

FORMAÇÃO DO PROFESSOR EM MODELAGEM MATEMÁTICA: DA APRENDIZAGEM PARA O ENSINO

Teacher training in mathematical modeling: from learning to teaching

Letícia Barcaro Celeste OMODEI

Universidade Estadual do Paraná, Apucarana, Brasil

leticia.celeste@unespar.edu.br

 <https://orcid.org/0000-0003-2023-7606>

Lourdes Maria Werle de ALMEIDA

Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil

lourdes@uel.br

 <https://orcid.org/0000-0001-8952-1176>

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo ●

RESUMO

No presente artigo, apresentamos resultados de uma pesquisa em que, a partir de um quadro teórico relativo à formação de professores em modelagem matemática, desenvolvemos uma pesquisa empírica, caracterizada aqui como Programa de Formação de Professores, com estudantes do quarto ano de um curso de Licenciatura em Matemática, mediante a constituição de dois contextos, *Contexto de Aprendizagem* e *Contexto de Ensino*, com a finalidade discutir a questão: *Como aprender e ensinar modelagem matemática em um programa de formação inicial de professores?* O processo analítico empreendido em relação aos dados da pesquisa leva a concluir que o programa de formação, articulando diferentes disciplinas de um curso de Licenciatura em Matemática em que a modelagem matemática foi incluída, viabilizou que a formação em modelagem matemática dos futuros professores incorporasse elementos essenciais para a inclusão de atividades dessa natureza nas aulas de matemática, em sintonia com o que constitui as diferentes dimensões requeridas para o conhecimento pedagógico do conteúdo em modelagem matemática.

Palavras-chave: Formação de Professores, Modelagem Matemática, Conhecimento Pedagógico do Conteúdo

ABSTRACT

In this article, we present the results of a research in which, based on a theoretical framework related to teacher training in mathematical modeling, we developed an empirical research, characterized here as the Teacher Training Program, with fourth-year students of a course in Degree in Mathematics, through the constitution of two contexts, Learning Context and Teaching Context, in order to discuss the question: How to learn and teach mathematical modeling in an initial teacher education program? The analytical process undertaken in relation to the research data leads to the conclusion that allows us to conclude that the training program articulating different disciplines of a Licentiate Degree in Mathematics in which mathematical modeling was included, enabled the training in mathematical modeling of future teachers incorporate essential elements for the inclusion of activities of this nature in mathematics classes, in line with what constitutes the different dimensions required for the pedagogical knowledge of the content in mathematical modeling.

Keywords: Teacher Training, Mathematical Modeling, Pedagogical Content Knowledge

1 INTRODUÇÃO

A formação do professor que ensina matemática tem recebido atenção em eventos e publicações na área de Educação Matemática os quais sinalizam um intenso movimento visando atender a diferentes interesses e necessidades impostas pelo cenário da educação no Brasil (Grando & Miskulin, 2018; Rocha & Cyrino, 2019; Lima & Borba, 2021). Comunidades de professores e pesquisadores da área de Matemática e de Educação Matemática têm se mobilizado em busca de cursos e programas que favoreçam uma formação inicial para o professor em que conhecimento para a prática seja integrado nas diferentes disciplinas curriculares (Serrazina, 2014).

Já é bem reconhecida a argumentação de Schulman (1987) de que o ensino começa, necessariamente, com a compreensão do professor sobre o que deve ser aprendido e como deve ser ensinado, referindo-se a diferentes categorias de conhecimento indispensáveis ao professor.

Entre as categorias propostas em Shulman (1987) está o conhecimento pedagógico do conteúdo (CPC) que sugere a necessidade de um conhecimento do conteúdo específico para o ensino. De acordo com Ball, Thames e Phelps (2008) o *CPC* inclui o conhecimento do conteúdo a ensinar bem como o conhecimento relativo ao ensino desse conteúdo.

Doerr (2007), referindo-se particularmente à formação de professores de matemática, sinaliza que a natureza do conhecimento dos professores está associada a três características que são complementares: o entendimento do conteúdo matemático; o entendimento da multiplicidade de caminhos pelos quais os professores podem desenvolver seu pensamento; o conhecimento de estratégias pedagógicas que podem ser utilizadas a fim de apoiar o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes.

Conforme sugerem Sousa e Almeida (2021), a construção teórica acerca do conhecimento pedagógico do conteúdo e do conhecimento do conteúdo específico para o ensino de matemática ganha desdobramentos quando se consideram práticas pedagógicas particulares, como, por exemplo, a modelagem matemática.

A modelagem matemática na sala de aula refere-se a uma alternativa pedagógica em que, em uma situação da realidade, é identificado um problema cuja resolução é mediada pela Matemática (Almeida & Brito, 2005).

Para Silva e Almeida (2019): “a implementação de atividades de modelagem nas

aulas de Matemática pressupõe que os professores estejam preparados para desempenhar um papel ativo na organização, implementação e avaliação destas atividades” (Silva & Almeida, 2019, p. 3).

Blum (2015) sugere que a formação do professor para incluir em suas aulas atividades de modelagem matemática deve dar ênfase ao conhecimento pedagógico do conteúdo, na expectativa de que o ensino e a aprendizagem da Matemática possam ser mediados por atividades desse tipo. Particularmente, Blum (2015) caracteriza quatro dimensões do CPC visando à introdução de atividades de modelagem: dimensão teórica, dimensão da tarefa, dimensão instrucional e dimensão diagnóstica.

No presente artigo, apresentamos resultados de uma pesquisa em que, a partir de um quadro teórico relativo à formação de professores e de formação de professores em modelagem matemática, desenvolvemos uma pesquisa empírica, caracterizada aqui como Programa de Formação de Professores. Este Programa de formação recebeu este nome por incluir em sua composição duas disciplinas do quarto ano de um curso de Licenciatura em Matemática, a disciplina de Modelagem Matemática e o Estágio Supervisionado no Ensino Médio. Dessa caracterização, foram constituídos dois contextos, *Contexto de Aprendizagem* – em que os estudantes aprenderam sobre Modelagem matemática e por meio da modelagem matemática - e *Contexto de Ensino* – no qual os estudantes ensinaram modelagem matemática a alunos do ensino médio, com a finalidade de discutir a questão: *Como aprender e ensinar modelagem matemática em um programa de formação inicial de professores?* .

O Contexto de Aprendizagem é caracterizado relativamente às atividades desenvolvidas na disciplina de Modelagem Matemática. O Contexto de Ensino refere-se à disciplina de Estágio Supervisionado no Ensino Médio.

2 FORMAÇÃO DO PROFESSOR EM MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem matemática refere-se a atividades que tem como característica essencial a transição entre realidade e Matemática, de modo que em uma situação-problema da realidade um problema é resolvido por meio da Matemática. (Bassanezi, 2002; Borromeo Ferri, 2018; Almeida, Silva & Vertuan, 2016).

Consideramos essa realidade como sendo o *mundo real*, excluindo a possibilidade de a modelagem incluir contextos internos da matemática, sem conexão com a realidade

externa à matemática. Nesse sentido, Barbosa (2006) coloca como limites de uma atividade de modelagem matemática que esta aborde um problema (e não um exercício) e que envolva matemática do cotidiano ou de outras ciências, que não seja a matemática pura.

Anastacio (2010, p. 8) compreende que a realidade não é matemática e que “partir de um problema real para construir modelos que representem aquela situação constitui uma atividade importante e rica”, pois podemos expressar e descrever de diferentes maneiras a realidade em que vivemos.

Assim, podem se constituir distintas práticas de modelagem matemática na sala de aula, considerando interesses do professor e especificidades da situação investigada, uma vez que o desenvolvimento de atividades de modelagem “(...) reside na iniciativa e nas ações dos alunos, na dinâmica estabelecida pelo professor e alunos ao lidar com a situação, e nas condições dos alunos, para atuar na abordagem matemática de uma situação da realidade” (Almeida & Vertuan, 2014, p. 3-4).

Para caracterizar a dinâmica de uma atividade de modelagem matemática, Almeida, Silva e Vertuan (2016) consideram que o desenvolvimento de uma atividade desse tipo inclui cinco fases: a *inteiração*, na qual se obtém informações sobre a situação a ser estudada e a formulação de um problema; a *matematização*, que consiste na fase em que se transformam essas informações em linguagem matemática a partir de hipóteses simplificadoras; a *resolução*, fase na qual se constrói o modelo matemático; a *interpretação de resultados*, em que se associam os resultados matemáticos à situação da realidade; e a *validação*, que consiste na “comparação e distinção de ideias, generalização de fatos, articulação de conhecimentos de diferentes áreas” (Almeida & Vertuan, 2014, p. 7).

Considerando essas características, para que o professor proponha atividades de modelagem matemática para os estudantes, ele deve estar preparado para isso. Neste sentido, Sousa e Almeida (2021, p. 3) propõem que a formação do professor para a modelagem matemática, “deve lhes possibilitar segurança no uso e a audácia de quebrar paradigmas vigentes nos processos de ensino e de aprendizagem da matemática”.

De acordo com Pollak e Garfunkel, 2013, Spooner, 2017, Biemgengut, 2020, a formação do professor em modelagem matemática tem recebido atenção, tanto internacionalmente como também no Brasil (Paraná, 2008; Brasil, 2018), uma vez que, se a modelagem está presente nos diferentes currículos e documentos que orientam o ensino de Matemática, é necessário que o professor se prepare para introduzir atividades

dessa natureza em suas aulas (Almeida & Dias, 2007; Barbosa, 2001; Bisognin & Bisognin, 2015; Borromeo Ferri, 2018; Blum, 2015; Frejd & Bergsten, 2018; Greefrath & Vorhölter, 2016; Mutti & Klüber, 2021; Oliveira, 2020).

Segundo Pollak e Garfunkel (2013), para que os professores se utilizem da modelagem matemática na sala de aula, eles devem ter experiências com a modelagem, o que implica em eles próprios como professores terem experiências com formulação de problemas, ao invés de somente resolverem problemas, e de ensinar matemática a partir das necessidades que emergem da situação-problema.

Na mesma linha de pensamento, Bisognin e Bisognin (2015) defendem que a modelagem matemática possibilita que o professor compreenda “o conteúdo específico para solucionar os problemas e analisar as soluções” (Bisognin & Bisognin, 2015, p. 37), a partir da formulação de problemas desafiadores e significativos que envolvem temas atuais. Nesse sentido, Barbosa (2001, p. 2) considera “a formação de professores como uma das questões prioritárias, se não a mais importante, no âmbito da proposta de modelagem no ensino”.

Blum (2011), ao defender que para a aprendizagem dos alunos em atividades de modelagem matemática o professor ‘importa muito’, considera que “mais do que outras variáveis, como o tamanho da turma ou o tipo de escola, o que faz a diferença é, obviamente, o modo de ensinar” (Blum, 2011, p. 22). Essa ideia também está alinhada com as argumentações de Ball (2003, p. 1) de que “a melhoria da aprendizagem dos estudantes depende de um ensino hábil e que o ensino hábil depende de professores capazes e cientes do que eles sabem e podem fazer”.

Blum (2011) pondera que, se ainda é possível observar alguma objeção à introdução de atividades de modelagem matemática em aulas de matemática, em grande parte ela decorre da falta de experiência do professor para lidar com situações em que “o conhecimento do mundo real é necessário, o ensino é mais flexível e menos previsível, e as competências exigidas dos estudantes, é claro, são requeridas também dos próprios professores” (Blum, 2011, p. 19).

Entretanto, várias pesquisas e experiências com a formação de professores já são reconhecidas na literatura, como , por exemplo, Barbosa (2001), Borromeo Ferri e Blum (2010), Pollak e Garfunkel (2013), Blum (2015), Klüber e Tambarussi (2017), Borromeo Ferri (2018), Oliveira (2020), Almeida e Dias (2007). Oliveira (2020), particularmente, argumenta acerca da importância de oportunizar experiências com modelagem matemática na universidade ao professor em formação inicial “como uma oportunidade

para que experiências possam ser articuladas e vividas no momento das práticas de estágio e encaradas de modo reflexivo” (Oliveira, 2020, p. 75).

Para sistematizar o conhecimento necessário aos professores visando a inclusão de atividades de modelagem matemática em sua prática docente, Borromeo Ferri e Blum (2010), Blum (2015) e Borromeo Ferri (2018) propõem que o conhecimento pedagógico do conteúdo, particularmente para a modelagem matemática, seja desenvolvido a partir de quatro dimensões: dimensão teórica, dimensão relacionada à tarefa, dimensão instrucional e dimensão diagnóstica.

A dimensão teórica refere-se a uma base teórica necessária para o trabalho do professor na sala de aula. Ela é relativa ao conhecimento acerca das especificidades de atividades de modelagem, as fases associadas ao desenvolvimento dessas atividades, bem como os diferentes objetivos e interesses do professor ao incluir essas atividades nas aulas (Borromeo Ferri & Blum, 2010; Blum, 2015; Borromeo Ferri, 2018).

A capacidade de resolver, analisar e criar atividades de modelagem está inserida na dimensão relacionada à tarefa (Borromeo Ferri & Blum, 2010; Blum, 2015; Borromeo Ferri, 2018). É necessário que o professor tenha conhecimentos que se incluem nessa dimensão para o ensino de matemática mediado pela modelagem. Neste sentido, Borromeo Ferri (2018, p. 41) afirma que “a seleção e a qualidade das atividades nas aulas são essenciais para a compreensão matemática, para promover as práticas e competências matemáticas dos alunos e podem ser a base para estruturar as aulas e usar vários métodos de ensino”.

A dimensão instrucional envolve o planejamento e execução de aulas com modelagem matemática e o conhecimento de intervenções apropriadas durante o desenvolvimento da atividade de modelagem pelos estudantes (Borromeo Ferri & Blum, 2010; Blum, 2015; Borromeo Ferri, 2018). Essa dimensão, na formação do professor para a modelagem, compreende também a qualidade para boas aulas a partir de critérios como a organização e a estruturação das aulas, a ativação cognitiva e metacognitiva dos estudantes, o incentivo a avaliação de múltiplas soluções nas atividades desenvolvidas (Borromeo Ferri, 2018).

Identificar as ações dos alunos nas atividades de modelagem e diagnosticar os erros e as dificuldades desses alunos na atividade constitui a dimensão diagnóstica do conhecimento pedagógico do conteúdo (Borromeo Ferri, 2018). Como base para a avaliação, “o diagnóstico permite que você entenda melhor a solução dos alunos ou qualquer outra coisa que eles produzam (por exemplo, explicações ou ações verbais),

para intervir e dar feedback, ou para começar sistematicamente a dar apoio individual” (Borromeo Ferri, 2018, p. 104). Assim, essa dimensão se alinha com assertivas de Ball, Thames e Phelps (2008) de que os professores devem analisar o erro dos alunos com eficiência e fluência. “A análise de erros é uma prática comum entre os matemáticos no decorrer de seu próprio trabalho; a tarefa de ensino difere apenas na medida em que se concentra nos erros produzidos pelos alunos” (Ball, Thames & Phelps, 2008, p. 397). Para esses autores,

Os professores devem saber os fundamentos dos procedimentos, significados dos termos e explicações de conceitos (...) precisam de maneiras eficazes de representar o significado do algoritmo (...) mostrar o que as etapas do procedimento significam e por que fazem sentido. Nosso ponto aqui não é sobre o que os professores precisam ensinar aos alunos, mas sobre o que os próprios professores devem saber e ser capazes de fazer para cumprir esse ensino (Ball, Thames & Phelps, 2008, p. 398).

Conforme pondera Blum (2015, p. 89) “todos esses elementos devem ser incluídos como componentes obrigatórios na formação de professores e no desenvolvimento profissional”.

Almeida e Dias (2007), pensando uma formação de professores em modelagem matemática que possam viabilizar a abordagem desses elementos, propõem que essa formação pode ser estruturada considerando três eixos consecutivos: *aprender sobre* modelagem matemática; *aprender por meio* da modelagem matemática; *ensinar usando* modelagem matemática. No eixo *aprender sobre* modelagem matemática, são oportunizados ao professor conhecimentos sobre o que é modelagem matemática, como se caracterizam atividades desse tipo e como pode se sistematizar a organização de uma atividade de modelagem matemática (Almeida & Dias, 2007).

No eixo relativo ao *aprender por meio* da modelagem, incluem-se as experiências com modelagem matemática em que a aprendizagem é mediada pela própria atividade de modelagem, ou seja, aprender sobre a situação-problema, aprender a matemática ou como pode ser ensinada a matemática que emerge do desenvolvimento da atividade de modelagem (Almeida & Silva, 2015).

No terceiro eixo, *ensinar usando* a modelagem matemática, o professor desenvolve atividades de modelagem na sua prática docente, vivenciando assim a experiência de ensinar matemática, ensinar a propor e resolver um problema, ensinar a interpretação de uma situação da realidade por meio da Matemática (Almeida, Silva & Vertuan, 2016).

Na presente pesquisa, o programa de formação foi estruturado à luz desses eixos para a formação do professor em modelagem matemática.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Para estruturar um programa visando discutir como aprender e ensinar modelagem matemática na formação inicial de professores, a partir de um quadro teórico do qual decorre a estruturação da formação em consonância com os três eixos e, visando incluir na formação as quatro dimensões relativas ao conhecimento pedagógico do conteúdo, as atividades de modelagem matemática foram incluídas nos dois contextos caracterizados: Contexto de Aprendizagem e o Contexto de Ensino.

Estes dois contextos foram constituídos em um curso de Licenciatura em Matemática com nove estudantes do quarto ano nas disciplinas de Modelagem Matemática e de Estágio Supervisionado. As duas disciplinas eram ministradas por uma das autoras deste artigo.

A primeira parte do programa, cujo contexto é a disciplina de Modelagem Matemática, é o que denominamos *Contexto de Aprendizagem*. Já a segunda parte, que corresponde aos preparativos para o estágio, às oficinas de modelagem, às discussões e aos relatórios de estágio, constitui o que denominamos *Contexto de Ensino*.

O Contexto de Aprendizagem, que se refere à disciplina de Modelagem Matemática e aconteceu no 1º semestre do ano letivo de 2019, com quatro aulas semanais, totalizou 72 horas/aulas. O objetivo desse contexto no programa de formação consistia em os estudantes aprenderem o que é modelagem matemática bem como aprender a fazer modelagem matemática. Assim, na disciplina, por um lado ocorreu o estudo de textos, livros, visando prover aos alunos conhecimentos sobre modelagem matemática bem como conhecer experiências do âmbito da pesquisa e do ensino relativas à modelagem matemática. Por outro lado, foram desenvolvidas atividades de modelagem matemática em que, algumas vezes as temáticas das atividades eram sugeridas pela professora e em outras eram temas de interesse dos próprios alunos.

Quando envolvidos no Contexto de Aprendizagem, entretanto, os estudantes-professores já se remetiam às atividades posteriores no Contexto de Ensino. Assim, em algumas atividades de modelagem matemática, eles já apresentavam situações da realidade, formulação de problemas bem como encaminhamentos de resolução visando a

sua inclusão em sua prática no estágio supervisionado.

O Contexto de Ensino inclui o Estágio Supervisionado e envolve a preparação, desenvolvimento e discussão reflexiva das aulas práticas de estágio, que foram desenvolvidas com os alunos de ensino médio por meio de oficinas. Consideramos que as oficinas consistem em um espaço de intercâmbio e construção coletiva de saberes, de análise da realidade, de confrontação de experiências (Candau & Sacavino, 2013). Incluir no programa de formação a organização, realização e discussão de oficinas visa usá-las como um campo de reflexão e ação, conforme sugerem Figueiredo et al (2006), relativamente a atividades de modelagem matemática na sala de aula.

Cada oficina foi estruturada e realizada por três estagiários (estudantes-professores). Cada trio desenvolveu as atividades planejadas em uma sala de aula com uma turma de alunos do ensino médio durante dois dias, totalizando dez aulas.

No Quadro 1 apresentamos uma síntese do Programa de Formação de Professores planejado para esta pesquisa.

Quadro 1: Eixos e elementos do Programa de formação do professor em modelagem matemática

Eixo	Componentes fundamentais	Contexto	Local de desenvolvimento	Período
Aprender sobre a Modelagem Matemática	O conhecimento do professor sobre o que é Modelagem Matemática no que diz respeito à compreensão de conceitos teóricos que a caracterizam	Aprendizagem Disciplina de Modelagem Matemática	Câmpus da Universidade	1º semestre letivo de 2019
Aprender por meio da Modelagem Matemática	O entendimento de como se desenvolve uma atividade de modelagem; a identificação de características da modelagem matemática. O desenvolvimento de atividades de modelagem em que procura resolver um problema; o pensar a situação-problema em todas as fases da modelagem matemática	Aprendizagem Disciplina de Modelagem Matemática	Câmpus da Universidade	1º semestre letivo de 2019
Ensinar usando Modelagem Matemática	O desenvolvimento de atividades de modelagem na prática docente	Ensino Disciplina de estágio supervisionado no Ensino Médio – Oficina de Modelagem Matemática	Câmpus da Universidade e Escola	2º semestre letivo de 2019

Fonte: Dados da pesquisa

O processo de coleta de dados se deu no decorrer das aulas e seções de orientação das duas disciplinas (Modelagem Matemática e Estágio Supervisionado) bem como no decorrer do desenvolvimento das oficinas com os alunos do ensino médio pelos estudantes-professores. Os dados foram coletados mediante gravações em áudio e vídeo e também por materiais escritos, como relatório das atividades, relatório de estágio e questionários. Assim, as transcrições dessas gravações, os relatórios das atividades e os relatórios de estágio dos estudantes-professores bem como questionários respondidos por todos os nove estudantes-professores constituem o *corpus* da pesquisa.

Para ilustrar como se deu o encaminhamento das ações no Programa de Formação, incluímos no artigo uma das atividades de modelagem matemática desenvolvidas pelos estudantes-professores nos dois contextos.

4 UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA E OS DOIS CONTEXTOS DE FORMAÇÃO

4.1 O CONTEXTO DE APRENDIZAGEM

O grupo de estudantes-professoras (nomeadas aqui por Ana, Isabela e Jane) desenvolveu essa atividade no Contexto de Aprendizagem durante a disciplina de Modelagem Matemática.

A temática da atividade refere-se à produção de cookies. Particularmente, o problema que foi definido pelo grupo consiste em estimar qual deve ser a produção de cookies para que as estudantes-professoras pudessem considerar essa produção como atividade profissional. Após definir o problema a ser investigado, o grupo testou algumas receitas de cookies e pesquisou o preço dos ingredientes para definir o que seria utilizado no desenvolvimento da atividade, como rendimento médio de cada receita, tempo de preparo, custo, preço de venda. Na Figura 1 apresentamos uma síntese da atividade de modelagem desenvolvida pelas estudantes-professoras no Contexto de Aprendizagem.

<p>❖ SITUAÇÃO INICIAL (PROBLEMÁTICA)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Produção de cookies que nos permitiria deixar nossos empregos. 	<p>❖ RESOLUÇÃO</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Matemática do problema</i> <ul style="list-style-type: none"> • Regra de três e função custo, receita e lucro. • <i>Modelo matemático da situação</i> <ul style="list-style-type: none"> • $C(x) = 0,75x + 0,01$ • $R(x) = 3x$ • $L(x) = 2,25x - 0,01$
<p>❖ FASE DE INTERAÇÃO</p> <ul style="list-style-type: none"> • Testar a receita • Buscar valor dos produtos utilizados • Definição do problema: Estimar qual deve ser a produção de cookies para que pudéssemos deixar nossos empregos e passar a vender cookies. 	<p>❖ INTERPRETAÇÃO E VALIDAÇÃO</p> <ul style="list-style-type: none"> • As funções obtidas nos permitiram calcular a quantidade de cookies que devemos produzir. • Análise dos gráficos. • Conversa com o vendedor de cookies para validar os modelos de acordo com a vida real.
<p>❖ MATEMATIZAÇÃO</p> <ul style="list-style-type: none"> • Hipóteses <ol style="list-style-type: none"> 1. Cada receita produz 22 cookies; 2. O consumo médio do forno do fogão é de 0,166 kg; 3. O rendimento médio dos queimadores é 63%. • Variáveis <p>Z – Custo de cada produto, na quantidade necessária para ser feita uma receita;</p> <p>P – Peso do gás; $C(x)$ – Função custo por unidade.</p> <p>X – Quantidade de cookies. $R(x)$ – Função receita.</p> <p>$C(h)$ – Função custo por receita. $L(x)$ – Função lucro</p> 	<p>❖ SITUAÇÃO FINAL</p> <ul style="list-style-type: none"> • Devemos produzir/vender 1334 cookies para que consigamos deixar nossos empregos.

Figura 1: Síntese de uma atividade de modelagem matemática
Fonte: Relatório das Estudantes-Professoras

Assim como nos textos teóricos (comunicações científicas e relatos de experiências) estudados durante a disciplina de Modelagem Matemática, o grupo desenvolveu atividades realizando as ações que podem ser associadas às fases de uma atividade de modelagem, conforme sugerido por Almeida, Silva e Vertuan (2016) e conseguem identificar os procedimentos necessários a cada uma dessas fases.

As estudantes-professoras especificaram sua inteiração com os dados da situação-problema articulada à formulação da atividade, uma vez que sua temática é proveniente de um costume das integrantes do grupo: comprar e consumir cookies na universidade. A ideia inicial era encontrar o que era mais vantajoso financeiramente: produzir cookies em casa ou comprá-los na universidade; porém, as estudantes-professoras viram na atividade uma possibilidade de empreendedorismo e decidiram investigar qual deveria ser a produção de cookies para que pudessem adotar essa prática como atividade profissional. Na matematização explicitaram seus procedimentos e motivos de determinadas escolhas para abordar o problema, construindo os modelos matemáticos que seriam úteis para responder o problema inicialmente proposto. Ao fazer a interpretação dos resultados, o grupo, de fato, voltou à situação real para validar os modelos a partir da conversa com o vendedor de cookies.

Tomando como exemplo o desenvolvimento desta atividade, é possível afirmar que durante o Contexto de Aprendizagem os estudantes-professores aprenderam o *fazer* modelagem matemática, pois formularam um problema pelo qual buscavam uma solução, resolveram este problema e validaram os resultados obtidos. Esta assertiva pode ser ilustrada por respostas dadas pelos estudantes-professores no questionário para a questão: *Em que a disciplina de Modelagem Matemática contribuiu para sua formação?* . Apresentamos alguns trechos das respostas dos estudantes-professores na Figura 2.

<i>A disciplina me ofereceu uma outra metodologia de aprender e ensinar matemática. É interessante saber que como professora posso ensinar de formas alternativas, pois o professor migra de uma aula expositiva para situações que são investigativas. (Ana)</i>	<i>Acredito que a disciplina de modelagem matemática contribuiu para estimular minha criatividade em como pensar nas atividades e nas suas ramificações.(Fernando)</i>
<i>É de grande importância, como futura professora, conhecer novas metodologias. Como modelagem matemática possui uma disciplina específica no curso, pude ter um conhecimento maior sobre o assunto e assim quando for desenvolvê-la em sala de aula com meus alunos estarei mais preparada. (Susi)</i>	<i>A contribuição mais importante foi entender que os processos de ensino e de aprendizagem são mais importantes do que apenas conseguir um resultado final. (Eduardo)</i>
<i>Contribuiu muito, pois é uma alternativa de ensino que aprendemos enquanto alunos, podendo se aprofundar mais e com isso podemos aplicar na sala com mais confiança. (Jane)</i>	<i>Essa disciplina apresentou uma nova metodologia para trabalhar algumas situações reais através da matemática. (Roberto)</i>
<i>Após essa disciplina pude ter um outro olhar a respeito das atividades desenvolvidas com os estudantes, com isso posso trabalhar de uma forma que desperte o interesse dos estudantes, por se tratar de atividade presente na realidade. (Maria)</i>	<i>Eu gostei muito dessa disciplina e com certeza quando eu for professora usarei modelagem matemática nas minhas aulas. De todas as tendências da Educação Matemática que aprendemos, a modelagem foi a que mais praticamos por isso acho que não terei dificuldades em utilizá-la nas aulas. (Mirela)</i>
	<i>Ela contribuiu para o meu conhecimento, visto que, no início eu não tinha noção do conceito. Com os textos e as atividades da disciplina, pude conhecer uma nova metodologia e como aplicá-la em sala de aula. (Isabela)</i>

Figura 2: Contribuições da disciplina de Modelagem Matemática
Fonte: Questionário respondido pelos Estudantes-professores

Essa questão foi respondida ao final da disciplina de Modelagem Matemática. Nas respostas dos estudantes-professores há indícios de que eles se sentiam confiantes em desenvolver atividades de modelagem matemática enquanto professores.

4.2 O CONTEXTO DE ENSINO

A atividade a que nos referimos aqui é a mesma que o grupo desenvolveu no Contexto de Aprendizagem. Ou seja, o grupo de estudantes-professoras desenvolveu essa atividade de modelagem matemática com alunos do ensino médio em uma das oficinas do Estágio Supervisionado, tendo a duração de quatro horas. Como os alunos da escola não teriam tempo de testar as receitas e pesquisar os preços dos ingredientes no

mercado, as estudantes-professoras levaram as informações e o problema já formulado para a sala de aula, conforme consta na Figura 3.

Fabricação e venda de Cookies: Com a taxa de desemprego no Brasil por volta de 12% atingindo cerca de 13 milhões de pessoas, muitos desempregados buscam uma solução para a falta de oportunidade de emprego, abrindo um negócio próprio. Uma das possibilidades de empreendimento é no ramo alimentício. Imagine que você é um desses empreendedores e pretende fabricar e vender cookies recheados. O que seria necessário para que isso acontecesse?

Receita – Rendimento: 22 cookies

Produto	Quantidade
Manteiga sem sal	200g
Farinha de trigo	295g
Açúcar cristal	135g
Açúcar mascavo	90g
Ovo	2 unidades
Chocolate ao leite	300g
Fermento químico	10g
Bicarbonato	10g
Leite condensado	395g
Creme de leite	200g
Gás	13kg

Modo de preparo: massa
Em uma batedeira, bater a manteiga e os açúcares até que vire um creme. Adicionar um ovo e bater até que se misture por completo. Em seguida adicione o segundo ovo e bata novamente até que se misture. Adicione metade da farinha e bata até obter uma massa homogênea, depois coloque o restante da farinha e bata novamente. Coloque o fermento e o bicarbonato e bata apenas para misturar. Adicionar o chocolate picado e mexer com uma espátula. Deixe a massa descansar por 30 minutos.

Modo de preparo: recheio
Em uma panela, misture uma caixinha de leite condensado e uma caixinha de creme de leite, leve ao fogo, cozinhe mexendo sempre, até obter consistência de brigadeiro de enrolar (ponto Napê).

Modo de preparo: montagem
Enrolar o recheio em bolinhas de 15 gramas cada, separe a massa em bolinhas de 300 gramas cada, em seguida coloque o recheio dentro da massa, asse por 15 minutos à 230°C.

Consumo do gás:
Em uma hora, o consumo médio do forno é de 0,166kg
O rendimento médio dos queimadores é de 63% do consumo médio do forno
Consumo do Micro-ondas:
1,4kwh;
Valor unitário do kwh: R\$0,79.
Tempo:
Preparo de massa: 15 min;
Descanso da massa: 30 min;
Enrolar a massa: 8 min;
Assando a massa: 15 min;
Empacotamento: 3 min.

Figura 3: Atividade de modelagem matemática para uma oficina
Fonte: Relatório dos Estudantes-Professores

Para dar início, as estudantes-professoras entregaram (em um papel) aos alunos da escola o problema a ser solucionado e pediram que lessem, pensassem em estratégias para a resolução e que anotassem tudo o que fosse necessário para o desenvolvimento da atividade. Depois, entregaram uma lista com os ingredientes (de marcas, preços e massas diferentes), a partir da qual os estudantes deveriam fazer a escolha dos produtos necessários para preparar a receita de cookies e calcular o custo de produção dessa receita.

Na transcrição da gravação em vídeo e áudio da oficina é possível verificar que as estudantes-professoras incentivaram os alunos da escola a definir a quantidade de pessoas que iriam trabalhar na empresa (fictícia) de produção de cookies bem como o salário de cada integrante. Alguns grupos de alunos do ensino médio incluíram nos custos os salários de outros funcionários e o aluguel do local onde os cookies seriam fabricados. Outros criaram uma logomarca e um nome para a empresa.

As estudantes-professoras não notaram os erros cometidos pelos alunos durante a aula, mas somente depois, quando analisaram o desenvolvimento da atividade para a

escrita do relatório de estágio. É possível que o tempo disponível e a falta de experiência com a sala de aula tenham influenciado nesse aspecto. As estudantes-professoras observaram, entretanto que os alunos sabem fazer as operações aritméticas com os números que lhes são dados, porém não sabem o que fazer com os resultados, ou seja, não fazem uma relação correta da matemática com a realidade, apesar de terem algum conhecimento extramatemático para lidar com o problema. As estudantes-professoras terminam a descrição dessa atividade no relatório de estágio concluindo o que os alunos, aparentemente, demonstram saber:

É possível afirmar, com base nas resoluções, que a maioria dos alunos demonstrou saber fazer as quatro operações básicas da aritmética, regra de três e a premissa de um planejamento de vendas, mas alguns não lembravam de como efetuar uma divisão com duas casas decimais e apresentaram dificuldades no uso da calculadora. A atividade foi importante para eles pois retrata uma alternativa de profissão, tendo em vista a taxa de desemprego no Brasil por volta de 12%, muitos desempregados buscam uma solução para falta de oportunidade de emprego, abrindo um negócio próprio.

Depois da realização das oficinas os estudantes-professores responderam a outra pergunta: *Você se sentiu preparado para trabalhar com modelagem matemática na sala de aula? Por quê?* . Apresentamos alguns trechos das respostas obtidas na Figura 4.

<i>Sim, pois conduzimos as aulas de forma que os alunos se interessassem pelas atividades. (...) Com a nossa formação e com a experiência vivenciada, acredito que tenho condições de aplicar esta metodologia. (Ana)</i>	<i>Durante as aulas na universidade, as discussões com a professora e com os colegas foram importantes para o desenvolvimento das atividades de modelagem (Fernando)</i>
<i>Senti que me foi dada a preparação necessária para entrar em sala de aula e desenvolver as atividades, porém tive momentos de insegurança, visto que era a primeira vez que estava trabalhando com modelagem enquanto professora. (Susi)</i>	<i>Estudamos bastante as atividades que desenvolvemos e sobre modelagem. Isso deu uma boa segurança para a equipe. (Eduardo)</i>
<i>Sim, acho que nas aulas de modelagem matemática nós aprendemos bastante e já estávamos preparados para fazer a aplicação dela em sala de aula, acredito que recebemos todas as informações necessárias para realizar um bom trabalho.(...) Acredito que assim como fizemos nas oficinas, os professores podem fazer em suas aulas; separar alguns dias para fazer atividades de modelagem.(Mirela)</i>	<i>O trabalho em grupo dos alunos é um fator importante na modelagem, pois os grupos formulam suas próprias estratégias para solucionar os problemas. Durante a oficina, percebi que os alunos aprenderam ou relembrou alguns conceitos, utilizaram a criatividade e, além dos conceitos matemáticos envolvidos, a modelagem ajuda a formar cidadãos . (Roberto)</i>
<i>Como já havia feito vários trabalhos na disciplina de modelagem, pude ter uma noção de como seria, tivemos ótimos exemplos em sala e o plano de aula estava bem elaborado. (Maria)</i>	<i>Apesar de já termos conhecimento sobre os conteúdos abordados e os assuntos e já imaginar as perguntas dos alunos, senti que precisaria estar mais preparado para alguns questionamentos. (Jane)</i>
	<i>Eu me senti preparada pois conseguimos fazer tudo o que havíamos planejado e levamos os alunos a pensar em vários problemas de seus interesses. (...) Ao meu ver, temos a formação para usar modelagem. (Isabela)</i>

Figura 4: Respostas sobre as oficinas

Fonte: Questionários respondidos pelos Estudantes-Professores

5 O CONHECIMENTO PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO (CPC) NO PROGRAMA DE FORMAÇÃO

O Programa de Formação de Professores foi assim constituído a partir da perspectiva de formação em modelagem matemática sugerida em Almeida e Dias (2007), de aprender sobre modelagem matemática, aprender por meio de atividades de modelagem matemática e ensinar usando modelagem matemática. Levando em consideração o quadro teórico em que se fundamenta a pesquisa e o objetivo de responder à pergunta *Como aprender e ensinar modelagem matemática em um programa de formação inicial de professores?* foram desenvolvidas atividades de modelagem matemática mediante a caracterização de dois contextos: o Contexto de Aprendizagem e o Contexto de Ensino.

Considerando as ações dos estudantes-professores, no Contexto de Aprendizagem e no Contexto de Ensino, buscamos indícios das dimensões do conhecimento pedagógico do conteúdo propostas por Borromeo Ferri e Blum (2010): dimensão teórica, dimensão relacionada à tarefa, dimensão instrucional e dimensão diagnóstica.

A partir da escolha do tema e do desenvolvimento dos procedimentos durante as atividades, os estudantes-professores fornecem indícios de que conhecem as fases da modelagem matemática e os objetivos de atividades dessa natureza, conforme sinaliza a síntese da atividade apresentada na Figura 1. De acordo com Borromeo Ferri e Blum (2010) este é um indicativo de que os estudantes-professores compreendem o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, o que nos permite inferir que construíram conhecimento relativamente à *dimensão teórica* do CPC para a modelagem matemática.

Essa inferência também está de acordo com Ball (2003, p. 2), que defende que “conhecer matemática para ensinar inclui conhecer e ser capaz de fazer a matemática que desejaríamos que qualquer adulto competente soubesse. Mas [...] requer mais, e esse mais não é apenas habilidade em ensinar o material”. Ou seja, desenvolver atividades de modelagem matemática no estágio supervisionado contribui para a formação destes estudantes-professores para além dessa habilidade sugerida por Ball (2003).

Conforme já enunciado anteriormente, acreditamos que, para que o professor utilize atividades de modelagem matemática em suas aulas, ele deve estar preparado

para isso (Almeida & Silva, 2015). Nesse sentido, concordamos com Borromeo Ferri (2018) que é necessário que seja oportunizado aos estudantes-professores que trabalhem com atividades de modelagem matemática abertas, complexas, autênticas e com problemas solucionáveis por meio do processo de modelagem, e discutam os critérios para criar essas atividades, ou seja, “eles precisam lidar com a questão da autenticidade e complexidade enquanto criam sua própria tarefa de modelagem.” (Borromeo Ferri, 2018, p.10).

As informações da Figura 1 e da Figura 3 fornecem elementos que nos permitem inferir que os estudantes-professores foram capazes de formular, analisar e resolver um problema em consonância com o que requer uma atividade de modelagem matemática. Além disso, esta capacidade que, em alguma medida se desenvolveu nas ações e procedimentos do Contexto de Aprendizagem, foi transportada para o Contexto de Ensino. No exemplo ilustrado neste artigo, as estudantes-professoras levaram dados reais como preço dos produtos, receita de cookies, e os alunos da escola puderam escolher quais ingredientes usar na fabricação de cookies: os mais conhecidos, os mais caros, os mais baratos. Assim, os dados não eram fictícios e poderiam dar uma ideia do real, ou seja, poderiam contribuir para a obtenção de uma solução que corresponde à realidade, pelo menos em partes. Nesse sentido, temos indicativos de que os estudantes-professores construíram conhecimento relativo à *dimensão relacionada à tarefa* do CPC em modelagem matemática, pois essa dimensão envolve a resolver, analisar e criar atividades de modelagem (Borromeo Ferri, 2018).

As contribuições da disciplina de Modelagem Matemática apresentadas na Figura 2 e as respostas sobre as oficinas apontadas na Figura 4 fornecem indícios de que os estudantes-professores se sentiam preparados para desenvolver atividades de modelagem matemática enquanto professores.

Borromeo Ferri (2018) considera que a dimensão de tarefa está intimamente relacionada à dimensão instrucional. “Os grupos precisam de tempo para compartilhar ideias a fim de desenvolver uma tarefa de modelagem que será usada para ensinar modelagem matemática na escola” (Borromeo Ferri, 2018, p. 9). O compartilhamento de ideias é demonstrado pelos estudantes-professores ao planejar as atividades na disciplina de Modelagem Matemática no Contexto de Aprendizagem pensando na possibilidade de desenvolvê-las com os alunos da escola durante o estágio.

Com isso, os estudantes-professores nos mostram sinais de que, apesar de não conhecerem suficientemente os alunos da escola, preocuparam-se em que tipo de

situação-problema poderia envolvê-los nas aulas. Isso está de acordo com Ball (2013, p. 16), ao afirmar que o ensino vai além do que o professor pensa, “trata-se de antecipar o que os outros pensam e se preocupam, e sintonizar sua fala, gestos e expressões faciais de como os outros podem ouvir ou ler o professor”. Nesse sentido, entendemos que conhecimentos relativos à dimensão relacionada à tarefa e à dimensão instrucional do CPC foram construídos, uma vez que a dimensão instrucional envolve a capacidade de planejar e executar aulas de modelagem (Borromeo Ferri & Blum, 2010), ou seja, o como ensinar na aula de modelagem matemática.

Trechos do relatório de estágio das estudantes-professoras, relativos ao desenvolvimento da atividade *Fabricação e Venda de cookies*, apresentados no Quadro 2, e as respostas apontadas na Figura 4 mostram que o grupo de estudantes-professores se mostrou capaz de planejar a atividade de modelagem matemática e desenvolvê-la com sucesso uma vez que, além dos alunos terem desenvolvido a atividade, foi oportunizado a eles um conhecimento extramatemático e matemático para resolver o problema que foi definido nesta situação. Esses são indícios de que conhecimentos relativos à *dimensão instrucional* se fortaleceram mediante as atividades do programa de formação.

Quadro 2: Comentários sobre a resolução dos grupos no Contexto de Ensino

Nesta atividade os grupos possuíam diversas possibilidades para a resolução do problema, porém deveriam calcular o lucro, o custo de venda, escolher um salário para cada integrante. Foi entregue uma tabela com os ingredientes (de marcas, preços e pesos diferentes), os alunos deveriam encontrar o custo de produção de uma receita seguindo os ingredientes que foram escolhidos, baseado em uma receita cedida por nós.[...]

[...] Para fazer a produção de 47 receitas, serão gastos R\$ 602,07 que produzirá 1.034 cookies. Conclui-se que os alunos do grupo 1 desenvolveram a atividade de forma plausível, realizaram os cálculos matemáticos corretamente se assemelhando com a nossa atividade na disciplina de modelagem matemática. [...]

[...] Analisando os valores apresentados pelos alunos do grupo 2 e tentando realizar os possíveis cálculos utilizados, percebemos que existem pequenos erros, como por exemplo, o salário que deveria ser de R\$589,00 para cada membro, e a quantia de horas trabalhadas. [...]

[...] O grupo 3 estipulou que cada integrante teria um salário de R\$ 1.000,00, por serem quatro integrantes, o lucro líquido deve ser de R\$ 4.000,00. Para saber qual deveria ser sua produção, eles descobriram que o preço de custo da unidade do cookie seria de R\$ 0,85, logo seu lucro seria de R\$ 2,15 por unidade, com isso dividiram o lucro desejado por 2,15. Os cálculos apresentados por este grupo estavam todos corretos.

[...] O grupo 4 apresentou um pensamento distinto dos demais, pois na sequência imaginaram que seu

negócio havia ficado conhecido, então passaram a vender os cookies a R\$ 6,00, vendendo 132 receitas por mês, seguindo o mesmo raciocínio anteriormente mencionado inferiram que cada funcionário teria um salário de R\$ 2.000,00 e o dono receberia R\$ 8.258,00. [...]

[...] O grupo 5 apresentou um pensamento distinto, pois consideraram que em uma forma caberia uma receita, nesta forma eles teriam um lucro bruto de R\$ 66,00 e um lucro líquido de R\$ 47,30. E venderiam 4 formas por dia, ou seja, 88 cookies. [...]

[...] O contato com a escola proporcionou uma perspectiva autêntica do funcionamento do sistema educacional, da realidade do chão das escolas; da necessidade de sermos profissionais qualificados, de entender a dificuldade do ensino e da aprendizagem da matemática, para podermos superar as possíveis adversidades que porventura encontraremos dentro das salas de aulas, no efetivo exercício de nossa função de professora. [...]

[...] A partir dessa atividade foi possível perceber que os alunos do grupo 6 sabem fazer as operações básicas de aritmética, mas apresentaram dificuldades em interpretar os próprios cálculos, visto que realizaram operações desnecessárias, aparentemente sem justificativas, obtendo assim o valor de seus salários de forma errônea, pois este se tornou mais elevado do que realmente deveria ser. [...]

Fonte: Relatório das Estudantes-Professoras

Os trechos exibidos no Quadro 2 sobre o desenvolvimento da atividade no Contexto de Ensino indicam que as estudantes-professoras analisaram as resoluções dos alunos, notando erros em cálculos ou na interpretação dos resultados cometidos pelos grupos de alunos, bem como quais foram as estratégias de resolução e qual conhecimento extramatemático os alunos da escola mobilizaram. Assim, podemos inferir que os estudantes-professores fomentaram conhecimentos que no CPC para a modelagem matemática se referem à *dimensão diagnóstica* caracterizada por Blum (2011).

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Partindo da estrutura de formação do professor em modelagem matemática com base nos três eixos: *aprender sobre* a modelagem matemática; *aprender por meio* da modelagem matemática; *ensinar usando* modelagem matemática, propusemos uma pesquisa empírica na qual foi constituído um programa de formação que proporcionou aos estudantes-professores relacionar a teoria aprendida e a prática docente, em dois contextos: o Contexto de Aprendizagem e o Contexto de Ensino.

Buscamos nas ações dos estudantes-professores indícios de construção do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, particularmente com relação à modelagem matemática, considerando as diferentes dimensões desse conhecimento caracterizadas por Borromeo Ferri e Blum (2010): dimensão teórica, dimensão de tarefa, dimensão instrucional, dimensão diagnóstica.

O processo analítico empreendido em relação aos dados da pesquisa, nos permite concluir que o Programa de Formação Inicial de Professores, articulando diferentes disciplinas de um curso de Licenciatura em Matemática em que a modelagem matemática foi incluída, viabilizou que a formação em modelagem matemática dos futuros professores incorporasse elementos essenciais para a inclusão de atividades dessa natureza na aulas de matemática, em sintonia com o que indicam Borromeo Ferri e Blum (2010) em relações às diferentes dimensões do conhecimento pedagógico do conteúdo em modelagem matemática.

Articular a aprendizagem da modelagem matemática com o ensino usando modelagem matemática a partir do pressuposto de que os três eixos (aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando) indicados em Almeida e Dias (2007), configuram uma formação em modelagem matemática e para a modelagem matemática, se mostra, na presente pesquisa, uma perspectiva robusta para a formação de professores em modelagem matemática.

O encaminhamento apontado na presente pesquisa também encontra respaldo em resultados como o caso de Barbosa (2001, p. 14), ao sugerir que a formação de professores deve exceder as experiências matemáticas com a modelagem matemática, “(...) é necessário envolvê-los com conhecimentos associados às questões curriculares, didáticas e cognitivas da modelagem na sala de aula, os quais só têm sentido na própria prática “.

Se, Ball (2003, p. 9) sugere que “melhorar a aprendizagem da matemática na escola (...) depende de tornar centrais as oportunidades de aprendizagem dos nossos professores”, podemos acenar que, no caso particular da modelagem matemática, aprender a fazer modelagem matemática e ter alguma experiência com ensino usando modelagem, pode fomentar a sua inclusão nas aulas de matemática. Ou seja, o programa de formação executado na presente pesquisa oferece uma possibilidade de como a ponderação de Oliveira (2020, p. 83) de que para que a modelagem matemática esteja presente na sala de aula, “ela precisa ser incutida, debatida, experienciada e explorada, no campo da formação inicial e continuada de professores, como uma condição para que

essas experiências sejam promovidas” pode ser colocada em prática em um curso de Licenciatura em Matemática.

Neste sentido, inserimos a seguir um trecho das considerações finais do relatório de estágio de um estudante-professor que participou da presente pesquisa. Consideramos que este seja um indício de que a formação proporcionada contribuiu para sua formação em modelagem.

O estágio tem como finalidade propiciar uma formação profissional aliando os fundamentos aprendidos e a prática em sala de aula, e com a sua execução é possível harmonizar os conhecimentos que foram adquiridos ao longo do curso, nas inúmeras matérias que vemos até a chegada à oportunidade de executá-lo. O estágio como foi, contribuiu no sentido de desenvolver uma visão sobre a carreira profissional como professor, fazendo com que possamos vivenciar os vários aspectos de nossa profissão como, por exemplo: ter o domínio do conteúdo, ter relacionamento e um entrosamento com os alunos e ter o respeito dos mesmos. A realização do estágio de regência permitiu uma experiência satisfatória em relação ao uso da modelagem matemática, tivemos um resultado excelente com a turma. (...) permitiu buscar uma forma de melhor atender os discentes e sugerir propostas que ajudem a vida escolar deles, e que os instrua para um futuro como cidadãos críticos, que tenham consciência de atuar sobre a sociedade em que vivem. Tendo isso em vista, trabalhar com a modelagem matemática foi de grande relevância pois presenciamos os dois contextos, o primeiro contexto em que aprendemos a fazer modelagem e o outro contexto em que, como professoras, tivemos êxito em propor problemas, tentar resolvê-los e socializar em grupo, mesmo que os alunos nunca tiveram [antes] contato com a modelagem matemática.

Assim, a discussão da questão: *Como aprender e ensinar modelagem matemática em um programa de formação inicial de professores?*, embora não esgotada, se conclui na presente pesquisa, vislumbrando que a configuração para a formação em modelagem aqui efetivada pode fomentar a inclusão da modelagem matemática na sala de aula.

REFERÊNCIAS

- Almeida, L. M. W. D., & Brito, D. D. S. (2005). Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir?. *Ciência & Educação* (Bauru), 11, 483-497.
- Almeida, L. M. W. & Dias, M. R. (2007). Modelagem Matemática em cursos de formação de professores. *Modelagem matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: SBEM, 253-268.
- Almeida, L. M. W. & Silva, K. A. P. (2015). Práticas de Professores com Modelagem Matemática: Algumas Configurações. *Educação Matemática em Revista*, 06-15.
- Almeida, L. M. W., Silva, K. A. P. & Vertuan, R. E. (2016) *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo: Contexto.

- Almeida, L. M. W. & Vertuan, R. E. (2014) Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: L. M. W. Almeida & K. A. P. Silva. *Modelagem Matemática em Foco* (p. 1-21). Editora Ciência Moderna Ltda.
- Anastacio, M. Q. A. (2010). REALIDADE: uma aproximação através da modelagem matemática. *Modelagem na Educação Matemática*, 1(1), 2-9.
- Ball, D. L. (2003). What mathematical knowledge is needed for teaching mathematics. *Secretary's Summit on Mathematics, US Department of Education*.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special. *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407.
- Barbosa, J. C. (2001). Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. *Bolema, Rio Claro*, 14(15), 5-23.
- Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: A socio-critical and discursive perspective. *ZDM*, 38(3), 293-301.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. Editora Contexto.
- Biembengut, M. S. (2020). Modelagem na Educação Matemática, das ideias às proposições oficiais. *Com a Palavra, o Professor*, 5(11), 136-139.
- Bisognin, E., & Bisognin, V. (2015). Modelagem Matemática em Cursos de Formação de Professores: Uma Contribuição para a Construção do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. *Educação Matemática em Revista*, 35-43.
- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*, 15-30.
- Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do?. In *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education* (pp. 73-96). Springer, Cham.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 86-95.
- Borromeo Ferri, R. (2018). *Aprender a ensinar modelagem matemática na escola e na formação de professores*. Springer International Publishing.
- Borromeo Ferri, R & Blum, W. (2010). Modelagem matemática na formação de professores - experiências de um seminário de modelagem. In *Proceedings of the VI Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2046-2055).
- Brasil, M. E. C. (2018). Base nacional comum curricular. Brasília-DF: MEC, *Secretaria de Educação Básica*.

- Brito, D. D. S., & Almeida, L. M. W. D. (2021). Práticas de modelagem matemática e dimensões da aprendizagem da geometria. *Actualidades Investigativas en Educación*, 21(1), 169-198.
- Candau, V. M. F., & Sacavino, S. B. (2013). Educação em direitos humanos e formação de educadores. *Educação*, 36(1).
- Dias, M. R. (2005) *Uma Experiência com Modelagem Matemática na Formação Continuada de Professores*. (Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.
- Doerr, H. M. (2007). What knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling?. In *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 69-78). Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_5.
- Figueiredo, M. D. A. C. D., Silva, J. R., Nascimento, E. S., & Souza, V. (2006). Metodologia de oficina pedagógica: uma experiência de extensão com crianças e adolescentes. *Revista Eletrônica Extensão Cidadã*, 2.
- Frejd, P., & Bergsten, C. (2018). Professional modellers' conceptions of the notion of mathematical modelling: ideas for education. *ZDM*, 50(1), 117-127
- Grando, R. C., & Miskulin, R. G. S. (2018). Pesquisas em formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática sob a perspectiva da articulação entre o conhecimento do professor e a prática. *Perspectiva*, 36(2), 538-557.
- Greefrath, G., & Vorhölter, K. (2016). *Teaching and learning mathematical modelling: Approaches and developments from German speaking countries*. Springer Nature.
- Klüber, T. E., & Tambarussi, C. M. (2017). A formação de professores em Modelagem Matemática na Educação Matemática: uma hermenêutica. *Acta Scientiae*, 19(3).
- Lima, APB, & Borba, R. (2021). Comunidades de Prática e formação de um professor que ensina Matemática através da revisitação de teses e palestras. *Educação Matemática Debate*, 5 (11), 5.
- Mutti, G. S. L., & Klüber, T. E. (2021). Adoção da Modelagem Matemática para professores em um contexto de formação continuada. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 12(2), 1-27. <https://doi.org/10.26843/rencima.v12n2a07>
- Oliveira, W. P. (2020). *Modelagem Matemática No Estágio Pedagógico: uma investigação fenomenológica*. (Tese de Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática). Universidade estadual de Maringá – UEM, Maringá, PR.
- Paraná. Secretaria de Estado da Educação. Diretrizes Curriculares de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio. Curitiba: SEED, 2008.
- Pollak, H., & Garfunkel, S. (2013). A view of mathematical modeling in mathematics education. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*.

- Rocha, M., & Cyrino, M. (2019). Elementos do Contexto de uma Comunidade de Prática de Professores de Matemática na Busca de Aprender e Ensinar Frações. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 8(15).
- Serrazina, M. D. L. (2014). O Professor que Ensina Matemática e a sua Formação: uma experiência em Portugal. *Educação & Realidade*, 39, 1051-1069.
- Silva, K. A. P. & Almeida, L. M. W. (2019, junho). Formação do Professor de Matemática no Contexto de Atividades de Modelagem Matemática In: *Anais do XIII ENEM – Encontro Nacional de Modelagem na Educação Matemática* (pp. 1-14). Cuiabá, MT. Universidade Estadual do Mato Grosso – UNEMAT. Recuperado de <https://sbemmatogrosso.com.br/xiiienem/anais.php>
- Shulman, L. (1987). Conhecimento e ensino: fundamentos da nova reforma. *Harvard Educational Review*, 57 (1), 1-23.
- Sousa, B., & Almeida, L. (2021). Formação do professor em Modelagem Matemática: um olhar sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo. *Revista De Ensino De Ciências E Matemática*, 12(2), 1-28. <https://doi.org/10.26843/rencima.v12n2a05>
- Spooner, K. (2017). Authentic mathematical modelling experiences of Upper Secondary School: A case study. In *Mathematical Modelling and Applications* (pp. 627-637). Springer, Cham.

NOTAS

TÍTULO DA OBRA

Formação do professor em modelagem matemática: da aprendizagem para o ensino

Letícia Barcaro Celeste Omodei

Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática - Professora Assistente
Universidade Estadual do Paraná – câmpus de Apucarana, Colegiado de Matemática, Apucarana- PR, Brasil
Universidade Estadual de Londrina, CCE, Londrina- PR, Brasil
leticia.celeste@unespar.edu.br
<https://orcid.org/0000-0003-2023-7606>

Lourdes Maria Werle de Almeida

Doutora - Professora Associada
Universidade Estadual de Londrina, Departamento de Matemática, Londrina- PR, Brasil
lourdes@uel.br
<https://orcid.org/0000-0001-8952-1176>

Endereço de correspondência do principal autor

Rua Érico Veríssimo, 162, Centro. 86800-170, Apucarana – PR, Brasil.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Concepção e elaboração do manuscrito: L. B. C. Omodei, L. M. W. Almeida

Coleta de dados: L. B. C. Omodei

Análise de dados: L. B. C. Omodei, L. M. W. Almeida

Discussão dos resultados: L. B. C. Omodei, L. M. W. Almeida

Revisão e aprovação: L. B. C. Omodei, L. M. W. Almeida

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA

O conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo não está disponível publicamente.



FINANCIAMENTO

Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES

Não se aplica.

LICENÇA DE USO – uso exclusivo da revista

Os autores cedem à **Revemat** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a [Licença Creative Commons Attribution](#) (CC BY) 4.0 International. Esta licença permite que **terceiros** remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os **autores** têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista

Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no [Portal de Periódicos UFSC](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITOR – uso exclusivo da revista

Mérciles Thadeu Moretti e Rosilene Beatriz Machado

EDITOR EDIÇÃO ESPECIAL– uso exclusivo da revista

Regina Célia Grando e Adair Mendes Nacarato

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista

Recebido em: 01-07-2021 – Aprovado em: 26-02-2022

