-325. doi: 10.23925/1983-3156.2017v19i1p297-325.

Ripoll, Y., Rangel, L. & Giraldo, V. (2015). *Livro do Professor de Matemática na Educação Básica Volume I: Números Naturais*. Rio de Janeiro: SBM.

Severino, A. J. (2007). *Metodologia do Trabalho Científico*. 23. ed. São Paulo: Cortez.

Sociedade Brasileira de Computação ([s.d.]). *Computação na Base Nacional Comum Curricular*. Recuperado de https://www.sbc.org.br/documentos-da-sbc/send/203-educacao-basica/1220-bncc-em-itinerario-informativo-computacao-2

Valente, J. A. (1999). Análise dos diferentes tipos de software usados na Educação. In Valente J. A. (Org.), *Computadores na sociedade do conhecimento* (pp. 89-110). Campinas, SP: UNICAMP/NIED. Recuperado de www.nied.unicamp.br/oea

NOTAS

TÍTULO DA OBRA
Desconexão Procedimental e Programação no Ensino-Aprendizagem da Matemática: considerações a partir da teoria dos registros de representação semiótica

Lúcio Souza Fassarella
Doutor em Ciências Físicas
Universidade Federal do Espírito Santo, Departamento de Matemática Aplicada, São Mateus – ES, Brasil
lucio.fassarella@ufes.br
http://orcid.org/0000-0001-6339-8958

Endereço de correspondência do principal autor
Rua Oraldo Coelho, 352, CEP 29936-708, São Mateus, ES, Brasil.

AGRADECIMENTOS
Não se aplica.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA
Concepção e elaboração do manuscrito: L. S. Fassarella

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA
Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

FINANCIAMENTO
Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES
Não se aplica.

LICENÇA DE USO – uso exclusivo da revista
Os autores cedem à **Revemat** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a Licença Creative Commons Attribution (CC BY) 4.0 International. Estra licença permite que **terceiros** remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os **autores** têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista
Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITOR – uso exclusivo da revista
Méricles Thadeu Moretti e Rosilene Beatriz Machado.

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista
Recebido em: 20-08-2020 – Aprovado em: 04-10-2020