

MODELO PARA AVALIAÇÃO DE CONCEITOS NECESSÁRIOS PARA APRENDIZAGEM DE CÁLCULO

Model For Evaluation Of Concepts Necessary For Learning Calculus

Alex Sandro de CASTILHO

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Guarapuava, Brasil
alexs@utfpr.edu.br

<https://orcid.org/0000-0003-3866-9706>

André Luis TREVISAN

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Brasil
andrelt@utfpr.edu.br

<https://orcid.org/0000-0001-8732-1912>

Diego MARCZAL

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brasil
marczal@utfpr.edu.br

<https://orcid.org/0000-0003-2632-0021>

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo ●

RESUMO

Pensar nas dificuldades enfrentadas pelos alunos ingressantes nos cursos de Engenharia, no que se refere à aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral I (CDI I), tem levantado várias discussões a respeito de quais conceitos seriam necessários para a aprendizagem desta disciplina. Com o objetivo de propor um modelo para avaliação de conceitos necessários para aprendizagem de CDI I, foi realizada uma pesquisa bibliográfica sobre as Diretrizes Nacionais de Engenharia, a caracterização dos cursos de Pré-Cálculo e os instrumentos de avaliação de conceitos de Matemática. O modelo é fundamentado nos estratos de conhecimento matemático numérico, algébrico e funcional, combinado a habilidades de raciocínio proporcional, covariacional e quantitativo. Os resultados deste estudo organizam critérios mais claros e objetivos que possibilitem avaliar se os alunos ingressantes nas Engenharias estariam ou não aptos a cursar CDI I, ou seria necessário, antes, cursar Pré-Cálculo. Este modelo pode ser utilizado como material de apoio a professores que querem trabalhar os estratos de conhecimento matemático com seus alunos do Ensino Médio ou Ensino Superior.

Palavras-chave: Avaliação da aprendizagem, Pré-Cálculo, Ensino de Cálculo Diferencial e Integral, Ensino de Matemática

ABSTRACT

Thinking about the difficulties faced by students entering Engineering courses, with regard to learning Differential and Integral Calculus I (DIC I), has raised several discussions about which concepts would be necessary for learning this discipline. With the objective of proposing a model for evaluating concepts necessary for learning DIC I, bibliographical research was carried out on the National Engineering Guidelines, the characterization of Pre-Calculus courses and the instruments for evaluating Mathematics concepts. The model is based on strata of numerical, algebraic and functional mathematical knowledge, combined with proportional, covariational and quantitative thinking skills. The results of this study organize clearer and more objective criteria that make it possible to evaluate whether or not students entering Engineering would be able to take DCI I, or would it be necessary to take Pre-Calculus first. This model can be used as support material for teachers who want to work on the layers of mathematical knowledge with their high school or higher education students.

Keywords: Learning Assessment, Pre-Calculus, Differential and Integral Calculus Teaching, Mathematics Teaching

1 INTRODUÇÃO

Muito se discute sobre as dificuldades encontradas por alunos ingressantes no Ensino Superior, em particular, em cursos das áreas de Engenharia. Segundo Zarpelon, Resende e Reis (2017), tais dificuldades são ocasionadas por vários motivos, em específico, neste artigo trataremos das dificuldades dos alunos com conceitos matemáticos necessários para a aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral I (CDI I). Esta disciplina tem mostrado ao longo dos anos um alto índice de reprovação e pode ser considerada um dos motivadores para a evasão escolar nos cursos de Engenharia (Zarpelon, Resende & Reis, 2017).

Neste cenário, Menestrina e Moraes (2011) apontam que a defasagem de conhecimento de parte dos alunos de graduação está concentrada principalmente no que é usualmente chamado de “conteúdos de matemática básica”, mas definir com clareza o que seriam esses “conteúdos” e a elaboração de um modelo adequado para a aprendizagem de CDI I não é uma tarefa fácil. Responder a estas questões é de fundamental importância para uma melhor compreensão das dificuldades que os estudantes encontram ao cursar a disciplina de CDI I, e pensar em possibilidades pedagógicas para minimizá-las.

Em um contexto local, a Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), a disciplina de CDI I vinha sendo ofertada, há algumas décadas, no primeiro semestre da grade curricular dos cursos de Engenharia, contemplando o estudo de funções de uma variável, seus limites, derivadas e integrais. Recentemente, em função da reformulação desses cursos no âmbito das discussões preconizadas pelas Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia – Resolução CNE/CES n. 2/2019 (Brasil, 2019) – DNC-Eng, está em fase de implementação uma disciplina ofertada no primeiro semestre, ora denominada Pré-Cálculo, ora Fundamentos Matemáticos para Engenharia, a fim de “preparar” os estudantes ingressantes a cursarem, no semestre seguinte, o CDI I.

As referidas Diretrizes apontam que o Projeto Pedagógico do Curso (PPC) deve contemplar um conjunto de atividades de aprendizagem que assegure o desenvolvimento das competências, estabelecidas no perfil do egresso, especificando e descrevendo, entre outros, a gestão de aprendizagem do curso que abranja os instrumentos de avaliação das competências desenvolvidas e respectivo conteúdo, incluindo sistemas de acolhimento e nivelamento. As características deste documento serão detalhadas nas seções seguintes.

Neste contexto, mostra-se pertinente refletir acerca de quais seriam esses “conceitos

necessários” para a aprendizagem de CDI I, no intuito tanto de respaldar a organização dessa nova disciplina, quanto avaliar competências que, por meio dela, foram desenvolvidas. Este trabalho, recorte da pesquisa de doutorado do primeiro autor, ainda em desenvolvimento, resulta de pesquisa bibliográfica, que intenta respaldar teoricamente a proposição um modelo para avaliação de conceitos necessários para aprendizagem de CDI I, ou, ainda organizar a ementa de uma disciplina usualmente denominada Pré-Cálculo.

2 DCN-ENG E O ESTUDANTE DE ENGENHARIA

No que diz respeito às Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia (Brasil, 2019), o documento afirma em seu artigo 7º que, com

base no perfil dos seus ingressantes, o Projeto Pedagógico do Curso (PPC) deve prever os sistemas de acolhimento e nivelamento, visando à diminuição da retenção e da evasão, ao considerar: I. as necessidades de conhecimentos básicos que são pré-requisitos para o ingresso nas atividades do curso de graduação em Engenharia; II. a preparação pedagógica e psicopedagógica para o acompanhamento das atividades do curso de graduação em Engenharia; III. a orientação para o ingressante, visando melhorar as suas condições de permanência no ambiente da educação superior. (Brasil, 2019, p. 5)

Além disso, apontam que o egresso do curso de graduação em Engenharia deve ser capaz de:

comunicar-se eficazmente nas formas escrita, oral e gráfica: a) ser capaz de expressar-se adequadamente, seja na língua pátria ou em idioma diferente do português, inclusive por meio do uso consistente das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC), mantendo-se sempre atualizado em termos de métodos e tecnologias disponíveis. (Brasil, 2019, p. 2)

Respaldadas nesse documento, estão ocorrendo nos últimos anos reestruturações nos PPC de cursos de Engenharia em todo o Brasil, que buscam atender, entre outros, as necessidades exigidas pelo mercado, como inovações tecnológicas e qualidade de recursos humanos. As pressões para uma reforma curricular no ensino de Engenharia tornaram-se constantes, e segundo Ten Caten (2020, p. 135) procedem:

tanto do ambiente externo – que exige um profissional cada vez mais qualificado para a utilização de métodos e técnicas eficazes e com perfil inovador e empreendedor; quanto do ambiente interno – que identifica a necessidade de reformular o modelo de ensino para desenvolver essas competências e habilidades, sendo que a formação e a postura docente são peças essenciais nesse processo de ensino-aprendizagem.

Sobre essa “postura” do docente que ministra aulas em um curso de Engenharia, Torres et al. (2021) afirmam tratar-se de um agente fundamental, que deve assumir o papel

de facilitador da aprendizagem. Os autores propõem a utilização de metodologias ativas como modelos de ensino-aprendizagem nesses cursos, uma vez que privilegiam a resolução de problemas e presença de inovação tecnológica, por meio de estratégias de ensino centradas no aluno. No mesmo sentido, Lima et al. (2021) destacam que os professores devem promover e estimular a participação do estudante que precisa estar motivado e disposto a construir o próprio percurso de aprendizagem, especialmente em um momento de pós-pandemia Covid-19, em que novas configurações da vida em sociedade alteraram o que se espera da educação.

Assim, torna-se fundamental refletir sobre o modelo tradicional de ensino de Matemática vigente na universidade, em que o professor expõe o conteúdo, dá exemplos e, em seguida, aplica provas para verificar se o estudante consegue reproduzir o que foi “passado” (Mendes, Trevisan & Elias, 2018).

Ao iniciar um curso superior, os acadêmicos parecem deparar-se com um ambiente desconhecido e, muitas vezes, hostil. Em particular, o aluno de Engenharia, logo no primeiro semestre se vê frente a definições, demonstrações e propriedades associadas aos diferentes conceitos explorados em disciplinas matemáticas. Tais elementos são desconhecidos, o que gera um abismo na transição do Ensino Médio para o Ensino Superior.

Alvarenga e Sampaio (2016) destacam que o aluno ingressante na disciplina de CDI encontra “a necessidade de mobilizar conhecimentos integrados, inter-relacionados e na busca de compreender e analisar fenômenos os quais aí são tratados, ele se vê numa situação de inércia” (p.132). Trevisan e Mendes (2018), por sua vez, destacam que ao iniciar a disciplina de CDI I:

nosso estudante geralmente apresenta características oriundas de sua rotina de estudos na Educação Básica, tais como: falta de experiências anteriores com tarefas de caráter investigativo; expectativa de aulas expositivas, sucedidas pela resolução de tarefas similares aos exemplos apresentados pelo professor; concepções equivocadas acerca de alguns conceitos matemáticos (muitas vezes decorridas do foco na mecanização de processos, em vez de compreensão e atribuição de significado); hábito de trabalhar, na maioria das vezes, de forma individual, tendo dificuldade em expor e discutir suas ideias em grupo ou para toda a sala. (Trevisan & Mendes, 2018, p. 213)

Para Godoy e Gerab (2018), é necessário um olhar mais atento para esse momento crítico na fase inicial da vida acadêmica de um aluno ingressante no Ensino Superior. Os autores ressaltam que o professor deve visitar frequentemente sua prática docente, pois, assim, poderá contribuir para o sucesso acadêmico desses jovens.

3 CURSOS DE PRÉ-CÁLCULO

Levando em consideração este contexto que caracteriza o perfil e as dificuldades enfrentadas pelos alunos que ingressam em cursos de Engenharia, muito se tem discutido sobre formas de abordá-las e enfrentá-las. Uma das alternativas usualmente implantadas é a oferta de cursos dito de nivelamento, ou ainda a ofertada de uma disciplina por vezes denominada Pré-Cálculo.

Em suas várias caracterizações, essa disciplina ou curso de extensão é proposta com o objetivo de “suavizar” a transição do Ensino Médio para o Ensino Superior, de alunos que ingressam em cursos de exatas que precisam cursar CDI I, “reforçando” a base do conhecimento matemático dos alunos. Esse tema é foco da pesquisa de vários autores.

Andrade, Esquinca e Oliveira (2019), por exemplo, investigaram a disciplina de Pré-Cálculo ofertadas em cursos de universidades públicas do estado do Rio de Janeiro. Os autores entendem que o Pré-Cálculo compõe a fase de transição do Ensino Médio para o Ensino Superior, e dentre as características apontadas pelos autores sobre pesquisas relacionadas a essa transição, destacamos aqui as metodologias de ensino no Pré-Cálculo. Dentre estas estão, os vários tipos de cursos de Pré-Cálculo que são propostos com o objetivo de “suavizar” a difícil transição dos alunos que ingressam em cursos de exatas. A proposta de uma disciplina ou curso de extensão que aborda conteúdo do Ensino Médio, que reforçaria a base do conhecimento matemático dos alunos.

Em pesquisa realizada por Andrade, Oliveira e Esquinca (2020), os autores relatam que, em geral, os estudos feitos no Brasil sobre o Pré-Cálculo têm uma abordagem qualitativa, baseada em estudo de caso, disposta em vários formatos de carga horária, conteúdo e ensino presencial ou em EaD. No trabalho, são identificadas quatro categorias temáticas:

- *Abordagens diferenciadas* – pesquisas sobre uso de TDIC, resolução de problemas, modelagem matemática e tarefas investigativas com o uso do GeoGebra.
- *Compreensões acerca de Pré-Cálculo* – pesquisas sobre análise curricular dessas disciplinas, reflexão sobre a especificidade de Pré-Cálculo em cada curso de graduação e o uso da disciplina como curso de nivelamento.
- *Saberes dos estudantes* - pesquisas que procuram identificar os erros matemáticos cometidos em relação ao tema Pré-Cálculo, compreensão das mudanças nas relações com o saber, influência das condições socioeconômicas e características culturais do aluno.

- *Prática docente* - pesquisas que mostram o professor como mediador, por exemplo, em ambientes virtuais de aprendizagem e no modelo de “sala de aula invertida”.

Entretanto, a falta de um consenso, de um maior aprofundamento e embasamento em pesquisas sobre as disciplinas de Pré-Cálculo, e sua relação com a diminuição (ou não) dos altos índices de retenção em CDI, mostram que existe uma lacuna na investigação dessa temática.

Entretanto, não há uma definição clara de quais seriam esses conteúdos, nem mesmo sua relação com as competências a serem desenvolvidas no âmbito do que preconizam as DCN-Eng. No contexto do ensino de Matemática, Lima et al. (2021, p. 812) destacam que

embora a configuração de um currículo por disciplinas não seja a mais apropriada para o desenvolvimento das competências esperadas de um profissional que irá atuar na contemporaneidade, sabemos que abrir mão de uma organização disciplinar ainda é complicado para muitas Instituições de Ensino Superior.

Os autores argumentam, ainda, que o objetivo principal para o ensino de Matemática é o “desenvolvimento de competências profissionais, laborais e para a vida é uma abordagem desta ciência de maneira vinculada às situações com as quais os futuros engenheiros irão enfrentar em seus cotidianos profissionais” (Lima et al., 2021, p. 812).

Nessa direção, parece haver, ao menos em nosso contexto de trabalho, uma falta de consenso entre o que aponta a literatura e o modo como pensam os professores que ministram aulas em semestres iniciais de cursos da área de Exatas. Não parece ser muito clara a relação do papel das disciplinas matemáticas e do desenvolvimento das competências mencionadas nas DCN-Eng, assim como de quais conteúdos e do que seria uma “matemática básica”, ou que conceitos efetivamente explorar em um curso de Pré-Cálculo. Assim, buscou-se na literatura um respaldo teórico que possibilitasse fundamentar esta discussão.

Durante a pesquisa e a revisão de literatura sobre o Pré-Cálculo, pôde-se observar uma escassez de trabalhos brasileiros a respeito de instrumentos usados para a avaliação de conhecimento matemático nas disciplinas de Pré-Cálculo e CDI I. A seguir, são apresentadas algumas propostas de instrumentos utilizados no exterior, a saber, o Instrumento para Prontidão de Conceitos de Cálculo (Carlson, Madison & West, 2015) e a proposta que explora os estratos do conhecimento matemático (Cuevas-Vallejo, Pineda & Reyes, 2018).

4 PRONTIDÃO DE CONCEITOS DE CÁLCULO

Carlson et al. (2015) apresentam uma visão geral da literatura que identifica habilidades básicas de raciocínio no nível daquilo que, no Brasil, tem-se denominado Pré-Cálculo, e os alunos precisam desenvolver para compreender ideias-chave de CDI. Para tanto, propõem uma taxionomia denominada *Calculus Concept Readiness (CCR)*, expressão que temos traduzido como Prontidão de Conceitos de Cálculo, juntamente com um teste que permite avaliar tais conceitos.

Os 23 itens na taxonomia estão organizados e distribuídos com base em cinco categorias (Quadro 1). O teste, na totalidade, não é de domínio público, mas, nesta pesquisa, utilizaremos os conceitos propostos pelos autores e alguns itens encontrados em artigos.

Quadro 1: Taxonomia do CCR

Habilidades de raciocínio
R1 - Raciocínio Proporcional R2 - Visão de Função como Processo R3 - Raciocínio Quantitativo e Covariacional
Compreender, representar e interpretar padrões de crescimento de função
F1 - Linear; F2 - Exponencial; F3 - Polinomial não linear; F4 - Racional; F5 - Periódica.
Compreender e usar os seguintes conceitos ou ideias
U1- Grandeza; U2 - Variável; U3 - Inclinação / Taxa constante de variação; U4 - Taxa média de variação; U5 - Composição de função; U6 - Função inversa; U7 - Translações de funções (deslocamentos horizontais e verticais).
Compreender ideias centrais da trigonometria
T1 - Medida de ângulo; T2 - Radiano como unidade de medida; T3 - As funções seno e cosseno como a covariação do comprimento de um arco (medido em unidades do raio do círculo) e a coordenada horizontal ou vertical do término do arco (medida em unidades do raio do arco). T4 - As funções seno e cosseno como uma representação da relação entre uma medida de ângulo e os lados de um triângulo retângulo.
Outras habilidades

H1 - Resolver equações;
H2 - Representar e interpretar inequações;
H3 - Usar e resolver sistemas de equações;
H4 - Compreender e usar a notação de função para expressar uma quantidade em termos de outra.

Fonte: Adaptado de Carlson, Madison e West (2015, p. 216).

A Taxonomia CCR propõem três habilidades de raciocínio primárias fundamentais na aprendizagem e no uso de conceitos necessários para a aprendizagem de CDI, a constar: o raciocínio proporcional, a visão de função como processo e o raciocínio quantitativo e covariacional. A primeira delas implica em observar que duas grandezas que estão mudando juntas estão relacionadas por uma constante multiplicativa e que, como as duas grandezas mudam juntas, a razão de uma grandeza para a outra permanece constante; em seguida, usar esse conhecimento para determinar novos valores de uma quantidade para valores específicos da outra quantidade.

A segunda dessas habilidades, implica visualizar uma função como um processo que mapeia os valores de entrada no domínio da função para valores de saída na imagem da função. E a terceira, conceituar quantidades em várias situações e pensar sobre como duas quantidades em uma situação mudam juntas.

O raciocínio covariacional, em especial, está relacionado com o raciocínio quantitativo, pois é comum que os alunos precisem conceituar quantidades na resolução de um problema e considerar como essas quantidades estão relacionadas e mudam juntas (Thompson, 2012). Já Castillo-Garsow (2010) mostra que os alunos mostram dificuldades em reconhecer situações em que duas quantidades variáveis estão relacionadas proporcionalmente, o que se torna um problema no nível de Pré-Cálculo.

A taxionomia inclui, ainda, a compreensão de cinco tipos de funções que surgem da análise de padrões de variação em dados e outras compreensões que foram identificadas, na pesquisa de Carlson, Oehrtman e Engelke (2010), como essenciais para construir ou interpretar fórmulas e gráficos de funções: linear; exponencial; polinomial não linear; racional; e periódica.

Apresenta também uma categoria que descreve as ideias trigonométricas que são necessárias para modelar o crescimento periódico e para entender e conectar o círculo unitário e a trigonometria no triângulo. Em relação a medidas de ângulo e funções trigonométricas, estas estão sendo subdesenvolvidas em alunos do nível Pré-Cálculo (Moore, 2012). Frequentemente, os alunos não conceituam uma medida de ângulo como uma quantidade de abertura entre dois raios com um ponto final comum; nem reconhecem

a necessidade de usar um arco de círculo (com seu centro no vértice do ângulo) para medir a abertura de um ângulo. Por fim, o CCR contempla outras habilidades relacionadas à resolução e interpretação de equações, sistemas de equações e inequações.

Com base nessa Taxonomia, os autores organizam um

exame de múltipla escolha de 25 itens, com cada questão tendo cinco opções de resposta. Dezoito dos vinte e cinco itens do CCR avaliam ou contam na compreensão do aluno sobre o conceito de função. Cinco itens avaliam a compreensão do aluno ou o uso de funções trigonométricas, e quatro itens avaliam a compreensão do aluno ou a capacidade de usar funções exponenciais. Dez itens estão situados num contexto aplicado (ou problema contextualizado) e exigem que os alunos raciocinem sobre as quantidades e usem ideias de função, composição de função ou função inversa para representar como as grandezas variam juntas. (Carlson et al., 2015, p. 215)

Para os autores proponentes do CCR, os dados obtidos a partir deste teste podem ser úteis para avaliar a eficácia de um curso de Pré-Cálculo, ou ainda reconhecer lacunas na preparação dos alunos para o CDI. Apontam que o CCR é uma boa forma de verificar se os alunos estão preparados para aprender e entender o CDI. Trata-se de um bom caracterizador da aprendizagem dos alunos, independentemente dos resultados de outras avaliações a que eles sejam submetidos antes ou depois do CDI. Assume-se que o CCR e sua taxonomia permitem inferir, parcialmente, o nível de preparação dos alunos para cursar a disciplina e aferir o nível de compreensão de conceitos necessários para a aprendizagem de CDI.

Em sua essência, o CCR, organizado no contexto norte-americano, trata de aspectos relacionados ao conceito de função. No entanto, de nossa experiência em salas de aula com as dificuldades dos alunos em CDI, reconhecemos que essas podem remeter a conceitos anteriores, referente ao estudo de números, operações e Álgebra, como discutido na próxima seção.

5 ESTRATOS DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Além das habilidades básicas de raciocínio no nível de Pré-cálculo, como apresentado na seção anterior, considera-se pertinente analisar também modelos teóricos que tratam de estratos do conhecimento matemático, buscando na literatura instrumentos para a avaliação desses conhecimentos.

Adjiage e Pluinage (2012) definem quatro níveis de competência que tratam dos estratos do conhecimento matemático. Os autores descrevem as especificidades desses

estratos e as dificuldades ligadas às suas mudanças e apontam uma hierarquia entre eles, correspondendo à ordem em que são apresentados.

1 - Estrato numérico: capacidade de dominar os números inteiros e os números decimais, bem como as quatro operações elementares, formando números, usando as regras de numeração decimal, e expressões aritméticas, produzindo igualdades para resolver um problema.

2 - Estrato racional: dominar as razões e as proporções, bem como o produto e o quociente dos números reais.

3 - Estrato algébrico: inclui cálculo com letras ou cálculo formal, mas não se limita ao domínio de escritas literais, pois existem atividades no nível do estrato algébrico que não usam letras e atividades que usam letras e que estão no nível do estrato numérico.

4 - Estrato funcional: O estudo das funções revela novos problemas em comparação com os da Álgebra. Processos como interpolação e extrapolação, com base em abordagens de modelagem, levam a novas noções e notações, como as de derivação e diferenciação com base em variações, depois às de integração, com base em “médias”, a fim de antecipar e prever.

Assim, refletindo sobre a introdução dos conceitos de CDI, os autores destacam que é necessária a aquisição de uma nova forma de pensar, caracterizada como funcional, e de uma outra linguagem, que introduz novidades no que diz respeito à Álgebra. Para eles, para aprender CDI, o aluno deve inserir um novo estrato diferente do estrato algébrico, que é o estrato funcional (Cuevas, Martínez & Pluvinage, 2012).

Nesse cenário, Cuevas, Martínez e Pluvinage (2012) promovem uma discussão sobre o pensamento funcional para a compreensão dos conceitos básicos de CDI e apresentam um experimento com o uso TDIC no âmbito da disciplina de CDI I em cursos de Engenharia no México. Os autores propõem uma perspectiva diferente a ideia de nivelamento ou retomada (como usualmente se faz em um curso de Pré-Cálculo), na qual o pensamento funcional não seja visto como um pré-requisito, mas como um objeto próprio do curso de CDI.

O experimento foi dividido em três fases: (i) um teste diagnóstico; (ii) introdução da unidade curricular em conjunto de Cenários Didáticos Interativos Computacionais (EDIC) para explorar os conceitos de variável e de relação funcional; (iii) uso do software CalcVisual para trabalhar polinômios que modelam problemas reais. Os resultados da pesquisa apontam que as deficiências iniciais detectadas no teste diagnóstico foram

significativamente reduzidas na população experimental no trabalho proposto nesses Cenários.

Fundamentados nos conceitos de estratos do conhecimento, Reyes, Soberanes-Martín e Soto (2017) apresentam a correlação de dados sobre raciocínio verbal, lógica matemática, pensamento analítico e pensamento funcional, que são competências relacionadas aos conhecimentos matemáticos iniciais de ingressantes no curso de Engenharia na universidade mexicana. Por meio da análise de testes de diagnósticos, observou-se um baixo nível operacional dos alunos na área de Matemática. Nesse sentido, os autores recomendaram a utilização de atividades didáticas com o uso de tecnologias projetadas especificamente com a finalidade de favorecer a aprendizagem significativa e conceitual.

Cuevas-Vallejo et al. (2018), por sua vez, propõem iniciar o curso de CDI com um “reforço de pensamento matemático básico”, segundo expressão utilizada pelos autores, que inclui o pensamento funcional. A pesquisa aponta evidências de que o design de atividades didáticas baseadas nessa proposta promove substancialmente a compreensão do conceito de função real, que é um dos primeiros e principais tópicos a ser abordado em livros de CDI.

6 EXAMES DE AVALIAÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO NO BRASIL

Considerando nossa intenção de propor um instrumento para avaliação de conceitos necessários para aprendizagem de CDI a partir de um banco de questões públicas, já validadas, discutiremos brevemente alguns instrumentos brasileiros para avaliação do conhecimento matemático do estudante que o conclui o Ensino Médio: o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), a Prova Brasil, e o Pisa.

ENEM

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) foi instituído em 1998 com o objetivo de “avaliar o desempenho escolar dos estudantes ao término da educação básica” (Brasil, 2022a). Em 2009, o exame passou a ser utilizado como mecanismo de acesso ao Ensino Superior, por meio do Sistema de Seleção Unificada (Sisu) e do Programa Universidade para Todos (ProUni). Contudo, segundo Soares, Soares e Santos (2021), o número de

estudos voltados para a análise da qualidade do exame e dos itens de Matemática que o compõem ainda é pequeno. Os autores analisaram a qualidade psicométrica da Prova de Matemática da edição de 2018 do ENEM, sugerindo que os processos de criação, revisão, testes e calibração das questões sejam aprimorados, garantindo, assim, a isonomia do exame.

Em Zarpelon et al. (2015), os autores avaliam a relação entre o resultado das provas de Matemática do ENEM e o desempenho dos calouros dos cursos de Engenharia na disciplina de CDI. Segundo a pesquisa, a UTFPR adota pesos diferenciados para as cinco provas que compõem o ENEM, baseando-se na crença “de que alunos que possuem um bom desempenho em Matemática/Física poderão cursar Engenharia e, conseqüentemente, terão um bom desempenho ao longo do curso, mas principalmente em disciplinas do ciclo básico” (Zarpelon et al., 2015). Os resultados obtidos, porém, indicam que não houve uma melhora significativa nos índices de aprovação, apontando a possibilidade de que o desempenho dos acadêmicos em CDI pode ter pouca relação com o seu desempenho nas provas de Matemática do ENEM.

Saeb

O Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) é um conjunto de avaliações externas em larga escala que permite ao Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC) realizar um diagnóstico da Educação Básica brasileira e de fatores que podem interferir no desempenho do estudante (Brasil, 2022b). O Saeb permite que as escolas e as redes municipais e estaduais de ensino avaliem a qualidade da educação oferecida aos estudantes, oferecendo subsídios para a melhoria e o aprimoramento de políticas educacionais com base em evidências.

Sendo assim, as avaliações do Saeb, como a Prova Brasil, atuam enquanto uma avaliação do currículo prescrito pelos documentos oficiais. Sua estruturação elaborada sobre conteúdos pré-selecionados acaba refletindo nas ferramentas para a aquisição das habilidades e competências que se esperam de cada aluno, ao final de um ciclo (Moraes & Jelinek, 2017).

Prova Brasil

A Prova Brasil é uma avaliação para diagnóstico, em larga escala, desenvolvida pelo INEP. Tem o objetivo de avaliar a qualidade do ensino oferecido pelo sistema educacional brasileiro a partir de testes padronizados e questionários socioeconômicos (Brasil, 2022c).

Os testes são aplicados no quinto e nono ano do Ensino Fundamental e os estudantes respondem questões de Língua Portuguesa e Matemática, com foco na leitura e na resolução de problemas, respectivamente.

Com enfoque na avaliação e resolução de problemas na Prova Brasil, Moraes e Jelinek (2017) apontam que as habilidades e competências relacionadas com a Matemática estão divididas em quatro blocos: Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Números e Operações; Álgebra e Funções e Tratamento da Informação. Os blocos enfatizam a associação entre conteúdos curriculares e operações mentais desenvolvidas pelo aluno para, através das Matrizes de Referência, explicitar as habilidades esperadas pelos alunos ao final do ciclo avaliado.

Pisa

Já em nível global, o *Programme for International Student Assessment - Pisa* (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) é um estudo comparativo internacional realizado a cada três anos pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). O programa proporciona informações sobre o desempenho dos estudantes, dentro da faixa etária dos 15 anos, que já terminaram as fases de educação básica obrigatória na maioria dos países, o que inclui dados sobre seus conhecimentos prévios e suas atitudes em relação à aprendizagem dentro e fora da escola (Brasil, 2022d).

O Pisa avalia os domínios de leitura, matemática e ciências, além de avaliar também os domínios chamados inovadores, como resolução de problemas, letramento financeiro e competência global. O Brasil participa do Pisa desde sua primeira edição, em 2000, sendo o único país da América do Sul a participar do programa. Entretanto, o país ainda não apresenta bons índices, principalmente em matemática, e está estagnado no nível 2 desde 2009. Isto é, os estudantes brasileiros não possuem nível básico de matemática, o mínimo para o exercício pleno da cidadania. Além disso, o Brasil se manteve em 2018 num patamar inferior ao de todos os países da Europa e da América Latina avaliados (Liao, Motta & Fernandes, 2021).

A importância de se analisar os exames citados anteriormente faz-se necessária devido a vários fatores. Primeiramente, a UTFPR, por meio da Deliberação nº 04/2009 de 24 de abril de 2009 do Conselho Universitário, aprovou a adesão ao Sisu como acesso aos cursos superiores, exclusivamente pela nota do ENEM, em substituição do processo vestibular (Brasil, 2009). Assim, compreender o processo avaliativo do ENEM, deve

levantar questões que corroborem para a formulação e desenvolvimento de modelos/instrumentos de avaliação da aprendizagem da matemática básica proposto por este artigo.

Em segundo lugar, a comparação entre exames, nacionais e internacionais, que avaliam conceitos de matemática adquiridos pelos alunos durante sua vida escolar, proporcionará a elaboração de um modelo que seja bem fundamentado, mas adequado às necessidades e dificuldades encontradas por nossos acadêmicos ao entrarem no ensino superior.

7 PROPOSTA DE UM MODELO

Nesta seção será apresentada uma proposta de um modelo para organização de um instrumento para avaliação de conceitos necessários para aprendizagem de CDI, e que pode também ser pensado como balizador da organização da ementa de uma disciplina de Pré-Cálculo, seja como uma disciplina incorporada à grade curricular de um curso de Engenharia ou até como um curso de extensão fora do horário de aula.

O instrumento deve ser elaborado a partir de questões que abordam os três estratos de conhecimento matemático, a saber: numérico, algébrico e funcional. Tais estratos podem ser trabalhados de forma individual ou em conjunto, com uso de questões adaptadas a partir dos instrumentos de avaliação apresentados anteriormente.

Etrato Numérico

Neste estrato, podem ser escolhidas questões que exploram o raciocínio aritmético dos alunos, com foco nas seguintes habilidades:

- efetuar as quatro operações com números inteiros (adição, subtração, multiplicação, divisão);
- efetuar operações que envolvam potenciação e radiciação com números inteiros;
- resolver problemas simples do cotidiano utilizando as quatro operações com números inteiros.

Segundo a matriz da Prova Brasil (Brasil, 2011) uma grande parcela da população de alunos não domina essas habilidades, errando subtrações e potenciação envolvendo números negativos. Para um melhor desenvolvimento dessas habilidades, sugere-se a realização de atividades com números inteiros, inicialmente apenas com uma operação e posteriormente mesclando as quatro operações básicas. Além disso, reconhecer

regularidades numéricas ou geométricas evidencia a importância do estudo de funções lineares que estão relacionadas à resolução de problemas simples do cotidiano. Por exemplo:

Quantos produtos um comerciante deve vender em uma semana para que, subtraindo suas despesas, restem 70 reais para cada dia de trabalho? (adaptado de Cuevas, Martínez e Pluinage (2012) e Prova Brasil (2011)).

Em seguida, o estrato numérico pode ser ampliado, incluindo também o estrato racional, com foco nas seguintes habilidades:

- reconhecer frações em diversas representações e diferentes significados, como por exemplo, partes de um inteiro, resultado de uma divisão, operador e razão;
- resolver problemas utilizando-se das cinco operações com números racionais;
- efetuar cálculos de expressões com diferentes representações dos números racionais e envolvendo as operações básicas do conjunto Q ;
- resolver problemas que envolvam variação proporcional entre grandezas expressas por números racionais.

Nas questões propostas neste grupo, o raciocínio aritmético corresponde ao conhecimento dos números e das operações aritméticas, que incluem números inteiros e racionais (Cuevas-Vallejo et al., 2018). Já o estrato racional representa o domínio das operações com razões e proporções, bem como o produto e o quociente dos números racionais (Adjage & Pluinage, 2012).

Estrato Algébrico

O estrato algébrico inclui reconhecer e analisar padrões, estudar e representar relações, fazer generalizações e analisar como as coisas mudam. Ele também contém os sistemas matemáticos de sinais (SMS); resoluções de equações e manipulação de expressões que incluem variáveis e parâmetros, como cálculo com letras ou cálculo formal. Mas não se pode limitar este estrato ao domínio de escritos literais, pois existem atividades no nível algébrico que não usam letras, e atividades que usam letras e que estão no nível do estrato numérico. A principal ruptura do estrato algébrico para o estrato numérico está na capacidade de não apenas formar frases, mas de processar frases, por exemplo: “Para um atendimento domiciliar, um técnico em informática X cobra R\$ 60,00 a visita e R\$ 45,00 a hora de trabalho” pode ser substituída pela expressão algébrica $x = 60 + 45 \cdot h$. Vale lembrar que a aquisição deste raciocínio facilitaria a compreensão do simbolismo abstrato

e o trabalho com relações algébricas (Cuevas-Vallejo et al., 2018; Adjage & Pluinage, 2012).

No estrato algébrico podem ser escolhidas questões relacionadas às seguintes habilidades:

- identificar a expressão algébrica que representa a função que rege os dados indicados em uma tabela dada;
- efetuar cálculos de expressões algébricas em diferentes contextos, em particular resolver problemas em que seja necessário utilizar uma equação de 2º grau;
- construir a equação de uma reta a partir de dois de seus pontos ou então a partir de um ponto e de sua inclinação;
- resolver problemas em que seja necessário utilizar uma equação de 1º ou 2º grau;
- resolver problemas que envolvam um sistema de equações com duas incógnitas, associando-os à determinação do ponto de interseção de duas retas;
- identificar as expressões algébricas que representam um problema envolvendo desigualdades para encontrar a solução de uma inequação.

Estrato Funcional

O estrato do raciocínio funcional é uma atividade cognitiva do raciocínio matemático que permite estabelecer relações de dependência funcional, além de relações aritméticas e algébricas que podem ser aplicadas a vários contextos. Devem ser escolhidas questões que envolvem habilidades de raciocínio proporcional, covariacional e quantitativo. Tendo em vista que este estrato possui conceitos fundamentais de CDI, as questões escolhidas para este grupo estão fundamentadas nas diretrizes da Taxionomia CCR (Quadro 1) de Carlson et al. (2015).

As habilidades a serem avaliadas são:

- reconhecer variáveis e parâmetros em funções reais;
- pensar sobre como os valores da saída de $f(x)$ mudam enquanto observa as mudanças ocorridas em x ;
- relacionar duas variáveis que estão mudando juntas;
- visualizar a função como um processo e identificar e aplicar procedimentos e cálculos algébricos apropriados;
- estabelecer relações proporcionais (raciocínio proporcional) entre duas variáveis;
- compreender a ideia de taxa constante de variação;

- construir uma fórmula algébrica da taxa média de variação de uma situação contextual;
- compreender, representar e resolver problemas envolvendo funções lineares, polinomiais não-lineares e exponenciais, com aplicação no contexto de fenômenos químicos, biológicos, entre outros;
- reconhecer a representação algébrica ou gráfica de uma função logarítmica e associá-la a uma função exponencial;
- reconhecer a representação gráfica de duas funções e reconhecer a necessidade de compor duas funções para obter uma nova função;
- compreender as ideias de medida de ângulo, radianos e função que expressa h (altura) em termos de k (comprimento de arco);
- conceituar uma medida de ângulo em relação ao comprimento de arco;
- compreender as funções seno e cosseno representando a covariação de uma medida de ângulo e a distância de um ponto no círculo unitário.

A título de exemplo, consideremos uma questão na qual o estudante deve “definir a área, A , de um círculo em função do comprimento, c , de sua circunferência”. Ele deve, inicialmente, reconhecê-la como um comando para relacionar duas variáveis que estão mudando juntas, bem como ter a capacidade de identificar as variáveis a serem relacionadas nessa situação. Deve lembrar as fórmulas para a área e perímetro de um quadrado e ver essas fórmulas/funções como processos que mapeiam valores de uma variável para valores de outra variável. Para obter a função que relaciona as duas fórmulas de um quadrado, os alunos devem reconhecer que as duas fórmulas podem ser combinadas se eles primeiro invertem a fórmula que define o perímetro em termos de seu lado. Por fim, reconhecer que, ao compor, a fórmula da área com perímetro invertido, forma-se uma nova fórmula.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As dificuldades dos alunos ingressantes em cursos de Engenharia com conceitos de matemática que temos observado em nossa prática, juntamente com o movimento atual de reestruturação destes cursos para atender as demandas do perfil do egresso, segundo os princípios apontados pelas DCN-Eng (Brasil, 2019), foram o fator motivador para os estudos que resultaram neste artigo.

A revisão bibliográfica buscou reconhecer elementos para caracterização dos cursos de Pré-Cálculo e de proposição de modelo para organização de um instrumento para avaliação de conceitos necessários para aprendizagem de CDI. Assim, os resultados deste estudo organizam critérios mais claros e objetivos que possibilitem avaliar se os alunos ingressantes nas Engenharias e em outros cursos das Ciências Exatas estariam ou não aptos a cursar CDI I, ou seria necessário, antes, cursar Pré-Cálculo.

Também, pode servir como material de apoio a professores que querem trabalhar os estratos de conhecimento matemático com seus alunos do Ensino Médio ou Ensino Superior. Uma outra proposta para o uso deste modelo, sugerida por Castilho, Trevisan e Marczal (2022), é a elaboração de um Objeto de Aprendizagem com feedbacks para a autorregulação da aprendizagem dos conceitos necessários para o ensino de CDI.

REFERÊNCIAS

- Adjiage, R., & PIUvinAge, F. (2012). Strates de compétences en mathématiques. *Repères IREM*, Nancy, 88, 43-72.
- Alvarenga, K.B.; Sampaio, M.M. (2016). Obstáculos referentes às relações de representação aritmética e algébrica de grandezas. In: *Fonseca, L. (Org.). Didática do Cálculo: epistemologia, ensino e aprendizagem*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 1, 131-144.
- Andrade, F., Esquincalha, A., & Oliveira, A. T. (2019). O Pré-Cálculo nas licenciaturas em matemática das instituições públicas do Rio de Janeiro: o prescrito. *VIDYA*, 39(1), 131-151.
- Andrade, F. C., Oliveira, A. T. & da Conceição Esquincalha, A. (2020). Um estado da arte das pesquisas brasileiras sobre Pré-Cálculo. *Revista Boem*, 8(16), 91-111.
- Brasil. (2022a). Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Recuperado de <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem>
- Brasil. (2022b). Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Recuperado de <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb>
- Brasil. (2022c). Prova Brasil. Ministério da Educação. Recuperado de <http://portal.mec.gov.br/prova-brasil/apresentacao>

- Brasil. (2022d). Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa). Ministério da Educação. 2022d. Recuperado de <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/pisa>
- Brasil. (2019). Resolução CNE/CES 2/2019. Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia. Diário Oficial da União, Brasília, 26 de abril de 2019, Seção 1, p. 43-44.
- Brasil. (2011). PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação - Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Ministério da Educação. Brasília: MEC, SEB; Inep, Recuperado de http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil_matriz2.pdf
- Brasil. (2009). Ministério da Educação. Termo de Referência. Novo ENEM e Sistema de Seleção Unificada. NET, 08 abr.
- Carlson, M. P., Madison, B., & West, R. D. (2015). A study of students' readiness to learn calculus. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 1, 209-233.
- Carlson, M., Oehrtman, M., & Engelke, N. (2010). The precalculus concept assessment: A tool for assessing students' reasoning abilities and understandings. *Cognition and Instruction*, 28(2), 113-145.
- Castilho, A. S., Trevisan, A. L., & Marczal, D. (2022). Conception of Learning Objects with Feedback for Self-Regulation of Learning Mathematical Concepts Necessary for Differential and Integral Calculus. *Acta Scientiae*, 24(7), 176-201.
- Castillo-Garsow, C. (2010). *Teaching the Verhulst model: A teaching experiment in covariational reasoning and exponential growth*. Arizona State University.
- Cuevas-Vallejo, C. A., Pineda, M. D., & Reyes, M. M. (2018). Una propuesta para introducir el pensamiento funcional y concepto de función real, antes de un curso de cálculo diferencial. *Revista Logos, Ciencia & Tecnología*, 10(2), 20-38.
- Cuevas, C. A., Martínez, M. & Pluvinage, F. (2012). Promoviendo el pensamiento funcional en la enseñanza del cálculo: un experimento con el uso de tecnologías digitales y sus resultados. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 17, 137-168.
- Godoy, E. V., & Gerab, F. (2018). Transição ensino médio-ensino de engenharia na perspectiva do professor de matemática. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 11(2), 361-385.
- Liao, T., Motta, M., & Fernandes, C. (2021). Avaliando o "PISA" matemática. *REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática*, 16, 1-20.
- Lima, G. L. et al. (2021) O novo normal no ensino de Ciência Básicas e Matemática na Engenharia: os caminhos abertos - e pedras neles reveladas - pelas experiências vivenciadas durante a pandemia de COVID -19. In: *Adriana Maria Tonini e Tânia Regina*

Dias Silva Pereira (Org.). *Formação Em Engenharia: Tecnologia, Inovação E Sustentabilidade*. Centro Empresarial Norte: ABENGE, 1, 92-146.

Mendes, M. T., Trevisan, A. L., & Elias, H. R. (2018). A utilização de TDIC em tarefas de avaliação: uma possibilidade para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. *Debates em Educação*, 10(22), 140-163.

Menestrina, T. C. (2012). Alternativas para uma aprendizagem significativa em engenharia: curso de matemática básica. *Revista de Ensino de Engenharia*, 30(1), 52-60.

Moore, K. C. (2012). Coherence, quantitative reasoning, and the trigonometry of students. *Quantitative reasoning and mathematical modeling: A driver for STEM integrated education and teaching in context*, 2, 75-92.

Moraes, G. C., & Jelinek, K. R. (2017). Escola e Prova Brasil: como as práticas escolares podem influenciar os índices de proficiência em Matemática. *REMAT: Revista Eletrônica da Matemática*, 3(2), 94-103.

Martínez Reyes, M., Soberanes-Martín, A., & Sánchez Soto, J. M. (2017). Análisis correlacional de competencias matemáticas de pruebas estandarizadas y pre-requisitos matemáticos en estudiantes de nuevo ingreso a Ingeniería en Computación. *RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 8(15), 946-974.

Soares, D. J. M., Soares, T. E. A., & Dos Santos, W. (2021). Análise da qualidade psicométrica da prova de matemática do Exame Nacional do Ensino Médio brasileiro de 2018. *Actualidades Investigativas en Educación*, 21(1), 86-115.

Ten Caten, C. S. (2020). Reestruturação do ensino da engenharia de produção: fomentar a inovação e o empreendedorismo. *A universidade do futuro*, 133-153.

Thompson, P. W. (2012). Advances in research on quantitative reasoning. *In Quantitative reasoning: Current state of understanding*, 2, 143-148.

Torres, J. B. et al. (2021) Propostas de Melhorias para os Cursos de Graduação em Engenharia por meio de uso de Métodos de Inovação e de Criatividade. *In: Tonini, A. M.; Pereira, T. R. D. S. (Org.). Formação Em Engenharia: Tecnologia, Inovação E Sustentabilidade*. Brasília: ABENGE – Associação Brasileira de Educação em Engenharia, 1, 11-52.

Trevisan, A. L., & Mendes, M. T. (2018). Ambientes de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral organizados a partir de episódios de resolução de tarefas: uma proposta. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 11(1).

Zarpelon, E., de Resende, L. M. M., & Reis, E. F. (2017). Análise do desempenho de alunos ingressantes de engenharia na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. *Interfaces da Educação*, 8(22), 303-335.

Zarpelon, E. et al. (2015). Provas do Enem e o Desempenho na Disciplina de Cálculo 1 nos Cursos de Engenharia: Análise de Possíveis Relações. *In: Anais do XLIII Congresso*

NOTAS

TÍTULO DA OBRA

Modelo para avaliação de conceitos necessários para aprendizagem de cálculo.

Alex Sandro de Castilho

Mestre

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Coordenação de Sistemas para Internet, Guarapuava, Brasil
alex@s@utfpr.edu.br

<https://orcid.org/0000-0003-3866-9706>

André Luis Trevisan

Doutor

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Departamento de Matemática, Londrina, Brasil
andre@utfpr.edu.br

<https://orcid.org/0000-0001-8732-1912>

Diego Marczal

Doutor

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Coordenação de Sistemas para Internet, Guarapuava, Brasil
marczal@utfpr.edu.br

<https://orcid.org/0000-0003-2632-0021>

Endereço de correspondência do principal autor

Rua Ângelo Dalla Vechia, 577, CEP: 85050250, Guarapuava, PR, Brasil.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Concepção e elaboração do manuscrito: A. S. Castilho, A. L. Trevisan, D. Marczal

Coleta de dados: A. S. Castilho, A. L. Trevisan

Análise de dados: A. S. Castilho, A. L. Trevisan

Discussão dos resultados: A. S. Castilho, A. L. Trevisan

Revisão e aprovação: A. S. Castilho, A. L. Trevisan, D. Marczal

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA

O conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo não está disponível publicamente.

FINANCIAMENTO

Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES

Não se aplica.

LICENÇA DE USO – uso exclusivo da revista

Os autores cedem à **Revemat** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a [Licença Creative Commons Attribution](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) (CC BY) 4.0 International. Esta licença permite que **terceiros** remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os **autores** têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista

Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no [Portal de Periódicos UFSC](https://portal.periodicos.ufsc.br/). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITOR – uso exclusivo da revista

Méricles Thadeu Moretti
Rosilene Beatriz Machado
Débora Regina Wagner
Jéssica Ignácio de Souza
Eduardo Sabel

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista

Recebido em: 11-04-2023 – Aprovado em: 02-02-2024

