

A PROPORCIONALIDADE NA 9ª CLASSE DO 1º CICLO DO ENSINO SECUNDÁRIO: UMA ANÁLISE SOBRE AS COMPETÊNCIAS DESENVOLVIDAS

Proportionality in the 9th grade of the 1st cycle of secondary education: An analysis of the skills developed

Alberto Domingos Jacinto **QUITEMBO**

Instituto Superior de Ciências de Educação da Universidade Katyavala Bwila, Benguela, Angola
jqitembo50@gmail.com

<http://orcid.org/0000-0002-7724-8886> 

Augusta **DOMINGAS**

Instituto Superior de Ciências de Educação da Universidade Katyavala Bwila, Benguela, Angola
domingasaug@gmail.com

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo 

RESUMO

A aprendizagem dos conteúdos sobre a proporcionalidade é posta, directa ou indirectamente, em causa pelos professores, sobretudo das disciplinas que mobilizam estes conhecimentos para dar tratamento dos conteúdos específicos das disciplinas, nomeadamente, Física, Química, Geografia e outras. A compreensão da relação multiplicativa é essencial para a aprendizagem da proporcionalidade e o seu uso em diferentes contextos. Para tal, é responsabilidade do professor de Matemática o desenvolvimento dessas competências e habilidades, que tem o início, de modo precoce, no ensino primário e ensinado de forma explícita na 9ª classe do 1º ciclo do ensino secundário, do subsistema de ensino de Angola. Nesta ordem, olhando para o impacto do conhecimento da proporcionalidade, na vida quotidiana e na compreensão de conteúdos de outras disciplinas, se elegeu o desenvolvimento do estudo, procurando responder a seguinte questão: os conhecimentos adquiridos pelos alunos da 9ª classe do ensino secundário favorecem, de modo positivo, a frequência de programas cujo tratamento dos conteúdos necessitam a mobilização de conhecimentos sobre proporcionalidade? Para o efeito, foi aplicado um teste aos alunos da 9ª classe, com o qual, através da análise qualitativa dos resultados se poderia aferir se as competências desenvolvidas favoreciam o seguimento exitoso dos programas de Matemática e de disciplinas afins. Os resultados alcançados mostram debilidades nos conhecimentos adquiridos pelos alunos e, conseqüentemente, fragilidades nas competências desenvolvidas.

Palavras-chave: Ensino da proporcionalidade, Proporcionalidade directa, Proporcionalidade inversa, Competências desenvolvidas

ABSTRACT

The learning of content on proportionality is directly and indirectly called into question by teachers, especially of the disciplines that mobilize this knowledge to give treatment of the specific contents of the discipline, namely physics, chemistry, geometry and others. Understanding the multiplicative relationship is essential for learning proportionality and its use in different contexts. To this end, it is the responsibility of the Mathematics teacher to develop these skills and abilities, which begins early in primary education and is taught explicitly in the 9th grade of the 1st cycle of secondary education, of the angolan teaching subsystem. In this order, looking at the impact of knowledge of proportionality, on daily life and understanding of contents of other disciplines, the development of the study was elected, trying to answer the following question: do the knowledge acquired by the students of the 9th grade of secondary education favor, in a positive way, the frequency of programs whose treatment of the contents require the mobilization of knowledge about

proportionality? For this purpose, a test was applied to the students of the 9th grade, with which, through the qualitative analysis of the results, it was possible to assess whether the skills developed favored the successful follow-up of mathematics programs and related disciplines. The results achieved show weaknesses in the knowledge acquired by the students and, consequently, fragility in the skills achieved.

Keywords: Teaching proportionality, Direct proportionality, Inverse proportionality, Skills developed

1 INTRODUÇÃO

A Matemática escolar é desde tempos remotos vista como disciplina difícil pela maioria de alunos, cuja causa é atribuída, por um lado, aos alunos pelo seu fraco desempenho e, por outro lado, aos professores como os que complicam a aprendizagem dos respetivos conteúdos (Quitembo, 2018; Domingas, 2019). Outrossim, realça-se que alguns tópicos específicos do conteúdo matemático são colocados no segundo plano por alguns professores por não se sentirem confortados para os ensinar aos seus alunos.

Elegemos a proporcionalidade, o tópico matemático constante no(s) programa(s) de Matemática do 1º ciclo do ensino secundário, explicitamente ensinado na 9ª classe, por ser pouco comentado pelos professores em relação ao processo de ensino-aprendizagem, tendo em atenção a sua complexidade e a sua aplicação prática. Nesta ordem, Menduni-Bortoloti e Barbosa (2017) reconhecem muitas aplicações na vida quotidiana e em áreas como a Física, Química, Música, Geografia, Artes, dentre outras, o que torna a aprendizagem desse conteúdo necessária, desde os anos iniciais de escolaridade.

Assim, as constantes reclamações de professores sobre as debilidades dos alunos, fundamentalmente em relação ao conceito de função, podem estar associadas ao fraco desenvolvimento do conceito de proporcionalidade nas suas diversas formas de utilização. Nessa perspetiva, sendo a 9ª classe, a classe terminal do 1º ciclo do ensino secundário, além de que, é nesta classe onde são ministradas explicitamente os conteúdos de proporcionalidade, nos questionamos sobre os conhecimentos ministrados nos alunos em relação aos diferentes modos da sua aplicação, formulando-se a seguinte questão: os conhecimentos adquiridos pelos alunos da 9ª classe do ensino secundário favorecem, de modo positivo, a frequência de programas cujo os conteúdos necessitam a mobilização de conhecimentos sobre proporcionalidade? Pretende-se com esse questionamento compreender se os conhecimentos adquiridos asseguram a continuidade dos estudos, nas disciplinas que exigem a mobilização de conteúdos relacionados com a proporcionalidade.

Nesta ordem, embora os dados sejam de cariz quantitativa, a sua análise adotou a abordagem qualitativa, cujos resultados mostram o ensino da proporcionalidade focalizada

no algoritmo, sobretudo o uso de fórmulas, pelo que, não favorecem o seu uso em contextos diversificados.

Alguns estudos desenvolvidos apontam o ensino deste conteúdo mais voltado para o algoritmo da regra de três simples, e não as relações que podem ser estabelecidas entre as grandezas (Menduni-Bortoloti & Barbosa 2017). Nestas práticas, não é preocupação do professor explorar as adições sucessivas na relação entre grandezas, explorar ideias multiplicativas nas sequências numéricas ou algébricas e padrões geométricos com o propósito de identificar as regularidades que possam evidenciar constantes de proporcionalidade, e na sequência descrever de forma intuitiva as leis de formação de funções. Os diversos contextos do uso da proporcionalidade exigem do professor desenvolver nos alunos as habilidades necessárias para a sua aplicação diversificada, não podendo, deste modo, limitar o seu ensino no conhecimento do algoritmo.

2 REVISÃO DA LITERATURA

O sistema de ensino angolano contempla o ensino primário até 6^a classe, desenvolvido no regime de monodocência. O ensino secundário com dois ciclos, sendo o 1^o ciclo integrado pela 7^a, 8^a e 9^a classe, e o 2^o ciclo da 10^a classe a 12^a e/ou 13^a classe, seguindo-se o ensino superior.

A proporcionalidade é um conteúdo matemático ministrado no 1^o ciclo do ensino secundário, com ênfase na 9^a classe, classe terminal do 1^o ciclo, onde se completa, se sistematiza e se consolidam as competências necessárias que permitem aos alunos o seguimento dos programas disciplinares do 2^o ciclo, com ênfase os programas de Matemática. No entendimento de Domingas (2019) a proporcionalidade é um conteúdo matemático imprescindível do 1^o ciclo do ensino secundário, pois o seu conhecimento e uso pelos alunos, favorece a compreensão de conteúdos dos programas posteriores, tal como as i) Sucessões; ii) Aplicações de IN em IR; iii) Funções Reais de Variáveis Reais e iv) Estudo da Parábola e Elipse, entre outras. Para Castro (2015), o estudo de proporcionalidade constitui um pré-requisito para o estudo de vários conteúdos.

A proporcionalidade directa é abordada de modo explícito no 1^o ciclo do ensino secundário, sendo que na 9^a classe decorre a sua sistematização. As bases para a sua introdução e desenvolvimento tiveram lugar na 6^a classe (classe terminal do ensino primário). Se subentende o contínuo tratamento da proporcionalidade directa na 7^a e 8^a

classe, com o propósito do desenvolvimento das competências que permitam aos alunos enfrentarem os desafios da proporcionalidade inversa, introduzida na 9ª classe. A sua ministração de modo indireto na 7ª e 8ª classes, se entende como uma necessidade de se estabelecer uma sequência didática dos conteúdos entre as diferentes classes e níveis de ensino, “aproximando e/ou retomando o conceito de proporcionalidade aprendido nas classes anteriores, de forma a facilitar a [aprendizagem] do conteúdo ensinado na disciplina Matemática” (Castro, 2015, p. 13). O autor sublinha ainda a necessidade, “sempre que possível, usar a interdisciplinaridade para dialogar com as disciplinas de Geografia, Ciências, Física e Química com o objetivo de melhorar o entendimento do conteúdo ensinado e, assim, o desempenho académico dos alunos” (p. 13).

O saber-fazer constitui a essência das competências exigidas, suportado pela compreensão dos conceitos e das propriedades associadas. Ou seja, o saber-fazer representa as evidências das competências desenvolvidas, manifestadas na capacidade e habilidade de mobilização dos conhecimentos adquiridos. Neste sentido, é desejável o desenvolvimento de capacidades e habilidades duradouras no tempo, de formas flexíveis do pensamento, do ser capaz de fazer por si mesmo uma atividade e da demonstração da auto-regulação (Domingas, 2019).

Assim, olhando para os objetivos gerais do 1º ciclo do ensino secundário e nos objetivos específicos de cada classe, a autora adianta que os objetivos gerais da Matemática do 1º ciclo enfatizam mais o campo do saber-fazer (66,7%) em relação ao campo do saber-ser (22,2%) e do saber (11,1%). Já os objetivos gerais de cada classe atribuem maior ênfase à compreensão dos conceitos (campo do saber) e menor ênfase ao desenvolvimento de habilidades e capacidade (campo do saber-fazer), tal como mostra a tabela 1.

Tabela 1: Enquadramento dos objetivos da Matemática por classes do 1.º CES

Categorias	Gerais do 1º ciclo		7ª classe		8ª classe		9ª classe	
	Freq	%	Freq	%	Freq	%	Freq	%
Campo do Saber (C.S.)	1	11,1	11	61,1	7	77,8	20	64,5
Campo do Saber-Fazer (C.S.F.)	6	66,7	7	38,9	2	22,2	11	35,5
Campo do Saber-Ser (C.S.S.)	2	22,2	0	0	0	0	0	0
Total	9	100	18	100	9	100	31	100

Fonte: Domingas (2019)

Os objetivos específicos de cada classe do ciclo estão centrados na aquisição, pelos alunos, de conhecimentos teóricos (conceitos) necessários para a sua aplicação em experiências de aprendizagem. Segundo Domingas e Morgado (2018) os objectivos relativos ao perfil do saber-ser não estando explicitados faz emergir dois pensamentos: i) os alunos são contemplados indiretamente, a partir da resolução de tarefas propostas – circunscreve as aprendizagens em torno dos três campos do saber ou; ii) perdem a oportunidade de consolidar as noções de um juízo crítico, de conhecimentos de pesquisa, do sentido de responsabilidade e do sentido de cooperar com os outros em tarefas e projetos comuns – o que compromete a formação integral do aluno em relação aos valores cívicos, atitudes de pesquisa em Matemática, promoção da autoconfiança e no trabalhar com os outros.

No entender de Riquel, *et al.* (2017), os conceitos são categorias especiais da Matemática através dos quais se opera o pensamento matemático. O conhecimento dos conceitos contribui para o alcance dos objetivos da Matemática, entre as quais, no caso particular da proporcionalidade directa, identificar as regularidades dos objetos, explorar determinados padrões geométricos, numéricos ou algébricos. Logo, o domínio do conceito de proporcionalidade directa, permite ao aluno pôr em evidência a constante de proporcionalidade, e em determinadas situações pode descrever, mesmo que de forma intuitiva as leis de formação de funções lineares (Menduni-Bortoloti & Barbosa, 2017). Deste modo, segundo os autores, se pode entender o conceito de proporcionalidade como razão, regularidade, função, densidade e escala, que, segundo NCTM (1991) representam conhecimentos teóricos que existem a medida em que são úteis. Isso significa que a melhor forma de se entender o conceito de proporcionalidade deve partir da disposição participativa empreendida num trabalho coletivo, uma compreensão emergente da prática, onde o resultado não é o conceito a ser ensinado, mas o que é possível aprender sobre esse conceito, tendo como ponto de partida o conhecimento dos alunos sobre o objeto em estudo (Davis & Renert, 2014).

O modo deficiente do tratamento dos conceitos matemáticos pode representar, uma das causas do baixo rendimento dos alunos em Matemática e, em outras disciplinas (Castro, 2015). Segundo o autor as dificuldades dos alunos “em Matemática e em outras disciplinas vem do fato que nos livros didáticos, muitas vezes, os assuntos são apresentados como se fossem sempre novidade, sem correlação com os conteúdos já ensinados” (p. 12). Para o autor, se a partir de um conceito o professor conseguisse explorar as várias áreas de aplicação do conhecimento, “o aluno provavelmente sentir-se-ia mais

seguro no estudo, não pensando que a cada capítulo teria que aprender um conteúdo novo” (p. 12).

2.1 Proporcionalidade directa

O ensino da proporcionalidade directa como razão existente entre as medidas do desenho de um objeto e suas medidas reais, está centrado na compreensão da razão como uma constante, e das suas implicações (Ponte *et al.*, 2010). Nesta senda, Menduni-Bortoloti e Barbosa (2017) no estudo que desenvolveram, consideram que o tratamento do conceito de proporcionalidade como razão, realiza-se como rotinas centradas em expressões do tipo “ a/b ou $a:b$, em que **a** é o antecedente e **b** o conseqüente”, tendo-se identificado três tipos de relação: a multiplicativa (tipo mais comum), a aditiva e a comparativa. Segundo os autores, tomando a perspectiva comparativa consideram que a proporcionalidade realizada como razão constitui uma classe de razões equivalentes. Para tal, “é necessário entender que as quantidades que compõem uma razão covariam (isto é, alteram-se de forma conjunta) de tal forma que as relações entre elas permanecem invariantes” (Spinillo, 2003, p. 39). Para Silvestre e Ponte (2012), a relação de proporcionalidade directa entre duas variáveis pode ser representada como uma igualdade entre duas razões $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (sendo **a** e **c** valores de uma variável e **b** e **d** valores de outra variável) ou como função linear $y = mx$, com $m \neq 0$.

A relação multiplicativa entre duas quantidades de naturezas distintas, é outra forma de analisar e realizar a proporcionalidade. No entender de Santos e Santos-Wagner (2016) o raciocínio proporcional e a sua natureza multiplicativa, encontra-se manifestado tanto em problemas simples do dia-a-dia, até aos problemas mais complexos da Matemática e outras ciências. Razão pela qual, a investigação em raciocínio proporcional tem dado ênfase na compreensão da natureza multiplicativa da relação de proporcionalidade directa (Silvestre & Ponte, 2013), cujo campo representativo das estruturas multiplicativas é constituído pelas situações que requerem multiplicação, divisão ou uma combinação de ambas operações, bem como, os conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações: relações simples e proporção múltipla, escala de razão, de função não linear e linear directa (Miranda, 2016). Assim, a autora, tomando Vergnaud (2009) apresenta duas grandes categorias de relações multiplicativas: i) isomorfismo de medidas - representa uma relação quaternária entre quatro quantidades: duas quantidades são medidas de certo tipo e as

outras duas medidas são de outro tipo (Se duas canetas custam kz¹ 200,00, quanto custarão 4 canetas?), ii) produto de medidas - é uma relação ternária entre três quantidades, das quais uma é o produto das outras duas (Se eu tenho 4 blusas e 2 calças, quantos trajes distintos posso formar).

A proporcionalidade expressada pela razão, pode ser representada como escala (Menduni-Bortoloti & Barbosa, 2017). Os autores tomando Guerra e Hernández, (2014), admitindo que $E = \frac{D}{R}$, onde D é a medida do tamanho do desenho do objeto e R é a medida do tamanho real do objeto, com D e R nas mesmas unidades, E representa a invariância entre as quantidades em quantas vezes o objeto foi aumentado ou diminuído em relação ao tamanho original. Neste sentido, a escala pode ser definida como a razão entre uma unidade de medida de um mapa e a real distância (Menduni-Bortoloti & Barbosa, 2017). A invariância na escala é conhecida por fator-escala ou operador (Guerra & Hernández, 2014), e se o fator-escala for diferente nos diferentes lados duma figura, acontece uma deformação da figura (Menduni-Bortoloti & Barbosa, 2017). Para os autores, citando Lamon (2006) deve-se perceber que o fator-escala ou operador atua em todas as dimensões simultaneamente para manter uma proporção entre as figuras. A manutenção da proporção permite a redução ou ampliação da figura por meio da multiplicação ou divisão (Guerra & Hernández, 2014). Estes procedimentos dão lugar ao isomorfismo de medidas, entendida como as transformações que ocorrem entre variáveis, mantendo a relação proporcional entre os valores numéricos (Silvestre & Ponte, 2012). No entanto, segundo os autores, as dificuldades na aprendizagem desse conteúdo pelos alunos resultam da não compreensão da natureza multiplicativa dessa relação, em particular, do sentido da covariação e invariância.

Estes autores, ao referirem o modo como é ensinado a noção de proporcionalidade directa, consideram que a sua abordagem está fortemente ligada às representações: os alunos aprendem, primeiro, a resolver problemas usando igualdades entre razões e, depois, recorrendo à função linear, sem que se estabeleça qualquer relação entre essas duas representações. Estes autores consideram ultrapassado o modelo usado e enfatizam a necessidade de se implementar modelos que permitem o envolvimento dos alunos em atividades que os ajudam a descobrir que a proporcionalidade é a variação mútua de duas grandezas. Neste sentido, Silvestre e Ponte (2009), sublinham que o objetivo principal do ensino da proporcionalidade directa se traduz no desenvolvimento do raciocínio

¹ Kuanza – Moeda de Angola

proporcional, consubstanciado no desenvolvimento de capacidade que envolve três aspetos: (i) distinguir relações de proporcionalidade directa daquelas que não o são; (ii) compreender a natureza multiplicativa da relação de proporcionalidade directa; e (iii) resolver vários tipos de problemas, usando diferentes abordagens. Ao se ter em conta estes aspetos implica o uso de diferentes estratégias que permitam operacionalizar a noção de raciocínio proporcional, que deve ser encarado como elemento fundamental no desenvolvimento matemático do aluno (Silvestre & Ponte, 2012). Desse modo, os autores adiantam que o seu ensino deve estar centrado no desenvolvimento do raciocínio proporcional, para o qual, a busca das relações, das conexões e aprofundamentos desejados alcançam-se através da dinâmica de grupo, e não de um indivíduo, na construção das compreensões acerca do conceito. Também referem que o desenvolvimento do raciocínio proporcional ocorre quando: i) exploram a natureza multiplicativa da relação de proporcionalidade directa - reforça o conhecimento dos alunos sobre a covariação de grandezas e invariância de relações em certas condições; ii) trabalham na resolução de problemas - relações de proporcionalidade directa (de valor omissis e de comparação), problemas pseudo-proporcionais e outros em que se averigua a existência de proporcionalidade directa; e iii) trabalham em simultâneo com diferentes representações - tabelas; gráficos; razão na forma de fracção; razão com dois pontos.

Para o efeito, tal como refere Castro (2015) é preciso se trabalhar os conteúdos na sua aplicação interdisciplinar, para o qual os conteúdos correlacionáveis na mesma classe em disciplinas diferentes, devem estar explicitamente citadas a sua interdisciplinaridade. Daí que, o desenvolvimento de um ensino que “ênfatize a inter-relação entre diversas ideias matemáticas, os alunos não só aprendem Matemática como também aprendem a reconhecer sua utilidade” (Costa & Allevato, 2015), na conexão interdisciplinar. Os autores adiantam ainda que, a compreensão das conexões dentro e entre os conteúdos matemáticos minimiza as dificuldades dos alunos em compreender a Matemática escolar. Daí que, Castro (2015) reconhece que embora o(s) programa(s) das disciplinas trazem os conteúdos correlacionáveis na mesma classe, mas, os professores não estabelecem as devidas sequências que facilitem a interação das disciplinas.

2.2 Proporcionalidade inversa

Diferentes propriedades e estratégias utilizadas no processo de ensino e aprendizagem sobre a proporcionalidade directa são transferidas ao estudo da proporcionalidade inversa. A grande diferença radica nos seus conceitos. No entender de Nobre, Amado e Ponte (2014), os alunos começam por lidar com situações de proporcionalidade directa de forma intuitiva, recorrendo a estratégias como a redução à unidade ou o uso da regra de três simples. Mais tarde, surgem relações de proporcionalidade inversa, que exigem um raciocínio mais complexo. A compreensão deste novo conceito é, em parte, facilitada pela compreensão do conceito de proporcionalidade directa, uma vez que duas grandezas x e y são inversamente proporcionais se x é diretamente proporcional ao inverso de y .

O próprio conceito de proporcionalidade está envolto de diversas dificuldades. Vergnaud (1997) afirma que as noções de grandeza diretamente e inversamente proporcionais requerem a construção de conceitos multiplicativos de uma certa complexidade e que nem sempre podem ser compreendidos usando apenas os esquemas de somar e subtrair. Segundo Herscovics e Lincheviski (1994), há alunos que no uso imediato de métodos formais algébricos, como a expressão algébrica da proporcionalidade inversa, operam mecanicamente com os símbolos, sem entender o seu significado. Esta dificuldade pode estar relacionada com a abordagem predominantemente formal com que estes métodos são apresentados. Também, Silvestre e Ponte (2009) referem que uma aprendizagem com ênfase no treino de procedimentos e verbalização de regras, sem desenvolver a compreensão da estrutura matemática da relação proporcional, tem consequências indesejáveis sobre o desenvolvimento do raciocínio proporcional. Daí o poder-se admitir que a aprendizagem será facilitada se se envolver alunos em experiências informais antes da manipulação algébrica formal, nomeadamente através da resolução de problemas.

A proporcionalidade inversa aparece pela primeira vez no currículo escolar angolano da 9ª classe, e persegue objectivos tais como: i) reconhecer situações de proporcionalidade inversas apresentadas de diferentes formas indicando a constante de proporcionalidade; ii) saber ler e interpretar dados, construir tabelas e gráficos relativos a situações representáveis por funções da forma: $y = \frac{k}{x}$ com $k > 0$ e $x > 0$ e $y = ax + b$ e relacionando os com os tipos de proporcionalidade estudadas; iii) compreender tabelas e gráficos a partir

da observação de dados e iv) analisar informação contida em gráficos que lhe sejam fornecidos” (INIDE, 2013, p. 5). A apreensão e ou o alcance destes objectivos traduzem o desenvolvimento de capacidades e habilidades para identificar regularidades em situações que intervêm proporcionalidade inversa, e deste modo, poder estabelecer relações para calcular, derivar valores, representar gráficos e interpretar dados algébricos.

Neste sentido, no entendimento de que cada matriz de conhecimento do 1º ciclo do ensino secundário prepara as condições para conhecimentos vindouros, Domingas (2019) considera que o tratamento de proporcionalidade inversa na 9ª classe representa o desenvolvimento de competências e habilidades necessárias para enfrentar os novos desafios do 2º ciclo do ensino secundário. No entanto, a habilidade alcançada na resolução de tarefas depende do nível de compreensão dos conceitos associados a proporcionalidade inversa, quer a partir da análise de funções do tipo $y = ax + b$ quer a partir de figuras geométricas planas estudadas.

O conceito de proporcionalidade inversa é definido a partir de proporções formadas por variáveis covariantes. No trabalho com rectângulos de uma mesma área, verifica-se que a expressão analítica de um dos lados do rectângulo em função do outro apresenta uma importante propriedade: se a longitude de um lado duplica, a longitude do outro lado reduz-se a metade; se a longitude de um dos lados triplica, a longitude do outro lado reduz-se a terça parte; em geral, se a variável independente “ x ” é multiplicada por um número natural “ n ”, a variável dependente “ y ” é dividida pelo mesmo número natural “ n ” para que o produto “ $x \cdot y$ ” se mantenha constante (Neves & Faria, 2000). Dito de outro modo, segundo os autores, “se o produto de duas variáveis é uma constante não nula, as duas variáveis são inversamente proporcionais [ou] se x e y são variáveis inversamente proporcionais, $x \cdot y = k$, sendo k , uma constante de proporcionalidade não nula” (p. 77). Estas variáveis descrevem correspondências unívocas (funções) quando estão relacionadas de modo que os valores de uma delas se obtêm multiplicando por um mesmo número, os recíprocos dos valores correspondentes da outra grandeza $y = k, \frac{1}{x} = \frac{k}{x}$, com k constante e não nula, e corresponde, segundo Valdés et al. (2005) o gráfico de uma hipérbole.

As representações devem ser encaradas como lentes através das quais procuramos compreender o significado envolvido nos processos matemáticos, sobretudo, na resolução de problemas. Daí que, corroborando com Duval (2006), todo o processo matemático envolve um sistema de representação semiótico, e a sua implementação corresponde a substituição de uma representação por outra. Para este autor, a dificuldade reside na

passagem de uma representação para outra, sobretudo, na transformação de uma para outra pertencente a mesma família e ou perceber a necessidade e possibilidade de convertê-la numa outra família.

2.3 Práticas de ensino sobre proporcionalidades

Para ensinar proporcionalidade, Santos e Santos-Wagner (2013) adiantam duas estratégias a implementar no processo de ensino-aprendizagem, nomeadamente: i) de compreensão instrumental - aquelas que favorecem automatismos para a aprendizagem da Matemática mas, não permitem construir conceitos e procedimentos e, deduzir propriedades sempre que problemas simples lhes são apresentados; ii) de compreensão relacional - aquelas estratégias que proporcionam um ensino e aprendizagem pautado na busca de regularidades e de conexões com conteúdos matemáticos, do quotidiano e de outras áreas do conhecimento. Segundo os autores, a combinação de ambas estratégias permite proporcionar aos alunos a Matemática já construída e possibilita o conhecimento de diversidade de aplicações. Para o efeito, os professores precisam saber ouvir mais os alunos e serem menos controladores, envolvendo-os mais, de modo individual ou aos pares na realização das tarefas, utilizando os recursos disponíveis e necessários, tal como: o papel e lápis, instrumentos de desenho, calculadora simples e outros materiais.

No entender de Silvestre e Ponte (2012), a proporção constitui a âncora da proporcionalidade directa e da inversa, sendo os erros mais comuns: i) a aprendizagem deficiente da linguagem e conseqüentemente a rigidez no pensamento; ii) ineficácia do raciocínio análogo; iii) encontrar a solução do problema que não apresenta o valor unitário; iv) má compreensão da natureza multiplicativa da relação de proporcionalidade e em particular, do sentido da covariância entre as grandezas e invariância de sua constante.

Na proporcionalidade inversa, a transformação de um sistema de conhecimento para outro similar, exige a mobilização de diferentes conceitos, porém equivalentes, através dos quais, os alunos são levados a inferir que a proporcionalidade inversa é disjunta da proporcionalidade directa e que entre duas grandezas pode não existir nenhum tipo de proporcionalidade estudado (Domingas, 2019). Segundo a autora, a abordagem mais frequente no processo de ensino-aprendizagem é a que envolve o conceito de proporcionalidade como função, fortemente ligada a compreensão instrumental - utilização de fórmulas; a representação e leitura de gráficos; a determinação da constante de

proporcionalidade; a resolução de exercícios com texto da semi-realidade. Já a compreensão relacional é mobilizada na aplicação do conceito de proporção; resolução de problemas intra e extra matemáticos; inferência de regularidades sobre a covariância entre grandezas, aspetos de desconforto para muitos professores.

A proporcionalidade inversa é em simultâneo o culminar da Matemática elementar e o alcance da Matemática avançada, bem como, é um formador de estruturas cognitivas para a compreensão de outros importantes conceitos matemáticos. Daí que, na realização do processo de ensino-aprendizagem o professor deve ter em conta o erro do aluno como parte integrante do processo. O erro tem a função de indicar aos professores a parte do conteúdo que precisa dar mais atenção na sala de aula ou nos manuais escolares. Não pode ser encarado como um instrumento de punição, julgamento ou censura, mas ser visto como oportunidade para identificar as dificuldades no processo de ensino-aprendizagem do conteúdo, em particular, conteúdos sobre proporcionalidade.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para responder a questão formulada, optou-se por um estudo qualitativo, suportado por dados quantitativos, pois não se pretendia testar hipóteses, tão pouco correlacionar variáveis (Bogdan & Biklen, 1994). Pretendia-se perceber através do teste, se os alunos tinham conhecimentos consolidados e desenvolvido as competências e habilidades necessárias para frequentar os programas de ensino seguintes. O teste foi aplicado a 165 alunos da 9ª classe de quatro escolas pertencentes a província de Benguela, e respondido em 45 minutos, correspondente a uma hora letiva. O mesmo tinha seis questões, com desafios variados, tendo como base principal a mobilização do conceito de proporcionalidade directa e inversa. Para o efeito, no tratamento dos dados para este estudo, utilizou-se uma escala de três níveis, nomeadamente: satisfaz bastante (totalmente certo), satisfaz parcialmente (parcialmente certo) e não satisfaz (totalmente errado), com as quais se pretendeu aferir, na óptica do investigador, o grau de satisfação das ideias expressas nas respostas dos alunos.

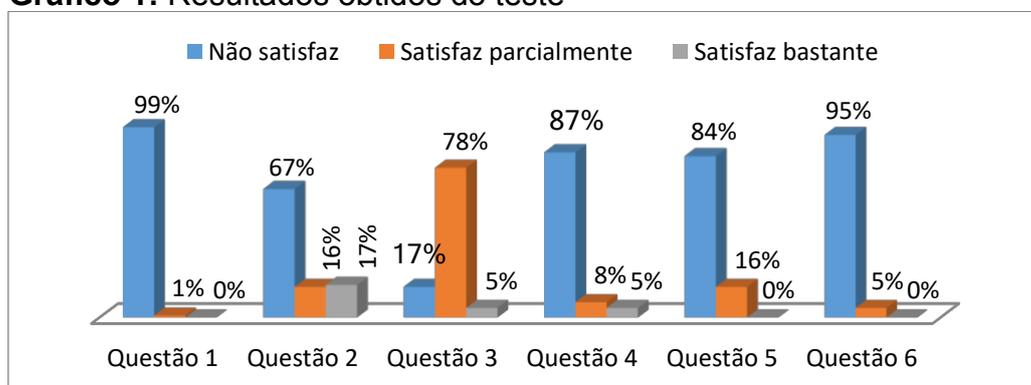
Pretendeu-se com o teste perceber as competências e habilidades desenvolvidas para resolver tarefas sobre proporcionalidade, nomeadamente, capacidade para distinguir situações de proporcionalidade directa, da inversa; para argumentar as respostas e de mobilização de conteúdos afins na realização das tarefas, bem como perceber o nível de

compreensão da natureza multiplicativa que envolve a proporcionalidade. Assim, pretendeu-se com a questão 1, perceber o modo como interpretam as situações e argumentam as suas respostas, tendo em atenção os conceitos sobre proporcionalidade. A questão 2 exigia dos alunos relacionar as expressões algébricas com gráficos, enquanto a questão 3, impunha determinar valores omissos numa dada tabela de valores e transformá-la, de modo a não poder se estabelecer uma relação de proporcionalidade directa ou inversa entre as grandezas. A questão 4 exigia ao aluno a mobilização de conceitos e de propriedades sobre proporcionalidade inversa e, a questão 5 exigia a conversão da expressão algébrica dada por sua representação gráfica, fazer a leitura de dados inerentes a função e de indicar o nome científico atribuído à curva que descreve, enquanto a questão 6 exigia a determinação da expressão analítica da função linear ($f(x)$) conhecendo o seu gráfico, um dos seus pontos, a ordenada de $B \in (f(x))$ e a expressão analítica de $g(x)$.

3.1 Resultados

Na questão 1, verifica-se que 99% das respostas dos alunos se enquadram no nível de *não satisfaz* e, apenas 1% apresentaram soluções do nível de *satisfaz parcialmente*. Os alunos com respostas parcialmente certas, conseguiram mobilizar os conceitos que envolvem a proporcionalidade directa e a inversa, mas sem exteriorizar por escrito os processos e os meios que utilizaram (argumentação). Já às questões 2, 3 e 4 apresentam respostas enquadradas no nível de *satisfaz bastante* na ordem de 17%, 5% e 5% respectivamente, tal como se apresenta no gráfico 1.

Gráfico 1: Resultados obtidos do teste



Fonte: Os autores.

Sobre a questão 5, 139 (84%) das respostas se enquadram no nível de *não satisfaz*, enquanto 26 (16%) das respostas denunciaram algumas habilidades desenvolvidas pelos alunos. Destes, 18 alunos representaram o gráfico da função de proporcionalidade inversa $f(x) = \frac{3}{x}$ apenas para $x > 0$, 11 identificaram por palavras próprias o comportamento da função no ponto $x = 0$, designando-o de “ponto morto”. Uns argumentaram que “quando x toma valores positivos e próximos a zero acontece que os valores da função sobem cada vez mas”, e outros indicaram que se trata de uma função que descreve uma curva denominada hipérbole. No entanto, constataram-se dificuldades de precisão de conceitos, tais como “ $f(0) = 0$ ”, e “ $f(0)$ é impossível porque $x = 0$ é um ponto morto da função”.

No que respeita a questão 6, dos 165 alunos, 157 (95%) alunos, ou não responderam ou apresentaram solução que *não satisfaz (totalmente errado)*, e apenas 8 (5%) alunos apresentaram soluções que *satisfizeram parcialmente* a questão. Estes alunos procuraram determinar a expressão analítica do gráfico da função $g(x)$, usando o raciocínio comparativo entre a representação gráfica desta função e as expressões algébricas dadas, bem como de conhecimentos afins. Nessa questão constatou-se debilidades na mobilização dos conhecimentos afins estudados nas classes anteriores, particularmente, o conceito de movimento de um ponto mediante uma reflexão ou inferir que o perímetro do triângulo solicitado (ΔAOC) é o dobro do perímetro do triângulo dado (ΔAOB).

3.2 Discussão dos resultados

A questão 1 exigia dos alunos o entendimento que têm sobre os conceitos de proporcionalidade directa e inversa, mas, foi a que pior resultado obteve, enquadrado na escala de não satisfação (99%).

A questão 6 exigia a aplicação dos conceitos de proporcionalidade, mas também a mobilização de outros conhecimentos estudados nas classes anteriores. Porém, 95% dos resultados enquadram-se na escala de não satisfação. Contrariamente as questões anteriores, na questão 3, 78% dos alunos obtiveram resultados parciais, talvez por ser uma tarefa de aplicação imediata de fórmulas que traduzem os conceitos de proporcionalidade directa e inversa.

Esta situação pode estar associada ao modo deficiente do tratamento dos conceitos matemáticos, considerado como uma das causas do baixo rendimento dos alunos (Castro, 2015), sobretudo, quando os professores ouvem menos os alunos, envolve-os mais para

responder às questões formuladas e no uso do papel e lápis como únicos recursos (Santos & Santos-Wagner, 2013), em detrimento da exploração do erro do aluno, das suas ideias e raciocínios, das suas experiências e vivências.

Das respostas dadas às seis questões, pode-se sublinhar que os alunos são orientados a aprender a utilizar a fórmula mais do que a compreensão do significado de proporcionalidade. Os alunos revelaram debilidades na compreensão da relação multiplicativa entre as grandezas, no trabalho com conexões matemáticas, bem como a falta de confiança na apresentação das suas ideias que justifiquem as opções tomadas. A compreensão da relação multiplicativa é enfatizada como elemento essencial no estudo da proporcionalidade (Silvestre & Ponte, 2013), porquanto as estruturas multiplicativas são constituídas pelas situações que requerem multiplicação, divisão ou uma combinação de ambas operações (Miranda, 2016). Segundo a autora, a análise dessas situações exige o conhecimento e domínio dos conceitos e teoremas que permitem analisar as relações simples, escala de razão, de função não linear e linear directa. Mas, o uso de práticas tradicionais focalizadas no domínio das fórmulas não permite compreender a relação multiplicativa incorporada nas situações que envolvem a proporcionalidade. Daí que, segundo Davis e Renert (2014), há necessidade de mudanças nas práticas de ensino e de aprendizagem dos conteúdos sobre a proporcionalidade, para o qual, a adoção de ambientes participativos e de trabalhos coletivos devem constituir o elemento essencial na prática do professor. Para o efeito, adiantam os autores, a ação do professor não deve estar focalizada no conceito a ser ensinado, mas o que é possível aprender sobre o conceito, o que lhe exige a ter em conta as experiências dos alunos, como elemento essencial. Esta visão permite aos alunos não só aprenderem a utilizar a fórmula, mas também a compreenderem, como e quando usar os conceitos, as fórmulas e a mobilização de outros conteúdos afins.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados obtidos traduzem as debilidades dos alunos no tratamento do conteúdo sobre proporcionalidade, pois que, na generalidade, mais de 60% dos alunos não responderam satisfatoriamente as questões. Nesta ordem, se pode inferir que o processo de ensino-aprendizagem desencadeado no tratamento dos conteúdos sobre proporcionalidade apresenta: i) fragilidades na construção dos conceitos (proporcionalidade

directa e inversa); ii) débil desenvolvimento das competências necessárias que permitem aos alunos a mobilização de conhecimentos afins estudados anteriormente; iii) frágil desenvolvimento de hábitos e habilidades de análise e síntese, de identificação e de argumentação dos processos utilizados.

Para contrariar o estado atual do ensino e da aprendizagem da proporcionalidade, Santos e Santos-Wagner (2013) consideram ser preciso o desenvolvimento da compreensão relacional focalizada na busca de regularidades e de conexões em conteúdos matemáticos, do quotidiano e de outras áreas do conhecimento. Para além do desenvolvimento de automatismos na aprendizagem da Matemática, os autores adiantam a necessidade da combinação de estratégias de modo a proporcionar aos alunos a Matemática já construída, bem como o conhecimento de diversidade de aplicações dos conteúdos e deste modo, se desenvolver as competências necessárias.

Em suma, os resultados do teste aplicado aos alunos da 9ª classe, finalistas do 1º ciclo do ensino secundário, revelam debilidades nos conhecimentos adquiridos e, conseqüentemente, fraco desenvolvimento das competências necessárias, com implicações negativas no processo de ensino-aprendizagem de outros conteúdos que mobilizem conhecimentos sobre proporcionalidade, o que parece prevalecer uma prática de ensino pautado na compreensão instrumental sem envolver experiências informais.

REFERÊNCIAS

- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação. Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Castro, F. A. De (2015). *A relação da proporcionalidade com outros temas matemáticos* (dissertação de mestrado). Universidade Federal de Viçosa. Brasil.
- Costa, M. S. & Allevato, N. S. G. (2015). *Proporcionalidade e função afim: uma possível conexão através da resolução de problemas*. XIV CIAEM-IACME, Chiapas, México.
- Davis, B. e Renert, M. (2014). *The Math Teachers Know: profound understanding of emergent mathematics*. NY: Routledge.
- Domingas, A. & Morgado, J. C. (2018). Políticas Curriculares no 1º Ciclo do Ensino Secundário em Angola: da flexibilização à inovação em Matemática. In J. Sousa, J. A. Pacheco, J. C. Morgado & N. Rodrigues (Orgs.), *Flexibilizar e inovar o currículo para mudar e melhorar a escola*, (29-39). Braga: IEUM. Disponível em <https://www.cied.uminho.pt/sites/default/files/2019-06/Livro%20de%20%20Atas.pdf> [Acesso a 25 de Maio de 2019].

- Domingas, A. (2019). *Currículo e Aprendizagem da Matemática: Um estudo no 1º Ciclo do Ensino Secundário em Benguela, Angola* (tese doutoramento). Instituto de Educação da Universidade do Minho. Portugal.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103-131. <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>.
- Guerra, F. U. e Hernández, C. G. (2014). Una praxeología matemática de escala en un texto universitario. *Educación Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 16, n. 1, p. 279-293.
- Herscovics, N., & Linchevski, L. (1994). *A cognitive gap between arithmetic and algebra*. *Educational Studies in Mathematics*, 27(1), 59–78.
- INIDE (2013). *Programa de Matemática – 7ª, 8ª e 9ª classes*. _____: Editora Moderna.
- Lamon, S. J. (2016). *Teaching fractions and ratios for understanding: essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. New Jersey e London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Menduni-Bortoloti, R. D'A., Barbosa, J. C. (2017). A construção de uma Matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade direta a partir de uma revisão sistemática de literatura. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 31, n. 59, p. 947-967.
- Miranda, J. A. (2016). *Desenvolvimento do raciocínio proporcional: uma sequência didática para o sexto ano do ensino fundamental*. Disponível em <https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/17957/1/DesenvolvimentoRaciocinioProporcional.pdf> [Acesso a 27 de Maio 2020].
- NCTM (1991). *Normas para o currículo e avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE.
- Neves, M. A. F. & Faria, L. (2018). *Preparação para a prova final 2018. Matemática 9ª ano*. Porto: Porto Editora.
- Neves, M. A. F. e Faria, M. L. M. (2000). *Matemática 9º ano*. Porto: Porto Editores.
- Nobre, S.; Amado, N. e Ponte, J. P. (2014). O papel das diversas representações na resolução de problemas, em diferentes contextos, no estudo da proporcionalidade inversa. In Martinho, M. H., Tomás Ferreira, R. A., Boavida, A. M., & Menezes, L. (Eds.). *Atas do XXV Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Braga: APM., pp. 425-442.
- Ponte, J. P.; Silvestre, A. I.; Garcia, C.; Costa, S. (2010). *O desenvolvimento do conceito de proporcionalidade directa pela exploração de regularidades. Tarefas para o 1º e 2º ciclos do Ensino Básico: Materiais de apoio ao professor*. Disponível em [http://www.apm.pt/files/Materiais Proporcionalidade \(IMLNA\) 4cfc0dcb29b46.pdf](http://www.apm.pt/files/Materiais%20Proporcionalidade%20(IMLNA)%204cfc0dcb29b46.pdf) [Acesso a 1 de maio de 2020].

- Quitembo, A. D. J. (2018). Currículo, formação de professores e desenvolvimento curricular no contexto africano. In J. C. Morgado, J. Sousa, A. F. Moreira & A. Vieira (Org.), Currículo, formação e internacionalização: *Desafios contemporâneos* (pp. 198-216).
- Rigual, L. R., Torres, N. E. C., González, Y. M. e Frometa, L. B. (2017). Tratamento metodológico de los conceptos matemáticos. In Carvalho, I. M. R., Huvi, J. B., Mendes, M. C. B. e Manuel, T. (Org.), *Problemáticas e perspectivas do ensino superior em Benguela: Um livro de actas das VII jornadas científico-pedagógicas do ISCED – Benguela* (pp. 157 - 159). Benguela: KAT – Editora.
- Santos, D. M., Santos-Wagner, V. M. P. (2016). Raciocínio proporcional em livros didáticos de matemática: abordagem relacional ou procedimental? *VIDYA*, v. 36, n. 1, p. 187-201.
- Santos, D. M., Santos-Wagner, V. M. P. (2013). Jogo soma 10: factos fundamentais e cálculos mental. In TEIA, *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, v4, n°2, (1-15).
- Silvestre, A. I., Ponte, J. P. (2013). Raciocínio proporcional: uma perspetiva atual. *Educação e Matemática. Revista da associação de professores de matemática*, p. 17 - 20.
- Silvestre, A. I.; Ponte, J. P. (2012). Proporcionalidade directa no 6.º ano de escolaridade: uma abordagem exploratória. *Revista interações*: v. 8 n.º 20 pp. 70 -97.
- Silvestre, A. I., Ponte, J. P. (2009). Ser ou não ser uma relação proporcional: Uma experiência de ensino com alunos do 6.º ano. In *Actas do XX seminário de investigação em educação matemática*. Viana do Castelo: APM.
- Spinillo, A. G. (2003). Ensinando proporção a crianças: alternativas pedagógicas em sala de aula. *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, n. 43, p. 11-48, ago./dez. 2003.
- Thudichum, B., Passos, I. C. & Correia, O. F. (2018a). *9 Matemática: preparar a prova final 2019*. ____: Raiz editora.
- Thudichum, B., Passos, I. C. & Correia, O. F. (2018b). *Matemática 3º ciclo: Questões de provas finais nacionais e de testes intermédios 2010-2018*. Lisboa: Instituto de Avaliação Educativa, I.P.
- Valdés, A. Q., Navarro, M. V., Unzueta, S. P., Arenas, J. C., Mengana, F. R., Pérez, M. A. & Jiménez, E. V. (2005). *Matemática 9º grado. Cuaderno complementario*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Vergnaud, G. (1997). The nature of mathematical concepts. In Nunes, T. & Bryant, P. (Eds.) *Learning and teaching mathematics, an international perspective*. Hove (East Sussex), Psychology Press Ltd.

APÊNDICE

Teste aplicado aos alunos da 9ª classe, finalistas do 1º ciclo do ensino secundário

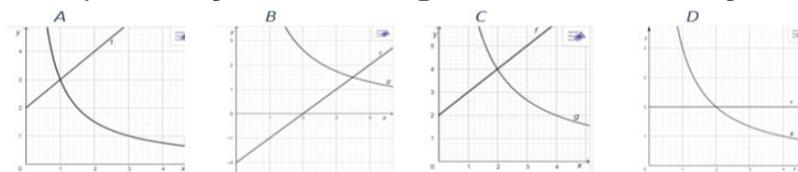
Fontes:

- Neves, M. A. F. & Faria, L. (2018);
- Thudichum, B., Passos, I. C. & Correia, O. F. (2018a ; 2018b) e
- https://mat.absolutamente.net/joomla/images/recursos/fichas/exames/9ano/proporcionalidade_inversa.pdf

1. Indica, justificando, se são verdadeiras ou falsas as afirmações: **a)** É proporcionalidade directa, se x aumenta 2 unidades, então y também aumenta 2 unidades; **b)** É proporcionalidade directa, se x aumenta para o dobro, então y também aumenta para o dobro; **c)** É proporcionalidade inversa, se x aumenta para o dobro, então y diminui para a metade; **d)** É proporcionalidade inversa, se x aumenta 2 unidades, então y diminui 2 unidades.

2. Dadas as funções definidas por:
$$\begin{cases} f(x) = x + 2 \text{ para } x \geq 0 \\ g(x) = \frac{3}{x} \text{ para } x > 0 \end{cases}$$

Em qual das seguintes representações estão os gráficos das duas funções indicadas?



3. Completa a tabela seguinte e justifica.

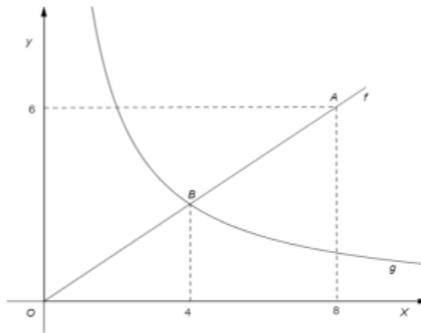
x	100	50	200
y	10		

a) Sabendo que as variáveis x e y são diretamente proporcionais; **b)** Sabendo que as variáveis x e y são inversamente proporcionais; **c)** Sabendo que não existe qualquer relação de proporcionalidade estudada entre as variáveis x e y ;

4. Sabe-se que uma dada função f de proporcionalidade inversa contém o ponto (5,2): **a)** O ponto (2,5) também pertence ao gráfico da função f ? Justifica a sua resposta; **b)** Escreva uma expressão analítica da função f ; **c)** Indica o valor de $f(1)$.

5. Dada a função $f(x) = \frac{3}{x}$: **a)** Representa $f(x)$ num referencial cartesiano; **b)** O que acontece a $f(x)$ no ponto $x = 0$?; **c)** O que acontece a $f(x)$ quando x toma valores positivos e próximos de zero?; **d)** Que nome recebe a função $f(x)$?

6. Na figura seguinte, estão representados, num referencial cartesiano, os pontos A, B e partes dos gráficos de duas funções f e g .



- a)** Qual das seguintes expressões é equivalente a $g(x)$? (A) $\frac{6}{x}$; (B) $\frac{8}{x}$; (C) $\frac{10}{x}$; (D) $\frac{12}{x}$; **b)** Designemos por C a imagem do ponto A por meio da reflexão de eixo Ox (O ponto C não está representado na figura); **c)** Determina o perímetro do triângulo [AOC]. Mostra como chegaste à sua resposta.

NOTAS

TÍTULO DA OBRA

A proporcionalidade na 9ª classe do 1º ciclo do ensino secundário. Uma análise sobre as competências desenvolvidas

Alberto Domingos Jacinto Quitembo

Ph.D.

Professor Associado

Instituto Superior de Ciências de Educação da Universidade Katyavala Bwila, Benguela, Angola

jquitembo50@gmail.com

<http://orcid.org/0000-0002-7724-8886>

Augusta Domingas

Ph.D.

Professor Auxiliar

Instituto Superior de Ciências de Educação da Universidade Katyavala Bwila, Benguela, Angola

domingasaug@gmail.com

Endereço de correspondência do principal autor

Rua de Moçambique 7, 9º esquerdo, Benguela - Angola

AGRADECIMENTOS

Não se aplica.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Concepção e elaboração do manuscrito: A. D. J. Quitembo; A. Domingas

Coleta de dados: A. Domingas

Análise de dados: A. D. J. Quitembo; A. Domingas

Discussão dos resultados: A. D. J. Quitembo; A. Domingas

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA

Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

FINANCIAMENTO

Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES

Não se aplica.

LICENÇA DE USO – uso exclusivo da revista

Os autores cedem à **Revemat** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a [Licença Creative Commons Attribution](#) (CC BY) 4.0 International. Esta licença permite que **terceiros** remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os **autores** têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista

Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no [Portal de Periódicos UFSC](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITOR – uso exclusivo da revista

Mérciles Thadeu Moretti e Rosilene Beatriz Machado.

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista

Recebido em: 04-10-2020 – Aprovado em: 08-11-2020

