Artigo Original

REVEMAT
REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

# A GENERALIZAÇÃO DA FUNÇÃO AFIM MANIFESTADA POR ESTUDANTES DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

## The Generalization Of The Affine Function Manifested By Students In The 9th Grade Of Elementary School

Tamires Vieira **CALADO**
Universidade Estadual do Paraná, Campo Mourão, Brasil
tamirescalado@hotmail.com
https://orcid.org/0000-0002-4536-8509

Veridiana **REZENDE**
Universidade Estadual do Paraná, Campo Mourão, Brasil
rezendeveridiana@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-4158-2196

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo

## RESUMO

A compreensão do conceito de função não é um processo fácil para os estudantes. Dentre as ideias essenciais para a compreensão desse conceito, consta a generalização. Nesse sentido, apresentam-se neste artigo resultados de uma pesquisa de mestrado que teve como principal objetivo identificar conhecimentos relacionados à generalização da função afim, manifestados por estudantes do 9º ano. Para o seu desenvolvimento, elaborou-se uma sequência didática, nos moldes da Engenharia Didática, que foi desenvolvida com uma turma de 9º ano. A principal fundamentação teórica foi a Teoria dos Campos Conceituais. Neste texto, apresentam-se as análises de duas situações resolvidas pelos participantes da pesquisa. As análises mostram que os estudantes manifestam, em suas resoluções, três teoremas em ação verdadeiros e três teoremas em ação equivocados relacionados especificamente à generalização da função afim. Tais conhecimentos errôneos necessitam de atenção da comunidade acadêmica e dos professores, pois a desestabilização de conhecimentos equivocados é uma das possibilidades para proporcionar a compreensão de conceitos pelos estudantes durante a escolarização.

**Palavras-chave:** Didática da Matemática, Teorema em ação, Generalização, Função Afim, Ensino Fundamental

## ABSTRACT

Understanding the concept of function is not an easy process for students. Among the essential ideas for understanding this concept, generalization is found. In this sense, this article presents the results of a master's research whose main objective was to identify knowledge related to the generalization of the affine function, manifested by 9th grade students. For its development, a didactic sequence was elaborated, along the lines of Didactic Engineering, which was developed with a 9th grade group. The main theoretical foundation was the Theory of Conceptual Fields. In this text, we present the analyses of two situations solved by the research participants. The analyses show that students manifest, in their resolutions, three true theorems in action and three wrong theorems in action specifically related to the generalization of the affine function. Such erroneous knowledge needs the attention of the academic community and teachers, as the destabilization of mistaken knowledge is one of the possibilities to provide understanding of concepts by students during schooling.

**Keywords:** Mathematics Didactics, Theorem in action, Generalization, Afinne Function, Middle School

## 1 INTRODUÇÃO

As funções estão presentes no currículo da Matemática na Educação Básica, em diferentes anos da escolarização. Recomenda-se que o estudo de algumas ideias para a construção desse conceito, como regularidade, descrição de padrões e propriedades de igualdade, tenham início nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (Brasil, 2018). Tais ideias devem ser aprofundadas no decorrer da escolarização, para que nos Anos Finais do Ensino Fundamental o estudante seja capaz de compreender diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer generalizações, regularidades e indicar valores desconhecidos em uma sentença algébrica (Brasil, 2018).

Desenvolvidas tais noções ao longo do processo escolar, a BNCC – Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017) – sugere que, no 9º ano, o aluno estude o conceito de função, compreendendo-o como uma relação de dependência unívoca entre duas variáveis e reconhecendo suas representações numérica, algébrica e gráfica. O conceito de função deve ser retomado e aprofundado no Ensino Médio (Brasil, 2018).

Com esse direcionamento, de que ideias de função sejam contempladas no processo escolar, pesquisadores (Caraça, 1963; Tinoco, 2002; Campiteli & Campiteli, 2006; Nogueira, 2014) defendem que durante a escolarização sejam incluídas situações que envolvam *ideias-base*, essenciais para a compreensão desse conceito, sendo elas: *correspondência, dependência, regularidade, variável* e *generalização.* Dentre essas ideias, pesquisas (Ardenghi, 2008; Nogueira, 2014; Rezende, Nogueira & Calado, 2020) mostram que é a *generalização* que ocasiona maior dificuldade entre os estudantes, impossibilitando a compreensão do conceito de função em sua essência.

Considerando que a generalização está associada ao pensamento algébrico, aos símbolos matemáticos e à linguagem algébrica, Tinoco (2011) afirma que "[...] é na passagem da linguagem corrente para a algébrica que reside a maior dificuldade dos alunos iniciantes em Álgebra" (p. 51). No entanto, "[...] o registro de leis gerais em linguagem algébrica ou geométrica é passo decisivo para que construam o conceito de função, embora não seja fácil" (Nogueira, 2014, p. 9). Para a investigação apresentada neste texto, consideramos a generalização possível de ser manifestada pelos estudantes por meio da linguagem algébrica e da linguagem natural, pois concordamos com Tinoco (2011) que é importante permitir que o aluno utilize e compreenda a simbologia matemática, manipulando os símbolos corretamente e tendo cuidado com as “justificações”, atribuindo a eles significados e podendo aplicá-los quando necessário.

Segundo Vergnaud (1996; 2009), um conceito é compreendido pelo estudante a partir de diversas situações vivenciadas na escolarização e de outros conceitos, teoremas, propriedades, símbolos, representações, relações, invariantes operatórios, entre outras ideias interligadas, no que o pesquisador denomina Campo Conceitual.

Vergnaud (2009; 1996) atribui importância aos conhecimentos implícitos manifestados pelos sujeitos diante de uma situação. Segundo o pesquisador, tais conhecimentos podem ser modelados na forma de teoremas em ação, tratando-se de categorias de conhecimentos na forma de proposição que, do ponto de vista científico, podem ser verdadeiros ou falsos.

Dessa forma, e juntamente com o propósito do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática – GEPeDiMa[1] –, do qual as autoras deste texto fazem parte, que é estabelecimento do Campo Conceitual da função afim, apresentamos neste texto parte dos resultados da pesquisa de mestrado da primeira autora, que buscou responder a seguinte questão de pesquisa: *quais teoremas em ação, relacionados à generalização, podem ser mobilizados por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, a partir de situações envolvendo função afim?*

Na sequência deste texto, apresentamos alguns aspectos da Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1996), que fundamenta teoricamente esta pesquisa.

## 2 ALGUNS ASPECTOS DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria do desenvolvimento cognitivo que traz contribuições para a Didática, e “[...] sua principal finalidade é propor uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos, em crianças e adolescentes, entendendo-se por ‘conhecimentos’, tanto as habilidades quanto as informações expressas” (Vergnaud, 1993, p. 1).

Vergnaud (1996) desenvolveu a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) para melhor compreender os problemas de desenvolvimento específicos no interior de um mesmo campo de conhecimento, pois o desenvolvimento de um campo conceitual envolve situações, esquemas e representações simbólicas. Nesse cenário, é por meio

[1] Página do GEPeDiMa: https://prpgem.wixsite.com/gepedima

das situações e dos problemas – teóricos ou práticos – a serem resolvidos que um conceito passa a ter significação para o sujeito.

Segundo Vergnaud (1993), é possível distinguir duas classes de situações: a classe em que o sujeito dispõe das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação e a classe de situações em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, exigindo tempo de reflexão e hesitações que pode levá-lo ao sucesso ou ao fracasso na resolução de determinada situação.

No primeiro caso, o estudante mobiliza comportamentos automatizados, organizados em um só esquema; no segundo, o estudante utiliza vários esquemas, que podem ser recombinados para atingir a solução desejada. Quando se trata de uma situação nova para o estudante, muitos esquemas podem ser sucessivamente, ou até mesmo simultaneamente, evocados.

Vergnaud (1993) define esquema como "[...] a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada" (Vergnaud, 1993, p. 2). Para o autor, são nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos em ação do sujeito. Os algoritmos matemáticos representam uma forma de organização da atividade e, por isso, constituem um tipo de esquema (Vergnaud, 1996).

Vergnaud (2009) considera que cada sujeito dispõe de vários esquemas alternativos, entre os quais ele pode escolher em decorrência dos valores das variáveis na situação com que ele se depara. Quando o estudante utiliza um esquema não eficaz para determinada situação, a experiência o leva a mudar ou modificar seu esquema. Desenvolvendo novos esquemas, os estudantes tornam-se capazes de enfrentar situações mais complexas, que os levam ao desenvolvimento de novos esquemas.

Nos esquemas, os estudantes manifestam conhecimentos implícitos que podem ser identificados na forma de "conceito em ação" e "teorema em ação", também denominados de invariantes operatórios. Esses invariantes são modelos para descrever a conduta do sujeito, uma vez que "[...] um conceito em ação é um conceito considerado pertinente na ação em situação. Um teorema em ação, uma proposição tida como verdadeira na ação em situação" (Vergnaud, 2009, p. 23).

Um exemplo de esquema mobilizado pelos estudantes colaboradores desta pesquisa ao desenvolverem a situação 1, que será apresentada posteriormente, é:

$$2 - 0{,}18 \cdot 3 = x$$

$$2 - 0{,}54 = x$$

$$1{,}46 = x$$

Os registros produzidos pelos estudantes mostram uma organização invariante, apoiada em hábitos para a resolução de uma expressão numérica, manifestando um conhecimento implícito que pode ser anunciado na forma de teorema em ação: “em uma expressão numérica, resolve-se primeiro a multiplicação para depois a subtração”. Os conceitos em ação em envolvidos podem ser: expressão numérica, multiplicação, subtração, relação de ordem.

Do ponto de vista psicológico, Vergnaud (1993) define um conceito como sendo formado por três conjuntos, representado por C = (S, I, R), em que: S é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito; I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) sobre os quais se encontram a operacionalidade do conceito; R é o conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais etc.) usadas para lidar com as situações.

De acordo com Vergnaud (1993), um conceito não se forma dentro de um só tipo de situação, assim como uma situação não se analisa com um só conceito, sendo a construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou de todos os aspectos de uma situação um processo que se estende ao longo dos anos.

O autor afirma que “[...] os processos cognitivos e as respostas do sujeito são função das situações com que ele se confronta” (Vergnaud, 1993 p.12), considerando que existe grande variedade de situações em um campo conceitual e que os conhecimentos dos estudantes são elaborados a partir de situações que eles enfrentaram e dominaram gradativamente. Sendo assim, “[...] é importante propor situações de avaliação que permitam verificar o desenvolvimento das competências, tanto de fazer como do dizer” (Vergnaud, 2003, p. 49).

Nesse cenário, a Teoria dos Campos Conceituais contribuiu para o desenvolvimento desta investigação, auxiliando na elaboração/seleção das situações, ao indicar que, para a compreensão de um conceito, são necessárias diversas situações, diferentes conceitos. A TCC também orientou as análises das estratégias desenvolvidas pelos estudantes, com atenção especial aos conhecimentos implícitos, na forma de teoremas em ação mobilizados pelos participantes da pesquisa.

## 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para o desenvolvimento da pesquisa foi implementada uma sequência didática, seguindo os moldes da Engenharia Didática (Artigue, 1996), relacionada ao conceito de função afim, com foco na ideia de generalização, para 29 estudantes de 9º ano.

Nessa metodologia de pesquisa – Engenharia Didática –, a investigação da aprendizagem é focada no sistema didático (aluno, professor, saber e ambiente) e preocupa-se em desenvolver condições que favorecem a aprendizagem. A Engenharia Didática constitui-se de quatro fases: análises preliminares, concepção e análises a priori, experimentação e análises a posteriori (Artigue, 1996).

A seleção das situações e as análises desta pesquisa contaram com o respaldo da TCC. Cada uma das situações foi selecionada (elaborada e/ou adaptada de outros autores), com a intenção de que fossem diferenciadas uma das outras, em decorrência dos elementos envolvidos (estrutura, símbolos, linguagem, representações, propriedades). Além disso, com fundamento na TCC, nas análises das estratégias desenvolvidas pelos estudantes, foi dada atenção especial aos conhecimentos implícitos, na forma de teoremas em ação, mobilizados pelos participantes.

A organização das situações e a implementação da sequência didática também contou com o suporte da Teoria das Situações Didáticas (Brousseau, 2008). As situações propostas se caracterizaram como situações adidáticas, permitindo ao estudante refletir na busca de diferentes estratégias, a partir de seus conhecimentos prévios. Além disso, a pesquisadora atuou como mediadora no processo, incentivando o diálogo entre os estudantes e questionando-os acerca das estratégias desenvolvidas, a fim de que refletissem em e sobre suas resoluções.

A análise dos dados baseou-se nas estratégias de resolução escrita dos estudantes, bem como nos diálogos dos grupos, gravados em áudio, com vistas à identificação de teoremas em ação, manifestados implicitamente. As situações propostas foram resolvidas pelos estudantes organizados em duplas ou trios, pois consideramos que a discussão e a partilha de conhecimento entre os estudantes auxiliam o desenvolvimento e a aprendizagem, corroborando a dialética das situações adidáticas (Brousseau, 2008).

Segundo a professora regente, a turma já havia estudado o conteúdo de função, com base no livro didático destinado ao 9º ano adotado pela escola – Andrini e

Vasconcellos (2015). No entanto, as situações desenvolvidas com a turma, segundo a professora, apresentavam-se como exercício fechado, com raras contextualizações.

Antes da implementação da sequência didática, foram realizadas duas ações: i) um estudo piloto com outra turma, em condições semelhantes à turma investigada, que consistiu na implementação de uma tarefa que abrange parte dos conteúdos matemáticos abordados na sequência didática. Tal estudo confirmou as dificuldades dos estudantes com a generalização da função afim; ii) um teste diagnóstico com a própria turma investigada, em que ficou aparente a dificuldade em interpretar o contexto da situação e manipular operações matemáticas em busca da generalização da função afim.

A implementação da sequência didática ocorreu em horário convencional das aulas de matemática, no mês de agosto de 2019, totalizando 12 horas/aulas. A pesquisadora permaneceu em sala de aula durante todo o momento de experimentação, mediando as situações, observando o desempenho dos estudantes, incentivando o diálogo entre os integrantes de cada grupo e indagando a respeito das estratégias desenvolvidas, a fim de que os estudantes refletissem acerca de suas resoluções e para que possíveis conhecimentos implícitos pudessem ser revelados.

Ao fim do desenvolvimento de cada situação, a pesquisadora recolheu as resoluções dos alunos para que eles não fizessem alterações em suas estratégias que pudessem interferir nos dados a serem analisados para a pesquisa. Depois de recolhida cada situação, a pesquisadora conversou com a turma, promovendo as discussões entre as principais ideias presentes, com foco na ideia de generalização.

Para o presente texto será abordado o desenvolvimento dos estudantes em duas (02) das sete (07) situações implementadas. A escolha das situações a serem apresentadas neste texto se deu pelo fato de que por meio delas é possível abordar os teoremas em ação identificados especificamente no desenvolvimento da generalização da função afim, e não apenas para casos particulares das situações.

## 4 ANÁLISES DAS SITUAÇÕES

Para cada situação, apresentamos a discussão das estratégias desenvolvidas pelos estudantes, recortes de suas resoluções e de diálogos produzidos pelos grupos. No decorrer das análises, buscamos identificar os teoremas em ação possivelmente manifestados pelos estudantes em suas estratégias, conforme o objetivo da investigação.

Durante as análises, buscamos classificar as resoluções dos estudantes em: i) corretas, sejam elas manifestadas por meio de estratégias implícitas ou explícitas, mas que conduziram a respostas matematicamente adequadas e pertinentes à situação proposta; ii) parcialmente corretas, aquelas em que os estudantes desenvolveram estratégias adequadas, no entanto apresentaram erros de cálculo; iii) incorretas.

Assim como Rezende et al. (2020), consideramos como estratégia o modo de resolução desenvolvido pelo estudante, ou seja, o caminho escolhido por ele para resolver a situação e apresentar uma resposta, correta ou não. Em alguns casos, a estratégia está explicitada pelos estudantes, e sua resolução é claramente registrada. Dependendo, da situação, pode ocorrer de os alunos apresentarem apenas a resposta final, deixando a resolução em branco. Nesse caso, cabe ao pesquisador e professor refletir, a partir dos indícios deixados pelo estudante, sobre sua resposta final, procurando identificar a estratégia ou as possíveis estratégias adotadas por ele.

As análises desta pesquisa foram direcionadas para os conhecimentos implícitos manifestados, seja na resolução escrita dos estudantes ou no diálogo, na tentativa de desvendar possíveis teoremas em ação presentes nas respostas dos estudantes colaboradores. Para preservar a identidade dos estudantes, nomeamos cada grupo com a letra G seguida de um número de identificação. Sendo assim, os grupos foram nomeados de G1 até G13.

Apresentamos na sequência as duas situações selecionadas para este artigo, aqui identificadas como *situação 1* e *situação 2*, sendo estas respectivamente, situação 2 e situação 3 da sequência didática completa implementada. Em seguida, apresentamos suas análises e identificação dos teoremas em ação.

*Situação 1: No último sábado, Ana foi à padaria com apenas $R\$\,2{,}00$ para comprar seus pães preferidos, que custam R$ 0,18 cada um (Adaptada, Tinoco (2002)).*

a) *Se ela comprar 3 pães, quanto receberá de troco?*
b) *Se ela comprar 7 pães, qual será o seu troco?*
c) *Na situação apresentada, qual a quantidade máxima de pães que Ana consegue comprar?*
d) *Considerando que Ana comprou uma quantidade qualquer de pães, descreva com as suas palavras os passos para determinar o troco de Ana.*
e) *Escreva uma expressão algébrica que represente o troco que Ana receberá se comprar uma quantidade possível qualquer de pães.*

Para o desenvolvimento da situação 1, nos itens a) e b), doze (12) dos treze (13) grupos apresentaram a mesma estratégia correta, na qual realizaram o cálculo $2 - 0{,}54 =$

$1{,}46$ para determinar o troco, no caso de três (03) pães comprados, e $2 - 1{,}26 = 0{,}74$ para o caso de sete (07) pães comprados.

Em termos matemáticos, ao considerarmos $f$ uma função real que associa a quantidade de pães comprados ao troco recebido, podemos utilizar uma notação algébrica para o isomorfismo das relações de proporcionalidade, e assim, $f(kx) + c = k \times f(x) + c$, para $c \in \mathbb{R}$ e $k \in \mathbb{N}$. Identificamos essa associação como um teorema em ação verdadeiro implícito nas respostas dos estudantes. Nesse caso, $k \times f(x)$ determina o valor gasto com a compra dos pães. Indicamos pela sigla TAV1 o teorema em ação verdadeiro mencionado desta forma:

| TAV1: $f(kx) + c = k \times f(x) + c,\;\; k \in \mathbb{N}$ e $c \in \mathbb{R}$ |
|---|

Ainda em relação à situação 1, apenas um (01) grupo (G2) apresentou estratégias incorretas para os itens a) e b), apresentando os cálculos $0{,}27 \div 2{,}00 = 1{,}35$ e $0{,}63 \div 2 = 0{,}35$ para esses itens. A estratégia, identificada por meio do áudio produzido pelo grupo, não apresenta relação com possíveis estratégias corretas.

Para o item c), é solicitada a quantidade máxima de pães que podem ser comprados tendo disponíveis apenas $R\$\ 2{,}00$. No entanto, é necessário fazer uma análise das possibilidades, uma vez que, para 11 pães comprados, o valor gasto é de $R\$\ 1{,}98$ e, para 12 pães, o valor gasto é de $R\$\ 2{,}16$. Sendo assim, é necessário que os estudantes interpretem a situação na prática e concluam que a quantidade máxima possível de pães a serem comprados é onze (11).

Doze (12) dos treze (13) grupos apresentaram estratégias corretas realizando tentativas de determinação do troco a partir de diferentes quantidades de pães comprados, concluindo que podem ser comprados até 11 pães. Dentre essas estratégias, seis (06) grupos multiplicaram a quantidade de pães comprados pelo valor unitário do pão apresentando o cálculo $11 \times 0{,}18 = 1{,}98$.

No desenvolvimento desta estratégia, o valor gasto com os pães é determinado multiplicando-se a quantidade de pães comprados pelo valor unitário do pão. Esse conhecimento pode ser modelado na forma de um teorema em ação, associando ao isomorfismo das funções lineares a propriedade linear das relações de proporcionalidade (Vergnaud, 2007; Gitirana, 2014). Em termos matemáticos, a quantidade de pães e o valor gasto com os pães podem ser associados a uma função real linear $f$ que satisfaz $f(n) = f(n \times 1) = n \times f(1)$, para qualquer número $n$ real. Desse modo, identificamos na


Universidade Federal de Santa Catarina. ISSN 1981-1322. DOI: https://doi.org/10.5007/1981-1322.2022.e90148

estratégia dos estudantes um teorema em ação verdadeiro possivelmente mobilizado por eles, pois

$$f(3) = f(3 \times 1) = 3 \times f(1) = 3 \times 0{,}18 \quad \text{e} \quad f(7) = 7(3 \times 1) = 7 \times f(1) = 7 \times 0{,}18.$$

Indicamos pela sigla TAV2 o teorema em ação verdadeiro mencionado desta forma:

$$\boxed{\text{TAV2: } f(n) = f(n \times 1) = n \times f(1),\ n \in \mathbb{N}}$$

Além dessa estratégia, um (01) grupo apresentou o cálculo $2 \div 0{,}18 = 11{,}1111\ldots$, ou seja, realizou a divisão do valor total pelo valor unitário do pão e concluiu que é possível comprar até 11 pães. Cinco (05) grupos não especificaram suas estratégias de resolução, apresentando apenas a resposta final, e um (01) grupo (G2) não apresentou resolução para esse item.

Para o item d), foi solicitado desenvolver a generalização na linguagem natural, descrevendo os passos para se determinar o troco para a compra de uma quantidade qualquer de pães, ou seja, a forma predicativa do conhecimento (Vergnaud, 2003). Segundo esse autor, é importante propor aos estudantes situações que permitam verificar o desenvolvimento das competências, tanto do fazer como do dizer (explicitar seus conhecimentos manifestados na ação).

Esse item gerou bastante dúvida por parte dos alunos, que alegaram nunca terem recebido esse tipo de questionamento. Sendo assim, foi necessário que a pesquisadora tivesse uma conversa com a turma a respeito da generalização utilizando a linguagem natural, deixando claro que deveriam ser descritos os cálculos necessários para a determinação do troco para aquela situação, considerando qualquer quantidade de pães comprados.

Ainda assim, para esse item, apenas três (03) grupos apresentaram estratégias corretas, descrevendo que, para determinar o troco, é necessário multiplicar a quantidade de pães comprados pelo preço unitário do pão. Em seguida, é preciso fazer $2{,}00$ menos o resultado obtido anteriormente na multiplicação, mobilizando o TAV1 na forma predicativa do conhecimento.

A Figura 1 apresenta a resolução de um desses grupos (G6).

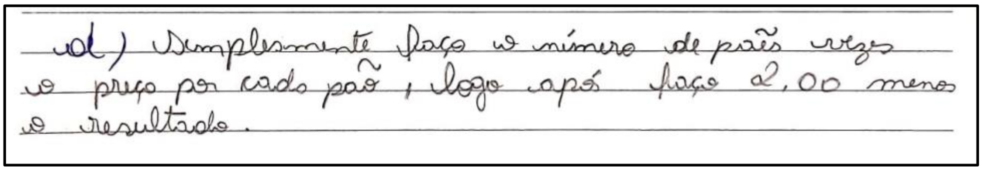


**Figura 1 -** Resolução apresentada pelo grupo G6 para o item d) da Situação 1
**Fonte**: Dados da pesquisa

Além dessas estratégias, um (01) grupo desenvolveu uma estratégia parcialmente correta, na qual foram especificados os cálculos necessários, porém não foi utilizado o valor das variáveis dadas na situação. Para essa situação, apresentamos, na Figura 2, a resolução desenvolvida pelo grupo (G11) e, na sequência, transcrevemos um trecho do áudio produzido pelos seus integrantes.

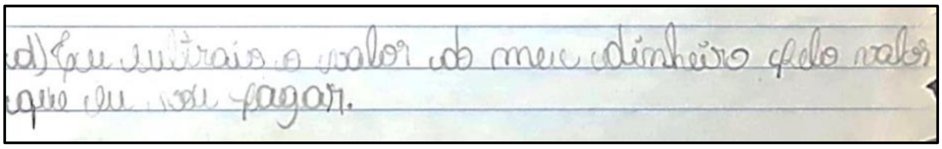


**Figura 2 -** Resolução apresentada pelo grupo G6 para o item d) da Situação 1
**Fonte**: Dados da pesquisa

*Aluno 1: Coloca assim, Fernanda foi ao mercado...*
*Aluno 2: Pera aí, ela tinha 2 reais, né?*
*Aluno 1: Mas pode colocar outro preço, coloca 3 reais.*
*Aluno 2: É?*
*Aluno 1: É, inventa um problema. Tipo assim, ela comprou balas de 40 centavos e ela tinha 3 balas, quanto ia vir de troco pra ela?*
*Aluno 2: Vai dar 1 real e 20 centavos. Sobra 1,80.*
*Aluno 1: Então escreve aí, fui ao mercado com 3 reais e comprei 3 balas de 40 centavos, aí coloca o troco.*
*Aluno 2: Não. Então na verdade o que eu tenho que fazer é subtrair o valor que eu tenho pelo valor que eu tenho que pagar. Vou colocar isso.*
(Diálogo entre dois alunos, 2019)

É possível perceber, pela discussão dos alunos, que a intenção era generalizar a determinação do troco para qualquer situação, não apenas para a situação proposta. Houve a validação para a situação que eles criaram. Consideramos que, com o desenvolvimento dessa estratégia de resolução, os estudantes mobilizaram o TAV1 na forma predicativa do conhecimento.

Além disso, seis (06) grupos apresentaram estratégias incorretas, das quais quatro (04) nos chamaram a atenção por considerarem valores específicos para representar qualquer quantidade. Esse fato havia sido observado nos resultados obtidos do teste diagnóstico e, por isso, estava previsto. Nesse sentido, a pesquisadora enfatizou com a turma que, quando mencionamos *qualquer quantidade,* precisamos levar em conta que aquela situação não pode ser descrita apenas para um valor específico.

Ainda assim, três (03) grupos consideraram a situação para o caso de qualquer quantidade como sendo a quantidade máxima possível de pães comprados (11 pães) e calcularam o troco recebido.

A Figura 3 apresenta a resolução do grupo (G1).

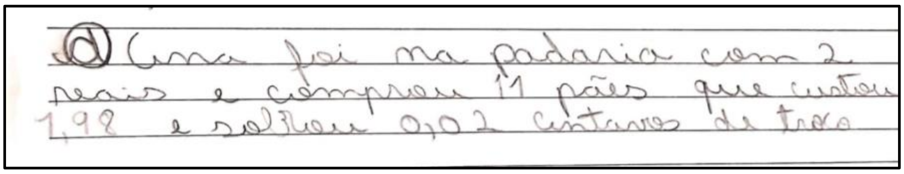


**Figura 3 -** Resolução apresentada pelo grupo G1 para o item d) da Situação 1
**Fonte**: Dados da pesquisa

Além disso, um (01) grupo não considerou que $2{,}00$ reais é parte fixa na situação e calculou a quantidade de pães que é possível comprar e o troco recebido tendo disponíveis apenas $R\$\ 0{,}50$.

A resolução apresentada por esse grupo pode ser vista na Figura 4.

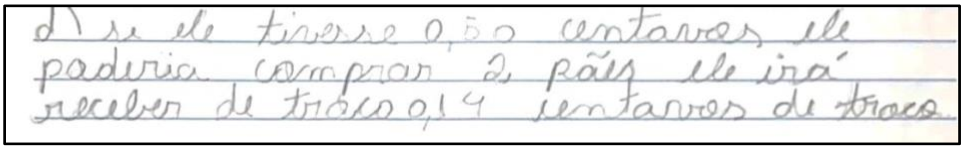


**Figura 4 -** Resolução apresentada pelo grupo G12 para o item d) da situação 1
**Fonte**: Dados da pesquisa

Assim, indicamos a possibilidade de mobilização de um teorema em ação falso implícito nas respostas dos estudantes quando utilizam uma quantidade específica para identificar qualquer quantidade possível assumida por uma variável, que é apontada pela mobilização do TAF1:

| TAF1: Uma quantidade qualquer é identificada como uma quantidade específica. |
|---|

Essa dificuldade em generalizar fatos é mencionada por Tinoco (2011) quando afirma que "[...] os alunos generalizam fatos, verificando apenas a sua validade para casos particulares" (p. 51), no entanto, "[...] é preciso que desenvolvam a capacidade de apresentar argumentos, na linguagem corrente, que justifiquem a validade da lei para qualquer caso, registrando-os” (Ciani, Nogueira & Bens, 2019).

Ainda em relação ao item d), dois (02) grupos não apresentaram estratégias de resolução, deixando o item em branco. Dos treze (13) grupos participantes da pesquisa, apenas três (03) grupos desenvolveram esse item corretamente, deixando evidente mais uma vez as dificuldades dos estudantes em mobilizar a generalização na linguagem natural (forma predicativa do conhecimento).

No último item da situação 1 (item e), solicitou-se que os estudantes desenvolvessem a generalização na linguagem algébrica. Esse item novamente gerou dificuldades, e apenas um (01) grupo apresentou uma estratégia correta, utilizando a expressão $T = 2{,}00 - 0{,}18x$ para a determinação do troco na compra de qualquer quantidade de pães, na qual $0{,}18x$ representa o valor gasto com os pães.

A Figura 5 apresenta essa resolução, que foi desenvolvida pelo grupo G8.

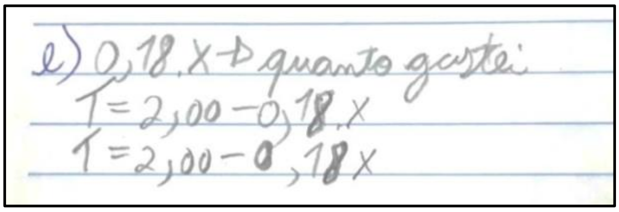


**Figura 5 -** Resolução apresentada pelo grupo G8 para o item e) da situação 1
**Fonte**: Dados da pesquisa

Além da resolução apresentada, três (03) grupos desenvolveram uma estratégia correta, no entanto, utilizaram duas expressões algébricas: $0{,}18x = y$, para representar o valor gasto com os pães, e $2{,}00 - y$, para representar o troco.

A Figura 6 apresenta a resolução desenvolvida pelo grupo G5.

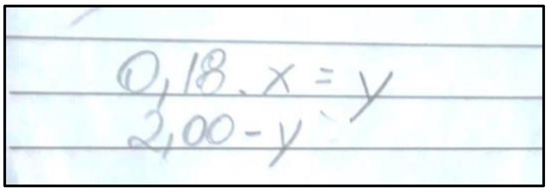


**Figura 6 -** Resolução apresentada pelo grupo G5 para o item e) da situação 1
**Fonte**: Dados da pesquisa

Ao desenvolverem essas estratégias, os estudantes mobilizaram, mesmo que implicitamente, o TAV1 para a determinação do troco. Além disso, e considerando as demais resoluções dos participantes desta pesquisa no decorrer da sequência didática, indicamos a possibilidade de mobilização de um teorema em ação verdadeiro, implícito nas respostas dos estudantes, relacionado à ideia de generalização, ao utilizarem uma letra para representar qualquer quantidade de pão, sendo:

| TAV3: Uma quantidade qualquer é representada por uma letra. |
|---|

Chamamos a atenção para o fato de que esses grupos também desenvolveram corretamente a generalização na linguagem natural, solicitada no item anterior, ou seja, apresentaram estratégias corretas para a linguagem algébrica e para a linguagem natural.

Além disso, das seis (06) estratégias incorretas, duas apresentaram os cálculos para a determinação do troco a partir de uma quantidade específica de pães comprados (11 pães), confirmando novamente a manifestação do TAF1. Nesse sentido, Tinoco (2011) observa que, muitas vezes, os estudantes apresentam dificuldades em admitir que números possam ser representados por símbolos. Para Lannin (2009), o foco dos estudantes em encontrar uma fórmula para um caso específico, em vez de considerar uma relação geral, muitas vezes limita seu sucesso.

As outras quatro (04) expressões algébricas desenvolvidas pelos estudantes não apresentam relação com a expressão algébrica esperada: $2x^2 + 5x - 3, 2xy$ e $y = \frac{2-x}{0,18}$. Além disso, três (03) grupos não apresentaram estratégias de resolução, deixando o item em branco.

Diante do exposto, pudemos notar que a situação 1 foi bem interpretada pelos estudantes, pois a maioria dos grupos apresentou estratégias coerentes para os três primeiros itens. No entanto, fica aparente a dificuldade na mobilização da generalização com duas operações matemáticas, tanto na linguagem natural quanto na linguagem algébrica, mesmo quando compreendem o contexto da situação.

Depois de recolhidas as resoluções da situação 1, foi necessário realizar uma conversa com a turma, com a intenção de esclarecer o significado de uma *quantidade qualquer* de pães. Nesse momento, discutiu-se com os estudantes a respeito das resoluções apresentadas por eles, fossem elas corretas ou não. A pesquisadora apresentou uma breve explicação em relação ao termo *expressão algébrica*, deixando clara a necessidade de se utilizar uma letra para representar qualquer valor para a variável independente na expressão algébrica.

*Situação 2: A escola de línguas MultLingue oferece cursos de inglês, espanhol e francês. Para cursar qualquer uma dessas línguas, o aluno precisa pagar uma taxa de matrícula no valor de R$ 150,00 e ainda uma mensalidade de R$ 90,00.*

*a) Quanto terá gastado um aluno que realizou a matrícula, mas depois desistiu e não compareceu em nenhum dos cursos?*
*b) Quanto terá gastado um aluno que frequentou por 4 meses o curso de inglês?*
*c) Quantos meses de curso terá feito um aluno que gastou R$ 1230,00 com o curso de espanhol?*
*d) Escreva uma expressão algébrica que represente o valor a ser pago por um aluno que cursa qualquer quantidade de meses em um dos cursos oferecidos pela escola.*

O item a) requer a determinação do valor gasto para o caso de uma pessoa que realizou a matrícula, mas não cursou nenhuma língua. A maioria dos grupos (9 grupos) apresentou uma estratégia de resolução correta, afirmando que será gasto apenas o valor da matrícula (R$ 150), já que o valor de cada mensalidade é multiplicado por 0 (quantidade de meses).

Para este item, em termos matemáticos, ao denominar por $f$ a função real que associa a quantidade de meses e o valor gasto com o curso, podemos utilizar uma notação algébrica para o isomorfismo das relações de proporcionalidade, nesse caso, $f(kx) + c = k \times f(x) + c$, para $c$ e $k$ números reais. Essa associação já foi apresentada neste texto como um teorema em ação verdadeiro, o TAV1, manifestado na situação 1. No entanto, na situação 2, $k$, que representa a quantidade de meses, vale 0 e $f(x) = f(1)$, pois representa o valor de uma mensalidade. A constante $c$ representa o valor gasto com a matrícula, ou seja, $R\$\ 150{,}00$. Sendo assim:

$$f(kx) + c = k \times f(x) + c \Rightarrow 0 \times f(1) + 150 = 0 \times 90 + 150 = 150$$

Ainda para esse item, observamos duas estratégias de resolução incorretas, nas quais quatro (04) grupos apresentaram o cálculo $150 + 90 = 240$, considerando o valor da matrícula e o valor de uma mensalidade. Nesse casso, os estudantes não multiplicaram o valor da mensalidade pela quantidade de meses $(0 \times 90)$ e consideraram o valor de uma mensalidade. Para tais resoluções, identificamos um teorema em ação falso, no entanto, tal teorema não será apresentado neste artigo, pois não se encaixa nos objetivos mencionados anteriormente no texto.

Além dessa resolução incorreta, um (01) grupo afirmou que não foi necessário pagar nada, desconsiderando o valor da matrícula. Nesse caso, podemos notar que os estudantes consideram que, como a quantidade de meses é zero, então não se gastou com a mensalidade, mas não atentaram ao valor fixo (valor da matrícula). Sendo assim, é possível associar um teorema em ação falso, manifestado também em outros momentos da sequência didática, associado às respostas dos estudantes, pois consideraram que $f(kx)+c=k\times f(x)$ para $k$ e $c$ números reais. Logo:

$$\boxed{\text{TAF2: } f(kx)+c=k\times f(x),\ \ k\in\mathbb{N} \text{ e } c\in\mathbb{R}}$$

O item b) propõe que os estudantes calculem o valor gasto por uma pessoa que realizou por 4 meses o curso de inglês. Para esse item, dez (10) grupos apresentaram a mesma estratégia correta. Nesses casos, os estudantes multiplicaram o valor da mensalidade por 4 e, por fim, somaram o valor da matrícula ao resultado obtido. Acreditamos que o TAV1 foi mobilizado novamente e, nesse caso, $k=4$, pois $k$ representa a quantidade de meses, $x=1$, pois representa o valor de uma mensalidade, e $c=150$, pois representa o valor fixo da matrícula. Sendo assim:

$$f(kx)+c=k\times f(x)+c\Rightarrow 4\times f(1)+150=4\times 90+150=510$$

Ainda para esse item, quatro (04) grupos apresentaram uma estratégia incorreta, que foi considerar apenas o valor das mensalidades, desconsiderando o valor gasto com a matrícula. Esses estudantes multiplicaram o valor da mensalidade pela quantidade de meses, ou seja, $k=4$, e, então, mobilizaram o TAF2, pois consideram que $f(kx)+c=k\times f(x)$.

No item c), é necessário que os estudantes calculem a variável independente na situação a partir de um valor dado para a variável dependente. Nesse caso, é dada a informação de uma pessoa que gastou $R\$\,1230{,}00$ com o curso de inglês, sendo perguntada a quantidade de meses que essa pessoa cursou.

Para esse item, houve apenas uma resposta incorreta, na qual o grupo apresentou: *"fez o curso por 1 ano e 1 mês".* Embora não tenha deixado clara a sua estratégia de resolução, acreditamos que foi considerado apenas o valor da mensalidade (R$ 90), realizando o cálculo $1230\div 90=13{,}66$ e concluindo que o curso foi realizado por 13 meses. Nesse caso, os estudantes mobilizaram o TAF2, pois, ao desconsiderarem o valor da matrícula, consideraram que $f(kx)+c=k\times f(x)$.

Outros quatro (04) grupos, embora tenham apresentado a resposta correta, não demonstraram sua estratégia de resolução, expondo apenas o resultado final. Dos grupos que apresentaram suas estratégias corretas, quatro (04) realizaram os cálculos $1230-150=1080$ e $1080\div 90=12$, concluindo que o valor para a variável independente é 12. Nesses casos, o TAV1 foi mobilizado novamente, pois esses estudantes consideraram que $f(kx)+c=k\times f(x)+c$; no entanto, para esse item, o valor desconhecido é representado pela letra $k$ (quantidade de meses), $x$ vale $1$, pois representa uma mensalidade, e a constante $c$, que representa o valor da matrícula, vale $150$. Sendo assim:

$$f(kx) + c = k \times f(x) + c \Rightarrow k \times f(1) + 150 = k \times 90 + 150 = 1230.$$

Outros cinco (05) grupos apresentaram os cálculos $90 \cdot 12 = 1080$ e $1080 + 150 = 1230$, demonstrando que o curso foi realizado por 12 meses. Esses grupos também mobilizaram o TAV1, atribuindo os seguintes valores: $k = 12$, $x = 1$ e $c = 150$. Desse modo:

$$f(kx) + c = k \times f(x) + c \Rightarrow 12 \times f(1) + 150 = 12 \times 90 + 150 = 1230.$$

No item d), solicita-se que o estudante determine a expressão algébrica que representa o valor a ser pago para qualquer quantidade de meses cursados. A partir da regularidade observada nos itens anteriores, é possível observar um padrão válido para mais casos e desenvolver a generalização.

Nesse caso, oito (08) grupos desenvolveram estratégias corretas, variando entre as expressões $V = 150 + 90x$ e $V = 90x + 150$, que são idênticas do ponto de vista matemático, devido à comutatividade da operação de adição.

O diálogo transcrito a seguir apresenta as discussões desenvolvidas pelo grupo G8 ao desenvolver a generalização algébrica. É possível notar que um dos estudantes está em situação de validação e tenta convencer o amigo.

*Aluno 1: Pra quantos meses é pra fazer?*
*Aluno 2: Qualquer. Tem que colocar x.*
*Aluno 1: Huuuum, vai ficar x o quê?*
*Aluno 2: X ponto 90 – Lê novamente o item d) - Tem que colocar o 150 da matrícula.*
*Aluno 1: Mas daí vai fazer mais 90?*
*Aluno 2: Você tem que colocar vezes 90 e o 150 só paga uma vez.*
*Aluno 1: Qualquer quantidade de meses, não precisa colocar 90, só o x que é pra qualquer quantidade de mês.*
*Aluno 2: Mas tem que colocar o 90, porque o 90 é pra cada mês.*
*Aluno 1: Como assim?*
*Aluno 2 Olha só, ele só vai pagar o 150 uma vez. Digamos que ele faz 3 meses de curso, ele vai pagar 3 vezes 90 reais. Então V, que é o valor pago, é igual a X vezes 90.*
*Aluno 1: E o 150?*
*Aluno 2: - X vezes 90 mais 150*
*Aluno 1: Pode ser.*
(Diálogo entre dois alunos, 2019)

Pode-se notar que esses estudantes desenvolveram uma expressão do tipo $k \times f(x) + c$ correspondente ao valor a ser pago, ou seja, mobilizaram o TAV1, que modela a situação proposta. Além desse teorema em ação, por meio do diálogo apresentado pelos estudantes, notamos que o TAV3 também foi mobilizado, pois esses estudantes utilizaram uma letra para representar qualquer quantidade.

Além da estratégia apresentada, embora a maioria dos grupos tenha desenvolvido corretamente os itens anteriores, seis (06) grupos apresentaram estratégias incorretas para a generalização. Três (03) grupos desenvolveram a expressão algébrica $V = 90x$, ou seja, desconsideraram o valor fixo da matrícula (constante $c$) e mobilizam o TAF2 ao considerarem que $f(kx) + c = k \times f(x)$.

Um (01) grupo apresentou a expressão $240 + 90x$, ou seja, por meio de uma interpretação inadequada, consideraram duas vezes a parte variável ($90 + 150 = 240$). Notamos que esse grupo apresentou resposta correta para o item anterior, calculando o valor gasto para 12 meses de curso; no entanto, ao formular a generalização, realizou operações equivocadas.

Dois (02) grupos desenvolveram a expressão algébrica $240x$, nesse caso, somando a parte fixa à parte variável. Esses estudantes já haviam desenvolvido resoluções inadequadas no item a), utilizando estratégias semelhantes. Sendo assim, consideramos que esses estudantes manifestaram a possibilidade de teorema em ação falso em suas resoluções, ao somar o valor da mensalidade ($90$) com o valor da matrícula ($150$) e multiplicar pela variável da situação (quantidade de meses), ou seja, consideram que $f(kx) + c = (k + c)x$ para $k$ e $c$ números reais. Logo:

TAF3: $f(kx) + c = (k + c)x$, $k \in \mathbb{N}$ e $c \in \mathbb{R}$

Diante das resoluções e dos diálogos analisados, podemos notar que os estudantes se envolveram com o contexto da situação 2 e que ela foi bem interpretada por eles, uma vez que, em todos os itens, a maioria dos grupos apresentou estratégias corretas. No entanto, mais uma vez, percebemos a dificuldade dos estudantes em desenvolver a generalização na forma de expressão algébrica, pois seis (06) dos treze (13) grupos apresentaram expressões incorretas.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Baseadas em Vergnaud (1996, 2009), consideramos que um conceito passa a ter significado para o sujeito em decorrência das diferentes situações vivenciadas por ele no do processo escolar. A ideia de generalização é necessária para a compreensão do conceito de função, e uma diversidade de situações é essencial para que os estudantes desenvolvam novos esquemas e aprimorem seus conhecimentos acerca desse conceito.

Vergnaud (1996, 2009) menciona a importância de reconhecer os conhecimentos implícitos manifestados nas ações dos sujeitos diante de uma situação. Esses conhecimentos, quando dispostos na forma de proposição, são classificados como teorema em ação, podendo ser verdadeiros ou falsos, do ponto de vista científico.

Com o desenvolvimento desta pesquisa, foi possível apontar conhecimentos relacionados à generalização mobilizados por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental ao resolverem situações envolvendo função afim. Os resultados da investigação mostram que a sequência didática implementada permitiu desvendar, a partir das estratégias de resolução dos estudantes, doze (12) teoremas em ação implícitos nas respostas dos participantes da pesquisa, sendo sete (07) relativos a conhecimentos verdadeiros e cinco (05) a conhecimentos equivocados. Dentre esses conhecimentos, alguns estão relacionados especificamente à generalização - três (03) errôneos e três (03) corretos, os quais foram discutidos neste texto. Os demais teoremas em ação dizem respeito a casos particulares das situações, etapa necessária ao processo de generalização.

Neste sentido, foi possível identificar os principais equívocos dos estudantes ao desenvolverem a ideia de generalização da função afim. Esses conhecimentos errôneos foram modelados na forma de teorema em ação: TAF1 – uma quantidade qualquer é identificada como uma quantidade específica; e TAF2 – $f(kx) + c = k \times f(x),\ \ k \in \mathbb{N}$ e $c \in \mathbb{R}$, e; TAF3: $f(kx) + c = (k + c)x$, $k \in \mathbb{N}$ e $c \in \mathbb{R}$.

Entendemos o erro como um conhecimento. Defendemos que os teoremas em ação equivocados merecem atenção, pois a desestabilização e o reconhecimento de seus próprios erros proporciona a compreensão de um conceito no decorrer da escolarização (Vergnaud, 2009). Sugere-se que pesquisas futuras elaborem situações que levem os estudantes ao reconhecimento de seus próprios erros e possibilitem a desestabilização dos conhecimentos equivocados identificados nesta pesquisa. Do ponto de vista da TCC, tal fato proporciona aprendizagens acerca do conceito de função afim, especialmente no que se refere à ideia de generalização.

A partir desta investigação, entende-se que a comunidade científica possa dar continuidade às pesquisas relativas às ideias de função especialmente associadas aos erros manifestados pelos estudantes sobre a ideia de generalização; e que os professores possam preparar as suas aulas com atenção especial aos possíveis equívocos mobilizados pelos estudantes, lançando situações em sala de aula na tentativa de levá-los a compreenderem seus próprios erros.

## REFERÊNCIAS


Almouloud, S. A. (2014). *Fundamentos da didática da matemática.* Curitiba: UFPR.

Ardenghi, M. J. (2008). *Ensino Aprendizagem do Conceito de Função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil*. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). PUC-SP, São Paulo.

Artigue, M. (1996). In: J. Brun. (Org), *Didáctica das Matemáticas*. (p. 193-217). Lisboa: Horizontes Pedagógicos.

Bittar, M. (2017). Contribuições da teoria das situações didáticas e da engenharia didática para discutir o ensino de matemática. In: R. Teles, C. Monteiro & R. Borba. (Org.), *Investigações em Didática da Matemática*. (p.100-131). Recife: UFPE.

Brasil. (2018). Ministério da Educação. Secretaria da Educação. *Base Nacional Comum Curricular* – Ensino Fundamental. Brasília: MEC.

Brousseau, G. (2008). Fundamentos e métodos da didática da matemática. In: J. Brun. (Org), *Didática das Matemáticas.* (p. 35-113). Lisboa: Instituto Piaget.

Campiteli, H. C. & Campiteli, V. C. (2006). *Funções*. Ponta Grossa: UEPG.

Caraça, B. de J. (1963). *Conceitos Fundamentais da Matemática*. 1. ed. Lisboa.

Ciani, A. B., Nogueira, C. M. I. & Berns, M. (2019). A construção do conceito de função. In: A. J. Ceolim, V. Rezende & W. Hermann (Org.), *Diálogos entre a Educação Básica e a Universidade: reflexões a cerca do conceito de função nas aulas de matemática*. (p.29-50). Curitiba: CRV.

Gitirana, V. *et al*. (2014). *Repensando multiplicação e divisão: contribuições da teoria dos campos conceituais.* 1. ed. São Paulo: PROEM.

Lannin, J. K. (2009). Generalization and Justification: The Challenge of Introducing Algebraic Reasoning Through Patterning Activies. *Mathematical Thinking and Learning***.** (p. 231-258). Doi: 10.1207/s15327833mtl0703_3

Nogueira, C. M. I. (2014). Construindo o conceito de funções. In: A. S. Ramos & F. C. Rejani (Org.), *Teoria e Prática de Funções*. Maringá: Unicesumar.

Rezende, V., Nogueira, C. M. I. & Calado, T. V. (2020). Função afim na Educação Básica: estratégias e ideias base mobilizadas por estudantes mediante a resolução de tarefas matemáticas. *Alexandria,* (p. 25-50). Doi: 10.5007/1982-5153.2020v13n2p25

Tinoco, L. A. A. (2002). *Construindo o conceito de Função.* 5º ed. Rio de Janeiro: Projeto Fundão.

Tinoco, L. A. A. (2011). *Álgebra: pensar, calcular, comunicar.* 2º ed. Rio de Janeiro, Projeto Fundão.

Vergnaud, G. (1993). *Teoria dos campos conceituais.* In: L. Nasser, (Ed.) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. (p. 1-26).

Vergnaud, G. (1996). *A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos.* Revista do Geempa, Porto Alegre. (p. 11-19).

Vergnaud, G. (2003). A gênese dos campos conceituais. In: E. P. Grossi (Org.), *Por que ainda há quem não aprende?* 2ª edição. Petrópolis: Vozes.

Vergnaud, G. (2007). Forma operatoria y forma predicaiva del conocimiento. In: *Anais do I Encuentro Nacional sobre Enseñanza de la Matemática.* Tandil: Argentina, Unicen.

Vergnaud, G. (2009). O que é aprender? In. M. Bittar & C. A. Muniz (Org), *A aprendizagem Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais.* Curitiba: CRV.

## NOTAS DA OBRA

**TÍTULO DA OBRA**
A generalização da função afim manifestada por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental.

**Tamires Vieira Calado**
Mestrado
Universidade Estadual do Paraná, Colegiado de Matemática, professora colaboradora, Campo Mourão, Brasil
tamirescalado@hotmail.com
https://orcid.org/0000-0002-4536-8509

**Veridiana Rezende**
Doutorado
Universidade Estadual do Paraná, Colegiado de Matemática, Mestrado em Educação Matemática (PRPGEM), professora associada, Campo Mourão, Brasil
rezendeveridiana@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-4158-2196

**Endereço de correspondência do principal autor**
Rua Vereador Geremias Cilião de Araújo, 1441, 87309-123, Campo Mourão, PR, Brasil.

**Concepção e elaboração do manuscrito:** T. V. Calado, R. Veridiana.
**Coleta de dados:** T. V. Calado.
**Análise de dados:** T. V. Calado, R. Veridiana.
**Discussão dos resultados:** T. V. Calado, R. Veridiana.
**Revisão e aprovação:** T. V. Calado, R. Veridiana.

**CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA**
Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

**FINANCIAMENTO**
Não se aplica.

**CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM**
Não se aplica.

**APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA**
A coleta de dados teve aprovação do comitê de ética, nº do parecer: 3.124.466, data: 29 de janeiro de 2019.

**CONFLITO DE INTERESSES**
Não se aplica.

**PUBLISHER** – uso exclusivo da revista
Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.



**HISTÓRICO** – uso exclusivo da revista
Recebido em: 15-07-2022 – Aprovado em: 28-11-2022