



# ASPECTOS FILOSÓFICOS E EPISTEMOLÓGICOS DA MATEMÁTICA E SUA INTERAÇÃO COM A TEORIA E PRÁTICA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Philosophical and Epistemological Aspects of Mathematics and their Interaction with Theory  
and Practice in Mathematics Education

HANS-GEORG STEINER

Tradução

Marluce Alves dos **SANTOS**  
Universidade do Estado da Bahia, Salvador, Brasil.  
[alvesmarluce20@gmail.com](mailto:alvesmarluce20@gmail.com)  
 <https://orcid.org/0000-0002-5935-5901>

Saddo Ag **ALMOULOU**  
Universidade Federal do Pará, Belém, Brasil  
[saddoag@gmail.com](mailto:saddoag@gmail.com)  
 <https://orcid.org/0000-0002-8391-7054>

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo ●

## RESUMO

Este artigo é baseado em um *artigo* apresentado no PME 8 em Sydney (1984) e palestras ministradas na Universidade Livre de Berlim (1984) e na Universidade da Geórgia, Atenas, USA (1985). O autor discute os Aspectos filosóficos e epistemológicos da Matemática e sua interação com a teoria e prática em Educação Matemática.

**Palavras-chave:** Filosofia, Epistemologia, Educação Matemática

## ABSTRACT

This article is based on a paper presented at PME 8 in Sydney (1984) and lectures given at the Free University of Berlin (1984) and at the University of Georgia, Athens, USA (1985). The author discusses the Philosophical and Epistemological Aspects of Mathematics and their interaction with the theory and practice in Mathematics Education.

**Keywords:** Philosophy, Epistemology, Mathematical Education

# 1 SEÇÃO A

Posições filosóficas e teorias epistemológicas relacionadas com a matemática, como o logicismo, o formalismo, o construtivismo, o estruturalismo, o empirismo, sempre tiveram uma influência significativa nas ideias e princípios norteadores da educação matemática. Isso não se aplica apenas ao desenvolvimento do currículo e à metodologia de ensino, mas também ao trabalho teórico e à pesquisa empírica relacionada ao processo de aprendizagem matemática. Como Seymour PAPERT apontou em "Tempestades Mentais": A teoria da estrutura-mãe de BOUBARKI é a teoria do aprendizado. Se ela é boa ou má, é outra questão. De forma semelhante, a filosofia de PLATÃO e PROCLIO dos elementos de EUCLIDES, com sua ontologia idealista e sua ênfase na dialética entre análise e síntese sendo a "pedra angular das ciências matemáticas", compreende os elementos de uma pedagogia matemática e de uma teoria da aprendizagem. [42], [50], [66] Este fenômeno pode ser perseguido através da história da matemática e sua filosofia concomitante. Obviamente, a observação não é válida apenas para filosofias matemáticas globais, mas também para visões epistemológicas de partes ou conceitos específicos da matemática, como a base teórica definida do conceito de função, a interpretação lógica de variáveis como espaços reservados, a interpretação da geometria em termos do Programa Erlanger de Felix KLEIN etc.

Por outro lado, considerando a relação inversa, o que foi dito por René THOM em seu discurso de Exeter de 1972 também é verdadeiro: "Na verdade, quer se queira ou não, toda pedagogia matemática, mesmo que pouco coerente, repousa sobre uma filosofia da matemática". Tais "filosofias" podem consistir na opinião "privada" de um professor sobre a natureza da matemática e do conhecimento matemático (muitas vezes indiretamente adquirido em seus próprios estudos acadêmicos) e em seus pensamentos sobre como isso está relacionado ao seu ensino e à aprendizagem de seus alunos.

Eles também são inerentes aos princípios didáticos, como a abordagem em espiral (BRUNER), o princípio da extremidade profunda (DIENES), o princípio operativo (AEBLI) etc. Eles fundamentam as teorias dos estágios no processo de aprendizagem (PIAGET; VAN HIELE) ou teorias de transferência, e eles também estão por trás de hipóteses de estudos empíricos sobre como as crianças aprendem ou falham. Como foi apontado por Thomas S. KUHN, cada paradigma de pesquisa tem suposições filosóficas e ontológicas entre seus diferentes componentes, e essas são partes do viés do paradigma, sua força e

fraqueza. Frequentemente, eles são uma fonte de profundas discrepâncias entre abordagens concorrentes e de controvérsias entre grupos de pesquisa ou pesquisadores individuais.

Desenvolvimentos recentes na educação matemática mostram uma nova dinâmica no campo. Novas filosofias e teorias epistemológicas entraram em cena: a teoria dos obstáculos epistemológicos (BACHELARD; BROUSSEAU [10]; CORNU; SIERPINSKA), uma síntese da dinâmica da teoria kuhniana e da epistemologia genética piagetiana (V. GLASERSFELD; CAWTHON & ROWELL), uma nova filosofia quase-empirista da matemática (LAKATOS [43], SNEED, JAHNKE), uma visão complementarista da matemática (KUYK; OTTE [51]), a epistemologia dos "micromundos" e da "sociedade da mente" com base em estudos cognitivos dentro da pesquisa sobre inteligência artificial (PAPERT; MINSKY). Eles afirmam fornecer um melhor fundamento para uma investigação do comportamento real de aprendizagem dos alunos, tanto do ponto de vista cognitivo quanto social. Também afirmam fornecer uma base mais adequada para a teoria e prática do ensino da matemática. Com base nesses desenvolvimentos, e apoiados por novos dados empíricos, fortes críticas foram feitas, especialmente contra as posições elaboradas em estreita conexão com a "filosofia da nova matemática". Deficiências dessa reforma estão sendo caracterizadas por termos como "HJourdain effect", "Efeito Topaze", "metacognitive shift" etc (BROUSSEAU, [91]), e por exibir sua orientação unilateral "mentalística" guiada pela suposição do autônomo, naturezas universal, coerente e homogênea de ambas as estruturas matemáticas e da mente humana. Outras falhas estão relacionadas a uma visão "purista" ou "estática" que negligencia as aplicações que pertencem às teorias e conceitos matemáticos assim como às teorias físicas e negligencia as dimensões representacional, social, processual e processual da matemática. Essa crítica diz que os conceitos estruturais da matemática foram superestimados na tentativa de organizar e compreender a aprendizagem matemática. A seguir, explicarei minha posição um pouco mais, formulando e comentando brevemente sobre meia dúzia deles, os primeiros dois dos quais já foram tocados nas observações introdutórias

#### Tese I

De um modo geral, todas as concepções, epistemologias, metodologias, filosofias da matemática (no geral ou em parte) mais ou menos elaboradas contêm - muitas vezes de forma implícita - ideias, orientações ou germes para temas sobre o ensino e a aprendizagem da matemática.

Como já foi indicado, seria interessante verificar esta tese de uma forma mais sistemática ao longo da história e, assim, mostrar como as filosofias da matemática têm de

fato abordagens didáticas pré-determinadas. É outro aspecto avaliar teorias sobre o ensino e aprendizagem de matemática por meio de investigações empíricas e, dessa forma, averiguar a adequação da filosofia subjacente da matemática como elemento fundador na construção de uma pedagogia matemática empírica. Essas investigações empíricas só recentemente se tornaram uma questão de pesquisa coerente e progressiva. Os resultados de pesquisas relacionadas são agora sucessivamente expostos para serem combinados com uma epistemologia matemática adequada que permite uma interpretação coerente e adequada dos resultados. Aqui devemos enfatizar novamente a capacidade explicativa das epistemologias matemáticas recentes que são menos normativas do que muitas outras tradicionais, e mais de natureza descritiva e empírica, como a posição quase empírica de LAKATOS ou a transferência de JAHNKE da física para a matemática da interpretação das teorias de SNEED consistindo em um núcleo de teoria mais um conjunto de aplicações pretendidas. A posição de Sneed sublinha o papel das restrições, do conhecimento e experiência específicos de domínio, e a importância das ferramentas e meios de representação, que, de acordo com estudos pós-piagetianos, também desempenham um papel significativo no comportamento cognitivo das crianças e no desenvolvimento em matemática [31], [34], [35]

#### Tese 2

Conceitos para o ensino e aprendizagem da matemática - mais especificamente: metas e objetivos (taxonomias), programas, livros didáticos, currículos, metodologias de ensino, princípios didáticos, teorias de aprendizagem, projetos de pesquisa em educação matemática (modelos, paradigmas, teorias, etc.), mas da mesma forma as concepções dos professores sobre a matemática e o ensino da matemática, bem como as percepções dos alunos sobre a matemática - levam consigo ou mesmo se apoiam (muitas vezes de forma implícita) em visões filosóficas e epistemológicas particulares da matemática.

Esta é uma generalização da afirmação de THOM citada acima e representa uma espécie de inverso à primeira tese. As duas estão ligadas por uma correspondência profunda entre concepção intelectual e aprendizagem, entre estruturas de conhecimento e estruturas de aprendizagem (v. HENTIG, FICHTNER)

Uma área em que pesquisas recentes deram especial apoio à Tese 2 é a pesquisa sobre concepções e crenças dos professores sobre a matemática e ensino de matemática, as origens dessas concepções e como elas se relacionam com o trabalho e a prática educacional dos professores. Exemplos dessas concepções são relatados por Alba G. Thompson, que compilou estudos de caso com três professores de matemática do ensino médio. Aqui está uma seleção dos resumos de Thompson de suas opiniões professadas sobre a matemática:

Professora Jeanne

- A matemática é um sistema de símbolos organizado e lógico e procedimentos que explicam as ideias presentes no mundo físico
- Matemática é uma criação humana, mas ideias matemáticas existem independentemente da capacidade humana de descobri-los
- A matemática é misteriosa - seu amplo escopo e abstração de alguns de seus conceitos tornam impossível para uma pessoa entendê-la totalmente

Professora Kay:

- O objetivo principal da matemática é servir como uma ferramenta para as ciências e outros campos da atividade humana
- Exceto nas estatísticas, conclusões e resultados em outros ramos da matemática são certos
- A validade das proposições matemáticas e conclusões são estabelecidas pelo método axiomático

Professora Lynn:

- Matemática é uma disciplina exata - livre de ambiguidades e interpretações conflitantes
- O conteúdo da matemática é "definitivo". A matemática oferece poucas oportunidades de trabalho criativo
- A matemática é lógica e livre de emoções. Seu estudo treina a mente para raciocinar logicamente. A atividade matemática é como "calistenia mental".

De forma semelhante, Thompson também documentou as concepções dos três professores sobre o ensino da matemática. Combinando os dois tipos de concepções com a prática de ensino real observada pelos professores, ela chegou à seguinte conclusão:

As crenças, pontos de vista e preferências dos professores sobre matemática e seu ensino, independentemente de serem sustentadas consciente ou inconscientemente, desempenham um papel significativo, embora sutil, no padrão característico de comportamento instrucional dos professores. Em particular, a consistência observada entre as concepções professadas dos professores de matemática e a maneira como eles apresentaram o conteúdo sugere fortemente que as opiniões, crenças e preferências dos professores sobre matemática influenciam sua prática educacional (Thompson [75], p. 124 -125).

Como deveria ficar claro a partir dessas conexões, as concepções de matemática dos professores podem ter efeitos positivos, mas também muito negativos, em seu ensino e, em particular, em sua capacidade e prontidão para experimentar e desenvolver novas abordagens. A forte ênfase que - como muitos professores pensam - deve ser colocada na rigidez, precisão e capacidade dedutiva em matemática torna difícil para eles justificar e realizar abordagens genéticas, orientar o ensino para a solução de problemas e modelagem matemática que pede uma visão aberta, flexível e em desenvolvimento, em vez de fechada, fixa e pronta da matemática.

Recentemente, quando a probabilidade e estatística foram introduzidas no currículo do *Gymnasium* alemão (ensino médio), muitos professores disseram que tinham passado a vida toda educando seus alunos para a precisão e rigor de raciocínio, e agora deveriam

ensinar algo onde a segurança absoluta tinha sido abandonada – uma preocupação que parece estar presente em um dos comentários de Kay listado acima.

Acho que obteremos mais evidências sobre o papel das visões dos professores sobre a matemática quando entrarmos em mais detalhes e investigarmos sua compreensão de diferentes domínios da matemática, de componentes específicos, como o significado de conceitos matemáticos, prova, definição, teorema, conjectura, variável, símbolos, regra, fórmula, axioma, problema, solução de problemas, aplicativo, modelo, computação, representação gráfica, visualização, metáfora etc., tanto no que diz respeito aos vários subdomínios da matemática, bem como de uma forma mais geral.

Eu também sugeriria que precisamos estudar de forma semelhante as visões da matemática e do ensino e aprendizagem da matemática sustentadas pelos alunos, como essas visões mudam no curso da escolaridade e como afetam o comportamento de aprendizagem matemática dos alunos (ver [60]). A partir de entrevistas com alunos, tenho algumas evidências de que a maioria dos alunos desenvolveu uma posição pessoal em relação à matemática que provavelmente, no final e em média, contribuirá para a opinião pública geral sobre a matemática, ou para o que se pode chamar de "matemática popular". Conhecer a imagem que os alunos têm de e sobre sua relação pessoal com a matemática pode dar aos educadores e professores de matemática dicas importantes sobre as possíveis correções a serem feitas a respeito do currículo e do trabalho real em sala de aula.

Como outro domínio relacionado à Tese 2, eu gostaria de enfatizar as metas e objetivos da educação matemática, uma vez que são especialmente formulados em programas de matemática ou declarados em conexão com habilidades ou competências matemáticas.

Com relação ao desenvolvimento da discussão e identificação de objetivos para a educação matemática no ensino médio alemão (*Gymnasium*), um extenso estudo foi feito por H. LENNE [46]. Para o período entre 1945 e 1965, ele distingue três direções principais na educação matemática: (I) matemática tradicional; (II) abordagens genéticas de Wittenberg e Wagenschein; (III) matemática moderna. Sua análise comparativa está especialmente preocupada com o significado e a importância dada por cada uma dessas direções às relações entre matemática e conceitos como:

- habilidades intuitivas; imaginação geométrica
- maneira científica de pensar e operar
- iniciativa intelectual - fantasia – criatividade

- capacidade de fazer representações linguísticas adequadas
- capacidade de ser sistemático e de se concentrar
- objetividade
- autocrítica
- tolerância
- autonomia e responsabilidade
- filosofia
- as artes
- sociedade
- religião
- ética
- civilização moderna

Por trás de cada um desses pontos, podem-se encontrar aspectos filosóficos relacionados à matemática que foram vistos de forma diferente e operacionalizados pelas três direções e que são questões de interpretação para todo currículo de matemática e sua pedagogia relacionada.

Como um terceiro domínio de relevância específica na Tese 2, quero comentar sobre a pesquisa em educação matemática. Em quase todos os trabalhos e estudos de pesquisa, há suposições explícitas ou implícitas sobre a natureza da matemática ou sobre conceitos matemáticos específicos, temas, metodologias etc., que moldam o projeto de pesquisa e a questão de pesquisa principal. Frequentemente, aspectos importantes de um conceito ou método são negligenciados, os quais podem desempenhar um papel expressivo na maneira como as crianças realmente usam e deveriam ser autorizadas - se não encorajadas - a usar o conceito ou método. H. FREUDENTHAL reclamou "que os pesquisadores conduzem argutas investigações para descobrir se os alunos entendem as variáveis como nomes polivalentes ou como meros espaços reservados, embora nunca tenha passado por sua mente que as variáveis deveriam e poderiam ser entendidas como objetos variáveis" [23, pág. 1705]. R. KARPLUS criticou alguns estudos sobre o desenvolvimento do conceito de função em crianças: "Nessas investigações, a atenção principal estava no mapeamento de um conjunto sobre outro, distinguindo entre uma relação e uma função, determinando relações inversas e encontrando funções de funções. Praticamente todos seus exemplos careciam de um contexto que poderia ter fornecido uma base intuitiva para um relacionamento funcional" [38, p. 397].

Em um Relatório da Unesco sobre Matemática na Educação Primária, Z.P. DIENES [17] resumiu as posições tomadas por uma variedade de autores (Suppes, Rosenbloom, Hull, Dienes etc.) e projetos (Greater Cleveland, SMSG, Ball State etc.) no que diz respeito ao conceito de números naturais: "O que todas essas tentativas têm em comum é que os trabalhadores acreditam que o fundamento sobre o qual a ideia de número se baseia é o conhecimento explícito das propriedades dos conjuntos, porque se assume que uma vez que o número é uma propriedade de conjuntos, as noções fundamentais relacionadas a conjuntos devem ser aprendidos primeiro porque o número é superordenado ao conjunto e, portanto, o número não pode ser adequadamente compreendido sem que os conceitos subordinados de conjunto sejam compreendidos primeiro" [17, p. 73]. Consequentemente, as atividades de pesquisa desses autores e estudos nestes projetos dedicados ao agrupamento de crianças de números e aritmética foram altamente influenciadas e enviesadas pela filosofia subjacente. Uma pesquisa empírica recente não mostra que os fundamentos e medidas teóricas estabelecidos têm uso limitado para explicar a capacidade real das crianças de adicionar e subtrair e leva a "subestimar a importância de habilidades quantitativas básicas como contar, estimar e subdividir. Há um crescente corpo de pesquisas que sugere que o desenvolvimento de conceitos básicos de números envolve a integração ou aplicação cada vez mais eficiente de tais habilidades" (Carpenter & Moser [12, p 13])

O que acabamos de dizer sobre a filosofia dos números naturais de Dienes pode ser afirmado de maneira mais genérica com respeito à influência da visão da matemática do PIAGET e sua relação com a psicologia cognitiva. Em muitos estudos piagetianos, pode-se observar um certo domínio de uma filosofia estrutural da matemática que se deve às fortes relações que Piaget estabeleceu entre seu conceito de esquema e conceitos estruturais em matemática (ver [5]). Isto veio junto com uma característica sobrecarga de assimilação em comparação com a acomodação na obra de Piaget. Teve como efeito o predomínio da universalidade e homogeneidade dos conceitos estruturais, e a observação não adequada do papel da especificidade de domínio e o impacto dos modos e meios de representação e operação no tratamento das crianças com conceitos como número, aritmética, proporcionalidade e funções (ver também [6], [34], [35], [38]). Se alguém tentar integrar tais descobertas não-piagetianas em uma nova filosofia da matemática modular e da sociedade da mente (ver [54], [4]), devemos adverti-lo/a de que isso pode criar uma nova unilateralidade, na medida em que as complementaridades subjacentes entre as duas posições não são suficientemente compreendidas e respeitadas (ver por exemplo, [53]).



Para esclarecer ainda mais, este é, aparentemente, um grande desafio para pesquisas futuras.

Minha terceira tese baseia-se na crescente relatividade da validade das filosofias da matemática, conforme observado nos fundamentos, epistemologia e filosofia da matemática, bem como na sociologia do conhecimento e na sociologia das ciências (ver [73]). Podemos nos referir aqui ao "quase-empirismo" de Imre LAKATOS ([43]), à filosofia da matemática de Rene THOM como uma combinação de uma visão realista-platônica com uma empírico-sociológica ([75]), ao "factualismo substancial" de Hao WANG dentro de sua "nova filosofia do conhecimento" [78], o "conhecimento matemático" de GOODMAN [25], ou a "matemática sem fundamentos" de PUINAM [52]. Como exemplo, citamos WANG:

Embora sejamos céticos em relação aos relatos super simplificados dos fundamentos do conhecimento humano, o factualismo está muito interessado em como sabemos, no sentido de desejar considerar os aspectos básicos do processo factual de conhecimento. Uma atenção a estes, não só ajudam a descobrir as deficiências das imagens simplificadas demais, mas também promete levar a uma visão geral antropocêntrica equilibrada e apropriada de quão estável e estruturado é o conhecimento real. O aspecto mais importante é o processo pelo qual uma proposição ou tema torna-se aceito como parte do conhecimento humano ou do conhecimento de um indivíduo particular. Este fator de aceitação é o componente antropocêntrico central do factualismo que está relacionado ao conforto intelectual, compreensão, coerência e perspicácia. Wang [79, p. 19/20]

Do ponto de vista da sociologia do conhecimento, o conhecimento (incluindo o conhecimento matemático) é socialmente constituído, negociado nas interações sociais, transportado e transferido por meio de normas e instituições sociais. Aqui citamos ESLAND, que se refere a MILL [49]:

Deve-se enfatizar que questões de "verdade" e "validade" também são problemáticas. Os problemas que se pensa residirem em um "corpo" de conhecimento e as regras para sua efetiva solução ou verificação são construídas socialmente. A tradição cognitiva que gera os problemas também, por meio de seu sistema de relevância, legitima a estrutura inferencial que é ativada em sua solução. Assim, como Mills sugere: "As regras do jogo mudam com uma mudança de interesse". Mills prossegue, argumentando que as zonas de conhecimento, por meio de sua constituição humana, têm carreiras nas quais as normas da verdade mudam: "Critérios, observacionais ou modelos verificatórios não são transcendentais. Tem havido, e há, diversos cânones e critérios de validade e verdade, e estes critérios, dos quais dependem a determinação da veracidade das proposições em qualquer momento, estão, eles próprios, em sua persistência e mudança, abertos à relativização sócio-histórica. Mills não excluiu explicitamente o paradigma científico pós-renascentista disso. Essa é outra maneira de dizer que as epistemologias são institucionalizadas. É importante enfatizar que a tradição cognitiva que forma uma epistemologia pode existir apenas por meio de uma comunidade de pessoas de apoio. Seus membros são coprodutores da realidade e a sobrevivência desta realidade depende de sua plausibilidade contínua para a comunidade. (Esland [19, p 71f])

Isto não quer dizer que o relativismo está abandonando todas as referências. Ao contrário, ele faz com que as referências sejam discutíveis, e permite atitudes pragmáticas na presença de alternativas. Assim, formulo minha próxima tese da seguinte maneira:

Tese 3

Não existe uma filosofia da matemática distinta, constante e universal - devemos avaliar as filosofias da matemática de acordo com sua adequação para objetivos e propósitos específicos e desenvolver critérios para avaliação.

Uma questão de estudo especialmente importante seria a identificação e elaboração de relações entre diferentes filosofias. Aqui podemos sublinhar particularmente o papel da complementaridade. Em muitos domínios da experiência e pensamento humano encontramos dualismos característicos, indicados por pares de conceitos aparentemente opostos, tais como: sujeito e objeto, a priori e a posteriori, racionalismo e empirismo, estrutura e processo, mente e corpo, determinismo e livre arbítrio etc. Alguns deles parecem ser de natureza epistemológica bastante geral, outros parecem ser mais relacionadas a domínios específicos. Em seus estudos pré-kuhnianos sobre descontinuidades e brechas epistemológicas e obstáculos no desenvolvimento cognitivo científico e individual, G. BACHELARD observou,

que de uma maneira muito geral os obstáculos à formação de uma mente científica sempre aparecem aos pares. Poderíamos até chamá-la de lei psicológica da bipolaridade dos erros. Essa regularidade na dialética dos erros não provém do mundo objetivo. Em minha opinião, isso resulta da atitude polêmica do pensamento científico em relação à comunidade científica (Bachelard [2, trad. do autor])

Isso nos lembra algumas dicotomias características na educação matemática e ondas da moda relacionadas na história da reforma curricular que oscilam entre posições polarizadas, tais como: habilidade vs. compreensão, construção de estrutura vs. resolução de problemas, axiomática vs. construtivismo, matemática pura vs. matemática aplicada etc. Em sua palestra plenária no congresso ICME de Karlsruhe, Peter Hilton discutiu esses fenômenos como falsas dicotomias:

Argumentar-se-á que muitas das dicotomias prevalentes são falsas, isto é, os dois conceitos que se opõem um ao outro não fazem parte de uma situação ou/ou; que embora os dois conceitos sob escrutínio sejam diferentes, eles têm uma sobreposição essencial e que quando apropriadamente entendidos e aplicados, eles podem de fato reforçar um ao outro. (Hilton [29])

Aparentemente, uma compreensão mais profunda do tipo de "sobreposição" e "reforço mútuo" entre os dois conceitos inter-relacionados em consideração deve ser de grande importância, tanto do ponto de vista epistemológico quanto didático. Bachelard [3],

que fala particularmente da "alternância obrigatória entre a priori e a posteriori e o "laço peculiar que no pensamento científico vincula empirismo e racionalismo", sugere "uma abordagem dialética que compreende um conceito de dois pontos de vista filosóficos distintos de forma complementar" e "coloca-se no domínio epistemológico entre eles e a prática".

Em sua interpretação da física quântica, Niels BOHR [7] já havia indicado mecanismos subjacentes mais profundos por trás da complementaridade ao referir-se ao envolvimento do sujeito como sendo ele mesmo uma parte da natureza e à impossibilidade de uma separação estrita entre o sujeito e o objeto. Do princípio de complementaridade de Bohr, tornou-se claro em um sentido mais amplo que

todo conhecimento teórico relevante, sendo parte de alguma ideia ou modelo do mundo real, de uma forma ou de outra terá que levar em conta que a pessoa que possui esse conhecimento faz parte do sistema representado pelo conhecimento. Todo conhecimento pressupõe um sujeito, um objeto e relações entre eles (que se estabelecem por meio da atividade do sujeito). Portanto, todo conhecimento tem uma estrutura incoerente com conexões metafóricas e estritamente operativas. (Otte [52])

Ao longo dessas linhas, uma teoria da atividade relacionada ao objeto humano, incluindo suas condições sociais e cooperativas vistas como um sistema interativo, parece ser uma base adequada para compreender a complementaridade e para descobrir e investigando mais complementaridades em vários domínios da experiência e pensamento humanos (ver, por exemplo, PATTEE [55], JANTSCH [36]). Para matemática e educação matemática (por exemplo, JAHNKE [31], OTTE & BROMME [53]), isto levou ao estudo de uma variedade de inter-relações, tais como aquelas entre conceitos como métodos e como objetos, entre o representacional e sociocomunicativo por um lado, e o momento instrumental e operacional de um conceito por outro lado, entre o descritivo e a função exploratória de modelos (incluindo textos, visualizações etc.), mas também entre o conhecimento e o meta-conhecimento. Uma outra elaboração que também está relacionada com o desenvolvimento de uma abordagem abrangente para a educação matemática como um sistema interativo que compreende pesquisa, desenvolvimento e prática (ver Tese 6), é uma pesquisa desafiadora e um programa de desenvolvimento.

Hao WANG, que também se refere a um "conceito de complementaridade" e acrescenta pares como justiça e caridade, contemplação e volição, o pragmático e o místico, culturas nacionais diferentes, argumenta: "A ideia altamente sugestiva parece estar aguardando análises e elaborações mais cuidadosas no estágio atual" (Wang [78, p. 341]).

A próxima tese é mais ou menos uma consequência natural das considerações anteriores:

Tese 4

Para a educação matemática, deve-se preferir e elaborar filosofias matemáticas que respeitem especialmente os seguintes aspectos: diferentes formas e condicionalidades do conhecimento matemático, meios e modos de representação e atividades, relações entre desenvolvimentos subjetivos e objetivos do conhecimento (complementaridade, obstáculos, dinâmica), relação do conhecimento matemático com outros conhecimentos, campos e aplicações especiais; a dimensão pessoal, social e política da matemática.

A intenção inerente desta tese é que a educação matemática e, especialmente, o conhecimento e a prática dos professores devam, por um lado, ser guiados por uma filosofia da matemática adequada e, por outro lado, ser livres de confinamentos desnecessários e infrutíferos. Isto é explicitamente afirmado na próxima tese, que também inclui o direito dos alunos à ilustração e à participação.

Tese 5

Essas filosofias da matemática devem se tornar um ingrediente de uma forma de ensino e aprendizagem de matemática reflexiva, e contribuir para o desenvolvimento de um meta-conhecimento adequado não só para professores, mas também para alunos.

Concluo fazendo referência ao programa teoria da educação matemática (TEM) que se iniciou no 5.o Congresso Internacional de Educação Matemática, em 1984, em Adelaide, Austrália, e está relacionada com a necessidade de uma abordagem abrangente aos problemas básicos na orientação, fundamentação e metodologia de educação matemática como um sistema interativo que compreende a pesquisa, o desenvolvimento e a prática (Ver 70, 71 e 72). Aqui afirmo:

Tese 6

A educação matemática necessita de abordagens e meta-teorias abrangentes que deveriam abarcar uma filosofia da matemática adequada. Para uma meta-teoria que está construída em sistemas de abordagem baseados na atividade humana e na interação social, uma filosofia da matemática adequada deveria visualizar a própria matemática como um sistema desde o ponto de vista das atividades cooperativas humanas relacionadas ao objeto.

## REFERENCIAS

- Aebli, H. *Didactique psycho/ogique --Application-a la didactiquede la psychologic de lean Piaget* NeuchAtel, 1951
- Bache lard-, G *La formation de /'esprit scientific* Paris, 1938(1977)
- Bachelard, G. *La phi/osophie du non* Paris, 1940(1973)
- Bauersfeld, H Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens In: H. Bauersfeld et al. *Lernen und Lehren von Mathematik* IDM-8eries .. Untersuchungen zum Mathematikunterricht", Vol 6. Koln 1983
- Beth, E W, Piaget, J. *Mathematical epistemology and p~ychology* Dordrecht, 1966
- Behr, M J, Lesh, R., Post, I R ,Silver, E A Rational Number Concepts. In [47], 91-126
- Bohr, N *Atomtheorie and Naturbeschreibung* Göttingen, 1931
- Bloch, J B, Kiinzli, R, lang, M. (Eds.) *Gnindlagenknozepteder Wissens!haftskritik als unterrichtsstrukturierende Momentt.* · IPN-Arbeitsberichte 29 Kiel, 1978
- Brousseau, G. The Central Role of the Didactical Contract fOr the Analysis and Construction of Didactical Situations in the Teaching and Learning of Mathematics. In [71]
- Bfousseau, G Les obstacles episttmologiques et les probl:mes en matbematiques *Recherches en Didactiquedes Mathtmatiques*, Vol. 4 2(1983)
- Bruner, J S. *The process of education.* New York, 1963
- Carpenter, 'I .P , Moser, J M. The Acquisition of Addition and Subtraction Concepts In [47], 7-44.
- Cawthron, E & Rowell, J A Epistemology and Science Education *Studies in Science Education* 5(1978), 31-59.
- Cornu. B Apprentissage de la notion de limite- conceptions et obstacles. These de Doctorat, 3eme Cycle Univ de Grenoble, 1983
- Damerow, P. Anmerkungen zum Begriff "Abstrakt" - Philosophiegeschichtliche und mathematikdidaktische Aspekte In [68]
- Dienes, Z.P *Building up mathematics* London 1960
- Dienes, Z .P *Mathematiis in primary education* Unesco Instit, Hamburg, 1965
- Engfer, H J (Ed) *Philowphische Aspekte schulisher Fi2eher und ptidagogischer Praxis* Miinchen, 1978
- Esland, G M. Teaching and Learning as the Organization of Knowledge In [82]

- Fessel, A Die Auffassung mathematischer Theorien und ihr Einfluss auf den Unterricht *Int Zeitschrift f Erziehungsw* Bd IV(1959), 176ff
- Fichtner, B Das Verh'<iltnis von Wissensstruktur und Lernstruktur als Grundproblem der Didaktik. MUnster, 1976
- Frech, H.W. Berufsvorbereitung und Fachsozialisation von Gymnasiallehrern *Studien u. Berichte des MPI f Bildungsforschung* Vol 34A Berlin, 1976
- Freudenthal, H I he Implicit Philosophy of Mathematics History and Education *Proc. Int Contr Math ..* Warsaw, 1983 (Amsterdam, 1984)
- V Glasersfeld, E. The Concept of Equilibration in a Constructivist Theory of Knowledge. In: F Benseler et al. (Eds ) *Autopoiesis, communication, and society* New York, 1980
- Goodman, N.D The knowing mathematician *Synthese* 60(1984), 21-38
- Heintel, P. *Modellbildung in der Fac.hdidaktik. Eine Philosophisch-wissenschaftstheoretische Untersuchung.* KlagenfUrt, 1978 v. Hentig, H (Ed.) *Wissenschaftsdidaktik Sonderheft der Neuen Sammlung* Göttingen, 1969
- Van Hiele, P.M *Btgrip en Inzicht.* 1973
- Hilton, P. Education in Mathematics and Science Today: The Spread of False Dichotomies. *Proc 3rd Int. Congr Math. Ed.* Karlsruhe, 1977, 75-97
- IDM-Arbeitsgruppe Mathematiklehrerbildung: Perspektiven für die Ausbildung des Mathematiklehrers .. *IDM-Unters z MU* Vol. 2 KOin, 1982
- Jahnke-, H.N. Zum-Verhiiltnis von Wissensentwicklung und Begründung in der Mathematik - Beweisen als didaktisches Problem. *IDM-Materialien u. Studien*, Vol 10 Bielefeld, 1978
- Jahnke, HN, Otte M. (Eds) *Epistemological and social problems of the sciences in the early Nineteenth Century* Dordrecht, 1981
- Jahnke, H N , Otte, M., Schubring, G Mathematikunterricht und Philosophie In [68]
- Jahnke, H.N ., Seeger, F Proportionalitiit. In: G. v Harten et al, *Funktionsbegriffunçfunktionales Denken* KOIn, 1986(a)
- Jahnke, H.N., Seeger, F Piaget und Selz- Logische Strukturen vs. Erkenntnismittel In: H G .. Steiner (Ed) *Grundfragen der Entwicklung mathematischer F(£higkeiten* K01n, 1986(b)
- Jantsch, E *Die Selbstorganisation des Universums* Miinchen, 1982.
- Karplus, R. Continuous Functions: Student's Viewpoints *Europ J.S'ci Ed.* 1(1979), 39-415
- Karplus, R , Pulos, S , Stage, E.K Proportional Reasoning of Early Adolescents In [47], 45-90.
- Kuhn, T S *The structure of scientific revolutions.* Chicago, 1962

- Kuyk, W *Complementarity in mathematics*. Dordrecht, 1977
- Lakatos, I *Proofs and refutations* Cambridge, 1976
- Lakatos, I The method of analysis-synthesis In: Lakatos, *Mathematics, science and epistemology*. Cambridge, 1978(a)
- Lakatos, I A renaissance of empiricism in the recent philosophy of mathematics- In: Lakatos, *Mathematics, science and epistemology* Cambridge, 1978(b)
- Lakatos, I , Musgrave, A (Eds ) *Criticism and the growth of knowledge* London, 1970
- Laugwitz, D Der Streit um die Methode in der modernen Mathematik *Neu.Sammlung* 5(1965), H I
- LenmS, H *Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland* Stuttgart, 1969.
- Lesh, R., Landau, M *Acquisition of mathematical concepts and processes*. New York, etc., 1983
- Minsky, M K-lines: A Theory of Memory *Cognitive Science* 4(1980), No 2, 117-133
- Mills, C W Language, Logic and Culture. *Am.Soc Rev* 4(1939)
- Morrow, G R *Proc.lus. A commentary on the first book of Euclid's Elements* (Eng. Trans. with Introd and Notes) Princeton, 1-970
- Otte, M. Komplementarität *IDM-Occ Paper* No. 42 Bielefeld, 1984
- Otte, M. The Work of E. G. Judin (1930-1976) on Activity Theory in the light of Recent Tendencies in Epistemological Thinking In: M Hedegaard et al (Eds .) *Learning and teaching on a scientific basis* Aarhus Universit, 1984
- Otte, M , Bromme, R Der Begriff und die Probleme seiner Aneignung In [8]
- Papert, S. *Mindstorms Children computers and powerful ideas* New York, 1980

## NOTAS

### TÍTULO DA OBRA

Aspectos filosóficos e epistemológicos da matemática e sua interação com a teoria e prática em educação matemática

### TÍTULO ORIGINAL DA OBRA

Philosophical and Epistemological Aspects of Mathematics and their Interaction with Theory and Practice in Mathematics Education

### Marluce Alves dos Santos

Doutorado em Ensino, Filosofia E História Das Ciências pela UFBA/UEFS  
Departamento de Educação, Universidade do Estado da Bahia, Brasil.

[alvesmarluce20@gmail.com](mailto:alvesmarluce20@gmail.com)

<https://orcid.org/0000-0002-5935-5901>

### Saddo Ag Almouloud

Doutorado em Matemática e Aplicações pela Universidade de Rennes I - França  
Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal do Pará, Brasil

[saddoag@gmail.com](mailto:saddoag@gmail.com)

<https://orcid.org/0000-0002-8391-7054>

### Endereço de correspondência do principal autor

Rua Padre Daniel Lisboa, Edifício Jacarandá nº 325 apt 104, Brotas, Salvador - Ba, Brasil CEP 40283-560

### AGRADECIMENTOS

Não se aplica.

### CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

O texto proposto é uma tradução do texto original em inglês de George Steiner que foi realizada pela primeira autora sob a supervisão do segundo autor.

### FINANCIAMENTO

Não se aplica.

### CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica.

### APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Não se aplica.

### CONFLITO DE INTERESSES

Não se aplica

### LICENÇA DE USO – uso exclusivo da revista

Os autores cedem à **Revemat** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a [Licença Creative Commons Attribution](#) (CC BY) 4.0 International. Esta licença permite que **terceiros** remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os **autores** têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

### PUBLISHER – uso exclusivo da revista

Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no [Portal de Periódicos UFSC](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

### EDITOR – uso exclusivo da revista

Mérciles Thadeu Moretti e Rosilene Beatriz Machado

### HISTÓRICO – uso exclusivo da revista

Recebido em: 18-12-2020 – Aprovado em: 01-03-2021

