Artigo Original

REVEMAT
REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A COMPLEXIDADE DAS RELAÇÕES ENVOLVENDO A MATEMÁTICA HUMANA, OS FENÔMENOS E A MATEMÁTICA NUMÊNICA: SUGESTÕES PARA ABORDAGENS EPISTEMOLÓGICAS EM SALA DE AULA

The Complexity Of The Relationships Involving The Human Mathematics, The Phenomena And The Noumenal Mathematics: Suggestions For Epistemological Approaches In The Classroom

Lênio Fernandes **LEVY**
Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, Pará, Brasil.
leniolevy@ufpa.br
https://orcid.org/0000-0002-8513-9460

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo

RESUMO

As línguas consistem em alicerces compostos por signos, demandando uma massa falante para transformá-las em *realidades sociais*. Classificam-se em: (i) línguas históricas (idiomas) e (ii) artificiais (referentes, essas últimas, a técnicas específicas, a exemplo da matemática). As línguas são simplificadoras e reducionistas, mantendo-se em posição inferior à da complexidade dos mundos fenomênico e numênico. A investigação descrita neste texto foi de cariz teórico, com lastro na filosofia da complexidade moriniana. Pressupõe-se que as línguas sejam construções cronológicas a cargo tanto de indivíduos quanto de sociedades. Não se confundindo com os respectivos pensamentos, as línguas, entretanto, caminham *pari passu* com eles. Sem embargo da citada discriminação, neste artigo, com fins didáticos: (i) chamam-se os signos idiomáticos e as atividades cognitivas atinentes a eles, indistintamente, de *línguas*; (ii) denominam-se os signos matemáticos e as ações cognitivas concernentes a eles, indiferentemente, de *matemática*. A hipótese cuja coerência procurou-se mostrar nesta comunicação científica é a de que a matemática (como estrutura simbólica e como pensamento técnico) é elaborada ao longo do tempo com vistas à consecução de entendimentos, de explicações e de consensos cada vez mais acurados sobre (entre outras coisas) fenômenos e *númenos*. Ou seja: a matemática é humana, e com ela tenta-se rumar em direção à matemática dita numênica. A contribuição pedagógica deste trabalho constituiu-se na fundamentação argumentativa da proposta de que, em aulas de matemática, haja discussões, debates, reflexões e/ou meditações acerca do que é o conhecimento, particularmente o conhecimento matemático, com ênfase, em tais aulas, a ideias apoiadas no sistema filosófico da complexidade.

Palavras-chave: Complexidade, Construção x descoberta, Línguas, Matemática, Sala de aula

ABSTRACT

Languages consist of foundations composed of signs, demanding a speaking mass to transform them into *social realities*. They are classified into: (i) historical languages (idioms) and (ii) artificial (referring, the latter, to specific techniques, such as Mathematics). The languages are simplistic and reductionist, remaining in a lower position than the complexity of the phenomenal and noumenal worlds. The investigation described in this text was of a theoretical nature, based on Morin's philosophy of complexity. It is assumed that languages are chronological constructions in charge of both individuals and societies. Not getting confused with the respective thoughts, the languages, however, walk *pari passu* with them. Notwithstanding the aforementioned discrimination, in this article, for didactic purposes: (i) idiomatic signs and the cognitive activities related to them are called, without distinction, *languages*; (ii) mathematical signs and the cognitive actions concerning them are called, indifferently, *Mathematics*. The hypothesis whose coherence we tried to show in this scientific communication is that Mathematics (as a symbolic structure and as technical thinking) is elaborated over time with a view to achieving increasingly accurate understandings, explanations and consensus on (among other things) phenomena and *noumena*. In other words: Mathematics is human, and with it, we try to move towards so-called noumenal Mathematics. The pedagogical contribution of this work consisted of the argumentative foundation of the proposal that, in Mathematics classes, there should be discussions, debates, reflections and/or meditations about what knowledge is, particularly mathematical knowledge, with emphasis, in such classes, to ideas based on the philosophical system of complexity.

Keywords: Complexity, Construction x discovery, Languages, Mathematics, Classroom

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As línguas, como o português e o inglês, são, por mais que não o queiramos, simplificadoras, reducionistas, fragmentadoras, deterministas e/ou padronizadoras, situando-se bastante aquém da complexidade e da singularidade do mundo, da natureza, do universo. Acatamo-las, não obstante, como algo plausibilidade efetiva, notadamente em termos práticos, na medida em que elas, bem ou mal, são os recursos de que dispomos para uma série de finalidades cotidianas e investigativas.

Elas podem ser e, com efeito, são usadas, em que pesem as suas limitações, para representar objetos de interesse e de pesquisa, buscando-se (e conseguindo-se, de certa maneira), por intermédio delas, compreensões, explicações e consensos.

Também são utilizadas de modo menos pragmático, ou até nada pragmático, quando se almeja contextualizá-las nelas próprias. É o que constatamos no português, no inglês etc. aliados a tipos peculiares de poesia e de prosa. Tais modalidades específicas e não empíricas de português poético ou prosaico, bem como de inglês poético ou prosaico, para ficarmos apenas nessas duas línguas, não são incólumes, todavia, a tentativas e a relativos alcances de compreensões, de explicações e de consensos.

Outrossim, não há impedimentos irremediáveis no que tange a aplicações – posteriores e utilitárias – de excertos de línguas condizentes com as modalidades supramencionadas, ou melhor, não existem empecilhos intransponíveis quanto à aplicabilidade, consciente ou não, de extratos de línguas que foram contextualizados, originalmente, em si mesmos.

Concordamos com o significado abaixo, proclamado por Abbagnano:

> **Língua** (*lat. Lingua; in. Language, Tongue; fr. Langue; al. Sprache; it. Lingua*). Um conjunto organizado de signos lingüísticos. A distinção entre língua e linguagem foi estabelecida por Saussure, que definiu a língua como “conjunto dos costumes lingüísticos que permitem a um sujeito compreender e fazer-se compreender” (*Cours de linguistique générale*, 1916, p. 114). Neste sentido, língua, por um lado, é sistema ou *estrutura* e, por outro, supõe uma “massa falante” que a constitui como realidade social. Podem-se distinguir duas espécies de línguas: 1ª *históricas*, cuja massa falante é uma comunidade histórica: p. ex. italiano, inglês, francês, etc.; 2ª *artificiais*, cuja massa falante é um grupo que se distingue por uma competência específica; são as línguas das técnicas específicas (às vezes chamadas impropriamente de linguagens); p. ex.: língua matemática, língua jurídica, etc. (Abbagnano, 2000, p. 615)

Lembremo-nos de que uma língua é fruto de construções no decorrer do tempo, (construções) das quais não se eximem a esfera individual ou pessoal (ver o elemento ou a *parte*) e a esfera coletiva ou social (ver o conjunto ou o *todo*). Tanto a concretude e a singularidade de um homem quanto a generalidade e a totalidade do universo público ou populacional concorrem para a criação idiomática.

Aceitamos melhor as asserções que incorporem *parte* e *todo* ao admitirmos, por exemplo, que o indivíduo (a *parte*) se localiza no bojo da sociedade e que, simultaneamente, a sociedade (o *todo*), com seus costumes, com suas regras, com suas injunções, com seus mitos e com seus tabus, está no interior de cada indivíduo (princípio complexo hologramático). Morin enuncia tal princípio assim:

> [...] *o todo está de certa maneira incluído (gravado) na parte que está incluída no todo*. A organização complexa do todo (*holos*) necessita da inscrição (gravação) do todo (holograma) em cada uma das suas partes, contudo singulares; assim, a complexidade organizacional do todo necessita da complexidade das partes, a qual necessita retroativamente da complexidade organizacional do todo. Cada parte tem a sua singularidade, mas nem por isso representa puros elementos ou fragmentos do todo; trata-se ao mesmo tempo de micro-todos individuais. (Morin, 1999, p. 114)

Além do mais, assumimos que o indivíduo gera a sociedade, que, através de seus atributos ou de suas qualidades, gera a civilidade e/ou a humanidade do indivíduo, em um *perpetuum mobile* (princípio complexo recursivo). “Trata-se de um processo em que os efeitos ou produtos são, ao mesmo tempo, causadores e produtores no próprio processo, sendo os estados finais necessários à geração dos estados iniciais” (Morin, 1999, p. 113).

Enfim, somos partidários da noção de que o indivíduo e a sociedade se apresentam como *lados opostos de uma moeda*, havendo, pois, antagonismo e complementaridade entre ambos (princípio complexo dialógico). “O princípio dialógico pode ser definido como a associação complexa (complementar/concorrente/antagônica) de instâncias *necessárias em conjunto* à existência, ao funcionamento e ao desenvolvimento de um fenômeno organizado" (Morin, 1999, p. 110).

Aquiescemos com a ideia, hegemônica na comunidade científica, de que processos e produtos cognitivos genéricos – inclusas aí dinâmicas afetas à indução e à dedução (Levy, 2016) – não dispensam as *línguas históricas* como estruturas representativas.

Por sua vez, não se coloca (não colocamos) em dúvida que processos e produtos cognitivos que denotam técnicas específicas (p. ex.: matemática, física etc.) dependem analogamente de suportes representativos, denominados de *línguas artificiais* por Abbagnano (2000).

2. MATEMÁTICA HUMANA X MATEMÁTICA NUMÊNICA: CONSTRUÇÃO X DESCOBERTA

Há *distinção* entre língua e pensamento, mas ambos, na maior parte do tempo, caminham inextricavelmente *unidos* (Vygotsky, 1987) pelos meandros das *incertezas* da complexidade do mundo, (complexidade) com que nos deparamos e/ou que apela à nossa atenção. Por sinal, a tríade *distinção-união-incerteza* (Morin, 2001) é basilar na teoria da complexidade moriniana.

Avançando um pouco mais, adotaremos, na presente comunicação científica, deste ponto em diante, o pressuposto de que, ao explanarmos sobre *línguas históricas*, também estaremos discorrendo, *pari passu*, sobre os pensamentos que as tomam por base, por mais que não os citemos abertamente.

De forma idêntica, ao explanarmos sobre *línguas artificiais*, estaremos discorrendo, no mesmo passo ou ritmo, sobre os pensamentos (vide ideias matemáticas, científicas etc.) que se baseiam nessas línguas, ainda que não façamos referência explícita a eles.

Trocando em miúdos: a partir daqui o que valer para os sistemas linguísticos valerá similarmente para os processos e os produtos cognitivos aliados a tais sistemas; e vice-versa: o que disser respeito aos atos e aos efeitos cognitivos, dirá respeito analogamente aos sistemas linguísticos correlatos a eles.

Em tempo: salientamos que, neste texto, versamos majoritariamente a respeito das matemáticas que são trabalhadas em instituições oficiais de ensino básico e superior. Porém, sendo favoráveis à etnomatemática, julgamos que haja inúmeros outros tipos de manifestação matemática, afora aqueles com que lidamos nas escolas e nas universidades. Merece destaque o fato de que as matemáticas lecionadas em escolas e em universidades são casos especiais de etnomatemática, pois o que se vivencia em escolas e em universidades não escapa a ingerências culturais. Achamos pertinente a afirmação de que:

> A disciplina denominada matemática é uma etnomatemática que se originou e se desenvolveu na Europa, tendo recebido algumas contribuições das civilizações indiana e islâmica, e que chegou à forma atual nos séculos XVI e XVII, sendo, a partir de então, levada e imposta a todo o mundo. Hoje, essa matemática adquire um caráter de universalidade, sobretudo devido ao predomínio da ciência e da tecnologia modernas, que foram desenvolvidas a partir do século XVII na Europa, e servem de respaldo para as teorias econômicas vigentes. (D'Ambrosio, 2019, p. 75)

No plano das matemáticas estudadas nos ciclos educacionais básico e superior, temos a matemática aplicada (ligada à procura de compreensões, de explicações e de consensos acerca de fenômenos da natureza, do mundo ao nosso redor e/ou de algo que seja do nosso interesse) e temos a chamada *matemática pela matemática* ou a dita matemática pura (que não deixa de ser marcada pelo afã da consecução de compreensões, de explicações e de consensos).

Os princípios complexos hologramático, recursivo e dialógico são, a nosso ver, extensíveis à matemática, que, à semelhança da criação das *línguas históricas*, resulta tanto de esforços individuais quanto de empenhos coletivos (Levy, 2019).

Em suma:

(i) existem não somente as *línguas históricas* aplicadas (como o português, o inglês etc.), que são direcionadas para compreensões, explicações e consensos de cariz pragmático; mas, igualmente, (em se tratando do português, do inglês etc.), existem as *línguas pelas línguas*, ou seja, existem elaborações, pertencentes às *línguas históricas*, que beiram a arte ou que, não raro, são, elas próprias, artísticas, e isso não descarta pretensões voltadas para compreensões, explicações e consensos, bem como (isso não despreza) disposições para seu uso (ou melhor, disposições, premeditadas ou não, para uso dessas elaborações) em ambientes extrínsecos ao artístico, além de (tal como observamos nas *línguas históricas*[1] aplicadas) não prescindir dos contextos individual e coletivo para a sua formulação;

---

[1] Doravante, neste artigo, faremos referência às *línguas históricas* (e às mobilizações cognitivas que se sustentam nelas) mediante o emprego, unicamente, da palavra *línguas*; e mencionaremos as *línguas artificiais* (juntamente com as atividades cognitivas que se assentam nelas) por intermédio, apenas, de partículas gramaticais que as explicitem, como: a matemática, a filosofia, as ciências etc.

(ii) processos e produtos iguais aos citados no item (i) acontecem no (e definem o) âmbito matemático.

Como simplificadora, reducionista, fragmentadora, determinista e/ou padronizadora por excelência, a matemática encontra-se ainda – e, quiçá, encontrar-se-á para sempre – distante (a despeito da sua tentativa, no passado e atualmente, de avizinhar-se) da complexidade e da singularidade dos fenômenos, que são ligados, de nosso ponto de vista, à complexidade e à singularidade das *coisas em si* ou da *realidade numênica* (Kant, 2002), mantendo-se (a matemática, que é, conforme advogamos, engenhada pelo homem), em vez disso, sintonizada com um mundo irreal, ideal/idealizado, regrado e simplificado.

Morin traça os seguintes comentários sobre fenômeno, realidade e verdade:

> A adequação cognitiva a um fenômeno só conseguiria ser parcial, local ou provincial, inclusive de um objeto parcial, local e provincial, pois este não pode ser realmente conhecido independentemente do seu contexto; da mesma forma, uma teoria só pode reproduzir uma abstração modelizada da realidade. Enfim, nenhum conhecimento conseguiria apreender a realidade por trás ou sob o fenômeno. Em nenhum caso, o conhecimento esgotaria o fenômeno a ser conhecido e a verdade total, exaustiva ou radical é impossível. Toda pretensão à totalidade ou ao fundamento resulta em não-verdade. (Morin, 1999, p. 244)

Ademais:

> É verdade que a idéia – que nos é necessária para traduzir a realidade do mundo externo, isto é, comunicar com o mundo externo – é, ao mesmo tempo, o que nos induz a enganarmo-nos acerca desse mundo externo. Efetivamente, o espírito humano não reflete o mundo, mas o traduz mediante todo um sistema neurocerebral em que os sentidos captam um certo número de estímulos, que são transformados em mensagens e códigos por meio das redes nervosas, e é o espírito-cérebro que produz aquilo que se denomina representações, noções e idéias pelas quais ele percebe e concebe o mundo externo. Nossas idéias não são reflexos do real, mas traduções dele. (Morin, 2001, p. 145)

Nós supomos que a matemática, pelos motivos arrolados algumas linhas acima (ou seja: simplificação, reducionismo, fragmentação, determinismo e/ou padronização), também esteja afastada da *realidade numênica*, uma vez que defendemos, em consonância com Kant (2002), o princípio de que há certa parcela de vínculo e/ou de que há relação, em dado grau, entre fenômeno e *númeno*[2].

[2] *Númeno*: "Na filosofia de Kant, termo que designa a realidade considerada em si mesma – a coisa-em-si (*Ding-an-sich*), independentemente da relação de conhecimento, podendo apenas ser pensada, sem ser conhecida. Opõe-se a fenômeno, que designa o objeto sensível precisamente como objeto da experiência. O númeno é assim a causa externa da possibilidade do conhecimento, embora seja, enquanto tal, por definição, incognoscível" (Japiassú & Marcondes, 1996, p. 198).

As áreas do conhecimento que se fundamentam na matemática têm seus diálogos, com os fenômenos e, por conseguinte, com a realidade, cerceados ou obstaculizados pelas razões elencadas em parágrafo precedente.

Esquematicamente, estabelecemos que: {*realidade numênica* (singularidades, incertezas e/ou complexidade)} ⇒ {fenômenos[3] (singularidades, incertezas e/ou complexidade)} ⇒ {[interpretações ou representações humanas dos fenômenos (padronizações, reduções, fragmentação, certezas e/ou simplificações) ⇔ (matemática, filosofia, ciências, artes, mitos, senso comum, ...)] ≠ [*realidade numênica*]}.

Concordantes com a viabilidade de existir uma parcela (malgrado não sabermos nada ou quase nada sobre a grandeza dessa parcela) de conexão entre fenômenos e *númenos* (Kant, 2002), não nos esquivamos da ideia de que criamos o conhecimento (inclusive o conhecimento matemático) para que, entre outras coisas, entendamos melhor os fenômenos e, no decorrer temporal ou histórico, possamos ir descobrindo ou ir tentando descobrir, cada vez mais, aspectos da realidade que transcendem os fenômenos (Levy, 2022).

Deparamo-nos, pois, com uma contradição ou com um antagonismo: historicamente, *construímos* interpretações ou representações visando à *descoberta* de verdades supostamente absolutas.

O sistema filosófico da complexidade moriniana admite, amparado no princípio dialógico (explicitado, em linhas anteriores, por meio da dupla composta por indivíduo e sociedade, quando discorríamos a propósito das línguas), ocorrências a um só tempo antagônicas e complementares. Nesses termos, as criações e as descobertas opõem-se e, concomitantemente, complementam-se.

Frisamos, por oportuno, que o ideário de Edgar Morin não segue a lógica aristotélica, a qual tem o *princípio da não contradição* como uma de suas bases.

Assim sendo, e ajustando mais ainda a díade *criação-descoberta* à filosofia da complexidade, preconizada por Edgar Morin, cabe-nos afirmar que:

(i) as criações acarretam as descobertas, que, a seu turno, retroagem sobre as criações, (re) gerando-as ou contribuindo para a sua (re) geração, num percurso circular ininterrupto (princípio complexo recursivo), como observa-se nas elaborações matemáticas, que, entre várias de suas funções, conduzem-nos e/ou aspiram a conduzir-

[3] Acatamos a ideia de que os fenômenos dependem conjuntamente da *realidade extra-humana* ou *numênica* e das múltiplas dimensões humanas (biológica, psicológica, cognitiva, sociocultural, paradigmática etc.). Portanto, o esquema correlato a esta nota de rodapé tem objetivo meramente didático.

nos à descoberta da *realidade numênica*; essa realidade (a ser) descoberta é, em nosso juízo, a geratriz do homem e de seus esforços criativos (entre eles, os esforços criativos matemáticos);

(ii) as criações estão nas descobertas, assim como as descobertas estão nas criações (princípio complexo hologramático), a exemplo dos processos e produtos matemáticos, que fazem parte do homem (Obs.: o ser humano, individual e coletivamente, não deixa de abarcar as suas próprias construções e/ou não deixa de contê-las em si), o qual, por sua vez, julgamos pertencer à *realidade numênica* a ser descoberta em sua essência (Obs.: o homem, tanto individual quanto coletivamente, é integrante do mundo, da natureza, do universo); e tal realidade (a ser descoberta em seus pormenores), com seus atributos ou com suas propriedades, encontra-se, em nossa visão, no interior do homem, em particular, e da sociedade, como um todo, situando-se, pois, no íntimo ou no âmago das criações da humanidade, na medida em que criador (homem/sociedade) e criação (matemática, ciências etc.) identificam-se reciprocamente.

Dado o nosso apelo ao diálogo entre a criação e a descoberta, mostra-se-nos razoável, então, a ideia de que, no transcurso temporal ou histórico, mediante construções cada vez mais bem elaboradas (ou, diferentemente disso, através de derrubadas bruscas de criações antigas, em prol de novas criações, fato que é, contudo, aparentemente raro na matemática, mas deveras corriqueiro – Kuhn (2018) – em inúmeras ciências), aproximamo-nos e/ou buscamos uma aproximação contínua – se não correspondente a movimentos descontinuados e súbitos (Kuhn, 2018) – da realidade. Isso valeria para as línguas, para a matemática e para as ciências.

Em termos de uma parcela notória das suas atribuições, a matemática[4], na sua forma aplicada, diria respeito a um conjunto de construções (processos e produtos) com que visamos, ao longo do trajeto temporal ou histórico, à descoberta ou à proximidade da descoberta da *matemática numênica*.

Essa última não seria denotativa, é bom que o enfatizemos novamente, da atual matemática (pura ou aplicada) e das suas respectivas simplificações, reduções, fragmentações, certezas e/ou padronizações, porquanto concebemos a *realidade numênica* (que incluiria em si a *matemática numênica*) como algo complexo ao extremo, o que nos é sinalizado pela altíssima complexidade dos fenômenos com que nos

[4] Neste artigo, a partícula gramatical *matemática*, quando não for especificada ou adjetivada, deverá ser entendida como *matemática humana* ou *matemática feita pelo homem*, em oposição à *matemática numênica*.

confrontamos, os quais são dinâmicas atinentes, em certa medida, assim cremos (conforme já mencionamos neste texto), a essa *realidade numênica*.

3. SUGESTÕES PARA A SALA DE AULA

As línguas são simplificadoras, reducionistas, fragmentadoras, deterministas e/ou padronizadoras, não contemplando inteiramente a singularidade e a complexidade de fenômenos e/ou de eventos naturais; fenômenos/eventos esses que, de algum jeito, elas propõem-se (e tal proposição não é a sua única função) a representar e/ou a interpretar. “O conhecimento, sob a forma de palavra, de idéia, de teoria, é fruto de uma tradução/reconstrução por meio da linguagem e do pensamento e, por conseguinte, está sujeito ao erro” (Morin, 2002a, p. 20).

O potencial restrito das línguas (se bem que sempre houve e, pelo visto, continuará havendo esforços no que toca à evolução ou à revolução da sua eficácia) e o tímido alcance, com elas, dos fenômenos que nos cercam, e/ou dos eventos que nos chamam a atenção, são temas de pouco ou de nenhum interesse na escola e nos cursos universitários de matemática.

O abismo separando o que se deseja e o que se conquista é, ao que parece, enorme – embora o ser humano não tenha, e possivelmente jamais venha a ter, noção indiscutível da dimensão da citada enormidade –, e urge que os alunos tomem ciência das limitações linguísticas/interpretativas/representativas que contribuem para essa separação.

De qualquer forma, as línguas constituem-se em empreendimento aceitável, porque (ratificamos que) se atingem, com elas, efeitos avaliados como relativamente satisfatórios. Tal satisfação provém de acordos oficiais ou extraoficiais congruentes com o afã do público envolvido na utilização da estrutura linguístico-cognitiva em foco. Com as línguas, almejamos entender, explicar e chegar a consensos. Apesar da incompletude que marca a comunicação em geral (e a comunicação idiomática em especial), sabemos que entendimento, explicação e consenso são obtidos, em dado nível, com o apoio das línguas.

Reiteramos que tais discussões acerca da incompletude da comunicação passam ao largo, com frequência, do que se trabalha na sala de aula, sobretudo ao largo das reuniões ou dos encontros educacionais em que os corpos docente e discente lidam com a matemática. Todavia, no ensino médio e – sem desconsiderar uma imperiosa diagnose do grau de maturidade abstrativa dos estudantes – na segunda metade do ensino fundamental, imaginamos que haja condições favoráveis a conversas desse gênero.

Frisamos que, em se tratando da seara da comunicação, as matemáticas escolar e acadêmica são apreciáveis sob três prismas distintos: (i) suporte para expressão de outros campos do conhecimento científico (física, química, economia etc.); (ii) sistema simbólico (escrituração) do qual um tipo suficientemente definido de pensamento (dito pensamento matemático) se serve para manifestar-se; (iii) *pensamento em si como dinâmica naturalmente comunicativa*, quer dizer, pensamento matemático (extrassimbólico) como ato dotado de características comunicacionais. O terceiro item desse rol, além de ser polêmico e profundamente contestável, talvez se distancie do que, para nós, no momento, é fulcral, não cabendo, pois, analisá-lo neste texto, conquanto julguemos desafiador, para os alunos, meditar sobre a sua razoabilidade.

Ter em mente que as línguas e a matemática – a qual é uma técnica específica ligada a uma *língua artificial* (Abbagnano, 2000) – não prescindem de determinados conceitos, como o de incompletude e o de consenso, é essencial para a apreensão, na escola e na academia, de ambos os significados: o de línguas e o de matemática. Exposições docentes dialogadas, elucubrações discentes em grupo, pesquisas levadas a cabo por aprendentes (e orientadas por ensinantes) e/ou debates em sala de aula são recursos de que se poderia valer para alargar os horizontes epistêmicos de estudantes (e de uma quantidade não desprezível de professores).

As línguas possuem finalidade pragmática (vamos chamá-las, nesse caso, de línguas aplicadas) e finalidade, digamos, artística (denominemo-las, aqui, de *línguas pelas línguas*, ou melhor, de *línguas aplicadas nelas próprias*), sendo que extratos de *línguas aplicadas nelas próprias* (como vê-se em certos fragmentos do português prosaico ou do português poético, consoante o que descrevemos em trechos pregressos deste artigo), depois de criados, às vezes são contextualizáveis, mediante usos e costumes (conscientemente estabelecidos ou não), em terrenos diversos daqueles originalmente planejados para eles.

Poder-se-ia, na sala de aula, traçar um paralelo de correspondência entre tal viabilidade de contextualização e a que se aventa e se executa na (com a) matemática (quando, de guisa deliberada, mas também, não raro, contingentemente, por causa de alguns *felizes acidentes*, migra-se do domínio puro para o aplicado). Reflexões docentes e discentes sobre esse paralelo, abrindo-se caminho para evidenciar a construção matemática, têm, assim pensamos, capacidade de inspirar argumentos bem-sucedidos ante a ideia enganosa de que a matemática é descoberta.

Nas duas situações (línguas aplicadas e línguas puras), têm-se o individual e o coletivo (ou seja: o homem, em particular, e a sociedade, como um todo) trabalhando para gerar processos e produtos idiomáticos. Ponderamos, dessarte, que as línguas resultam de construções ou de elaborações humanas das quais são partícipes as categorias singular e plural, em fluxos criativos a um só tempo unidimensionais e sincréticos, fato que carece de menções mais detidas na escola e na universidade.

Parte e todo (indivíduo e sociedade, por exemplo) são passíveis de consideração, na sala de aula, em sintonia com os princípios complexos dialógico, hologramático e recursivo (Levy, 2019). Achamos sensatos os seguintes dizeres de Morin, para quem a *união/totalidade* (sincretismo) não faz a *distinção* (unidimensionalidade) desaparecer (e vice-versa):

> O que é uma obra (literária, filosófica, teórica)? A explicação da obra é sempre concebida de modo seja unidimensional seja sincrético. Ora a obra é estudada fenomenologicamente em si mesma, colocando o autor entre parênteses; ora a obra é explicada pelo autor e torna-se o seu produto; ora a obra é reduzida a um tempo, uma cultura, uma classe social de que então se torna a expressão, o reflexo mais ou menos fantástico. Ora o olhar ecológico permite-nos ver autodeterminação e ecodeterminação da obra a vários patamares ou níveis. Assim, devemos ecologizar o autor de uma obra na sua cultura *hic et nunc*, e ver que esta é co-organizadora, portanto, co-autora da obra, sem que o autor deixe de ser o autor. Em outro sentido, o espírito-cérebro do autor é o próprio ecossistema que alimenta uma obra que adquire autonomia e se torna produtor de si [...]. (Morin, 2002b, p. 105)

Processos e produtos idênticos aos que integram as línguas caracterizam, de nosso ponto de vista, a matemática:

(i) existe a matemática aplicada, que, analogamente às línguas aplicadas, destina-se a interpretar e/ou a representar fenômenos afetos ao cotidiano, ao mundo e/ou à natureza.

(ii) a priori voltadas para si, as *línguas pelas línguas* podem ser, ulteriormente, contextualizadas de maneira parcialmente operativa em outros âmbitos. Da mesma forma, a matemática pura (a *matemática pela matemática*), que não tem, inicialmente, objetivos práticos, agrega chances de redundar em notáveis aplicações.

Comparar as aplicações e abstrações das línguas com as aplicações e abstrações da matemática, ressaltando os seus possíveis e prováveis nexos, não é uma ação rotineira nos universos escolar e universitário, o que é lamentável, posto que uma comparação dessa espécie propiciaria aquisições epistemológicas admiráveis aos alunos[5] em plena aula de matemática.

Insistimos/repetimos que: (i) como as línguas, a matemática é fruto tanto do esforço individual quanto do empenho coletivo (Levy, 2019); (ii) de modo igual ao que se verifica com as línguas, a criação da matemática acontece no decurso temporal ou histórico (Levy, 2022).

Com as línguas e com a matemática (e também com as ciências e as demais *línguas artificiais*), intentamos, entre outras coisas, aproximar-nos de uma leitura minimamente obscurecida dos fenômenos, os quais intermedeiam a nossa relação com os *númenos* (Kant, 2002), que, a seu turno, denotam uma *realidade extra-humana* ou, atrevemo-nos a cogitar, uma verdade última, talvez intangível por nós.

Em aulas de filosofia, normalmente sem apelo relevante à matemática, debate-se, amiúde, tal hipótese. Já em aulas de matemática, uma conversa dessa ordem tende a não ser fomentada. Somos adeptos de um ensino de matemática entremeado por comentários epistemológicos. Não desmerecendo a importância de *conhecer*, iteramos a premência de que se *conheça o conhecimento* (Morin, 1999), em especial – dada a parte que nos toca – o conhecimento matemático.

Línguas, ciências e matemática, tanto puras quanto aplicadas, são, em larga escala, construídas para que dominemos ou procuremos dominar fenômenos, visando a entendimentos, a explicações e a consensos que, em derradeira instância evolucionária e/ou revolucionária, identificar-se-iam com a *realidade em si*.

Reportando-se ao *consenso* e à *objetividade* no território das ciências, Morin (2001) defende a posição de que a objetividade é a consequência de processos críticos desenvolvidos por uma comunidade ou sociedade científica num jogo em que ela (a comunidade ou sociedade em questão) assume cabalmente as regras.

A *objetividade* é resultante de *consenso*, porque qualquer pessoa que reflita sobre ela (a objetividade) é, em tese, capaz de inquirir-se sobre o que nos leva a aceitar uma coisa como objetiva. A resposta, com efeito, é que se trata de um consenso de investigadores (Morin, 2001). Gostaríamos que a pessoa protagonista de inquirições desse calibre fosse, por exemplo, um aluno do ensino fundamental maior ou do ensino médio, em aulas de matemática.

[5] Frisamos que, a princípio, não encontramos objeções ao estímulo, em estudantes (universitários e) secundaristas, de meditações desse tipo, assim como, mantida alguma cautela, em alunos da segunda metade do ensino fundamental.

Os fenômenos, segundo acreditamos, guardam relação com aspectos dos *númenos* ou da *realidade em si*. Morin, em que pese discordar de Kant nalguns pontos, mostra-se, salvo engano de nossa parte, sugestivo (quanto ao diálogo entre fenômeno e *número*, e/ou quanto a ambos, fenômeno e *número*, existirem) ao asseverar que:

> Toda a existência que joga é, simultaneamente, jogada e joguete. Há tragédia "objetiva" (esperando que se torne, no homem, subjetivamente sentida, vivida, concebida) na coincidência e na conjunção entre o absoluto objetivo e o estatuto subjetivo do indivíduo vivo. O estatuto do objetivo é incerto, improvável, aleatório, perecível, mas este indivíduo, por improvável e pouco necessária que seja a sua vinda ao mundo, por inexoravelmente mortal que ele seja, torna-se, logo que nasce e se forma, um ser absolutamente necessário "para si" e tende a viver a todo custo, indefinidamente. Aí reside a tragédia da existência viva. O indivíduo é um *quantum* de existência, efêmero, descontínuo, pontual, um "ser-lançado-no-mundo" entre *ex nihilo* (nascimento) e *in nihilo* (morte) e é ao mesmo tempo um sujeito que se autotranscende acima do mundo. Para ele, é o centro do universo. Para o universo, não passa de um vestígio corpuscular, um estremecimento de onda [...]. (Morin, 2002b, p. 218)

Marchamos, então, da construção de interpretações, acerca dos fenômenos[6], em direção à descoberta de algo que independe do espírito humano. *Conhecer o conhecimento* (Morin, 1999), com realce ao *conhecimento matemático* (Levy, 2022), deve, para nós, extrapolar a esfera das aulas de filosofia e das aulas de filosofia da (educação) matemática, passando a compor, igualmente, os programas ou as ementas das aulas de matemática.

O exercício *docente-discente* que reúna filosofia e matemática (através de debates, de discussões, de exposições dialogadas, de pesquisas, de incitamento ao raciocínio etc.) em aulas de matemática, é, em nosso juízo, potencialmente alavancador de contributos inusitados tanto para o saber filosófico quanto para o saber matemático.

Enfatizamos que a matemática humana, por motivo de sua simplificação, de seu reducionismo, de sua fragmentação, de seu determinismo e/ou de suas padronizações (por mais que venhamos tentando e conseguindo, ao longo do tempo, elevá-la em termos de complexidade), ainda está muito aquém da *matemática numênica* (Levy, 2022). Nesse sentido, não nos arriscamos a afirmar que o humano e o *numênico*, um dia, poderão dialogar sem intermédio do fenomênico.

Para nós, a *matemática numênica* é ou seria um dos componentes da *realidade em si*. Imaginamos que tornar os alunos cientes a propósito do referido posicionamento

---

[6] Reforçamos que os *fenômenos* não são alheios à nossa subjetividade, apesar de não se limitarem a ela.

filosófico levá-los-ia a indagações e estimular-lhes-ia as aprendizagens de matemática e de filosofia durante aulas de matemática.

Postulamos e ratificamos que criamos (vide a matemática humana) aspirando a descobrir (vide a *matemática numênica*). A díade criação x descoberta, à semelhança da díade parte/indivíduo x todo/sociedade, obedece aos *princípios complexos*[7] dialógico, hologramático e recursivo.

Se admitirmos que as línguas históricas resultam de construções humanas (Obs.: e é comum que o admitamos!), então será coerente, haja vista tudo o que expusemos nestas laudas, assumirmos que o mesmo se sucede com a matemática e com as ciências. Nós supomos que a defesa da citada ideia, perante os alunos, seja uma ação instigadora, neles, de reflexões sobre a natureza da matemática, das ciências e/ou das línguas artificiais em geral.

Entendemos que o professor, em especial o de matemática (por ser a *disciplina-cerne* deste artigo), tenha condições de abordar tais elementos epistemológicos em sala de aula.

Obviamente, a teoria da complexidade é uma das alternativas de abordagem do *conhecimento do conhecimento* (Morin, 1999) junto a alunos de matemática, porém não é a única. Seu papel, neste trabalho teórico, é central por tratar-se da teoria filosófica com que nós mais nos identificamos, com destaque, de nossa parte, na presente comunicação científica, de aspectos epistemológicos dizentes, é claro, à matemática.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Preconizamos, no espaço concernente a este texto, que as línguas são simplificadoras e reducionistas, situando-se para cá da complexidade dos mundos fenomênico e numênico. Contudo (bem ou mal), são os instrumentos de que dispomos para compreender, explicar e obter consensos. As línguas, em harmonia com o que argumentamos, podem ser: (i) aplicadas; ou (ii) contextualizadas nelas mesmas (todavia, passíveis de aplicações posteriores).

As elaborações linguísticas dão-se, conforme vimos: (i) com o decorrer do tempo; e (ii) de maneiras isocronicamente individual e coletiva (em observância aos princípios

[7] Tais princípios complexos regem, também, o par formado por línguas puras e línguas aplicadas, bem como a dupla composta por matemática pura e matemática aplicada.

complexos hologramático, recursivo e dialógico, os quais anunciamos, nas páginas anteriores, como integrantes nucleares do sistema filosófico da complexidade).

As línguas são organizações ou estruturas simbólicas que demandam uma massa falante que, utilizando-as, transformam-nas em *realidades sociais*. Categorizam-se em: (i) línguas históricas (idiomas); e (ii) línguas artificiais (ou línguas das técnicas específicas: matemática, física, filosofia etc.).

As línguas subsidiam a cognição ou o pensamento. Elas não são a cognição ou o pensamento. Mas as línguas (sejam históricas, sejam artificiais) e a cognição ou o pensamento caminham *pari passu*. Tal caminhar conjunto é um dos pressupostos que sustentamos neste trabalho científico.

Este artigo voltou-se, principalmente, para a *matemática escolar*[8] e para a matemática superior, que também podem ser encaradas de dois modos: (i) aplicado; e (ii) puro. Os princípios complexos hologramático, recursivo e dialógico são extensíveis à matemática (tanto escolar quanto universitária), semelhantemente ao que acontece com as línguas.

A matemática, como as línguas, provém de esforços individuais e coletivos. A matemática, assim como as línguas, é simplificadora e reducionista, afastando-se da complexidade dos fenômenos e, consequentemente, distanciando-se da complexidade da realidade numênica.

Nesta comunicação textual: (i) as línguas históricas e os respectivos fluxos cognitivos foram chamados por nós, indistintamente, de *línguas*; (ii) as línguas artificiais e os correspondentes movimentos de cognição foram nomeados por nós, indiferentemente (mas de acordo com a técnica específica em jogo), de: matemática, física, filosofia, economia etc. Buscamos deixar essa convenção terminológica suficientemente delineada, a fim de que não houvesse embaraços ou confusões interpretativas no que tange à nossa exposição de ideias

Criamos para descobrir. Esse foi um dos cernes – e talvez a propositura teórica mais relevante – do artigo. A díade *criação-descoberta* é consonante com os princípios complexos morinianos hologramático, recursivo e dialógico. A *matemática humana* ruma para a *matemática numênica*, a qual, em nosso julgamento, pertence à *realidade em si*.

As matemáticas escolar e universitária, para nós, são construções humanas. Isso pode e precisa ser debatido com os alunos em aulas de matemática.

[8] Nos ambientes de ensino fundamental maior e de ensino médio.

Propomos/propusemos discussões (as mais variadas possíveis) entre docentes e discentes acerca da incompletude da comunicação alcançada pelas línguas e pela matemática. Tal incompletude é indicativa, de nosso ponto de vista, de que a matemática é fruto de elaborações, e não de descobertas. O que se descobre é, por hipótese, completo; o que se elabora, por sua vez, é, em tese, processual e sensível a mudanças.

Sugerimos a possibilidade de diálogos com os alunos em que haja/houvesse apreciação (em termos linguísticos) das matemáticas escolar e acadêmica sob três prismas: (i) suporte ferramental para outras áreas do conhecimento científico; (ii) estrutura para a manifestação do pensamento matemático; (iii) pensamento matemático em si (independente de lastro simbólico) como dinâmica comunicativa. O terceiro item é, quiçá, facilmente contestável. Mas cremos que deva ser cogitado para depreendermos o conteúdo das reflexões discentes que ele é capaz de suscitar.

A matemática não prescinde de consensos. A objetividade, no âmbito científico-matemático e no contexto das línguas, é adquirida mediante consenso. Os alunos, em aulas de matemática, hão que ponderar sobre o vínculo entre consenso e geração de objetividade. A objetividade científico-matemática – por ser construída pelo homem; por não ser sinônimo de *objetividade numênica* – é provisória.

Urge que os alunos (por meio de perquirições auxiliadas pelos professores; de conversas ou troca de ideias em grupos; de seminários etc.) saibam que existe ou que pode ser engendrado um paralelo entre línguas (puras e aplicadas) e matemática (pura e aplicada). Línguas (puras e aplicadas) resultam de criações individuais e coletivas que obedecem aos princípios complexos hologramático, recursivo e dialógico. Com a matemática (pura e aplicada), ocorre algo idêntico. Seriam frutuosas as discussões dessa ordem em aulas de matemática.

As línguas e a matemática são elaboradas no transcurso do tempo. Reafirmamos que, por intermédio das línguas, da matemática, da física etc., intentamos aproximar-nos dos fenômenos e, a partir deles, almejamos chegar aos *númenos*. Defendemos o ensino de matemática intercalado com comentários epistemológicos (enfatizando-se a teoria da complexidade, com a qual nós nos identificamos).

Enfim, referidos comentários e tal ênfase compõem o âmago de proposições deste artigo: apoiamos aulas de matemática em que haja debates filosóficos; somos favoráveis ao estudo sobre o *conhecimento do conhecimento matemático*, preferencialmente (reiteramos) pelo viés da teoria filosófica da complexidade.

REFERÊNCIAS

Abbagnano, N. (2000). *Dicionário de filosofia*. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes.

D'Ambrosio, U. (2019). *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Japiassú, H., & Marcondes, D. (1996). *Dicionário básico de filosofia*. 3. ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar.

Levy, L. F. (2016). Pode-se aprender matemática através da investigação de casos particulares? *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*. v. 9, n. 2, p. 287-301. Recuperado de https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/issue/view/2453.

Levy, L. F. (2019). O indivíduo, a sociedade, o conhecimento (matemático) e a educação (matemática). *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. v. 15, n. 55, p. 109-122. Recuperado de https://union.fespm.es/index.php/UNION/issue/view/62.

Levy, L. F. (2022). Matemática: uma construção humana ante a complexidade dos fenômenos e da realidade. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*. v. 15, n. 1, p. 261-275. Recuperado de https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/issue/view/3345.

Kant, I. (2002). *Crítica da razão pura*. São Paulo: Martin Claret.

Kuhn, T. S. (2018). *A estrutura das revoluções científicas*. São Paulo: Perspectiva.

Morin, E. (1999). *O método 3: o conhecimento do conhecimento*. 2. ed. Porto Alegre: Sulina.

Morin, E. (2001). *Ciência com consciência*. 5. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil.

Morin, E. (2002a). *Os sete saberes necessários à educação do futuro*. 6. ed. São Paulo: Cortez; Brasília: UNESCO.

Morin, E. (2002b). *O método 2: a vida da vida*. 2. ed. Porto Alegre: Sulina.

Vygotsky, L. S. (1987). Thinking and speech. In: R. W. Rieber & A. S. Carton (Eds.). *The collected works of L. S. Vygotsky.* (pp. 39-285). New York: Plenum Press.

NOTAS

TÍTULO DA OBRA
A complexidade das relações envolvendo a matemática humana, os fenômenos e a matemática numênica: sugestões para abordagens epistemológicas em sala de aula.

Lênio Fernandes Levy
Doutor em Educação Matemática
Universidade Federal do Pará (UFPA), Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN), Belém, Pará, Brasil.
leniolevy@ufpa.br
https://orcid.org/0000-0002-8513-9460

Endereço de correspondência do principal autor
Travessa Bom Jardim, nº 1500, Apt. 06, bairro Jurunas, Belém, Pará, Brasil, CEP: 66030-130.

AGRADECIMENTOS
Não se aplica.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA
Concepção e elaboração do manuscrito: L. F., Levy.
Coleta de dados: L. F., Levy.
Análise de dados: L. F., Levy.
Discussão dos resultados: L. F., Levy.
Revisão e aprovação: L. F., Levy.

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA
Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

FINANCIAMENTO
Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
O artigo não contém imagens.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES
Não se aplica.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista
Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista
Recebido em: 21-02-2023 – Aprovado em: 11-10-2023