Artigo Original

REVEMAT
REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

RELAÇÕES ENTRE OS PENSAMENTOS ALGÉBRICO E COMPUTACIONAL EM ATIVIDADES PROPOSTAS POR COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS

Relationships Between Algebraic And Computational Thinking In Activities Proposed By Textbook Collections

Janaina Teixeira Leão **PERCEVAL**
Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, Brasil
janaperceval@gmail.com
https://orcid.org/0009-0007-9364-2123

Maria Arlita da Silveira **SOARES**
Universidade Federal do Pampa, Caçapava do Sul-RS, Brasil
mariasoares@unipampa.edu.br
https://orcid.org/0000-0001-5159-8653

Leugim Corteze **ROMIO**
Universidade Federal do Pampa, Caçapava do Sul-RS, Brasil
leugimcr@gmail.com
https://orcid.org/0000-0001-5164-3792

Simone **POZEBON**
Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, Brasil
spozebon@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-3872-5117

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo

RESUMO

Esta investigação tem por objetivo analisar como coleções de livros didáticos de Matemática, aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD, expõem situações que exigem a construção e/ou execução de algoritmos no estudo do conceito de sequências. Para tanto, optou-se por uma pesquisa de cunho qualitativo, utilizando pressupostos da Análise de Conteúdo. As fontes de produção de dados são oito coleções de livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprovadas pelo PNLD/2020. A análise dos dados foi pautada nos seguintes critérios: tipos de padrões; tipos de sequências; fases de um padrão; conceitos/pilares do Pensamento Computacional (PC); representações utilizadas para construção e/ou execução de algoritmos. Ao analisar as coleções de livros didáticos foram identificadas 26 situações, a partir dos critérios mencionados. Em relação aos tipos de padrões, constatou-se que a maioria das situações explora o padrão numérico. Quanto a recursividade, 11 situações exploram sequências recursivas. Em relação as 3 fases de um padrão, 12 situações exploram este critério. Constatou-se que as 26 situações possibilitam explorar a abstração e a construção e/ou execução do algoritmo; 17 possibilitam explorar, além da abstração e da construção e/ou execução do algoritmo, a identificação de padrões e apenas três possibilitam explorar, além da abstração, da construção e/ou execução do algoritmo e da identificação de padrões, a decomposição, assim, apenas três situações permitem explorar os quatro conceitos/pilares do PC. Sublinha-se que 25 situações exploram a construção e/ou execução do algoritmo em fluxograma/esquema e duas envolvem a construção em Linguagem Natural (LN) (uma envolve ambas). Ressalta-se que apenas 9 solicitam a construção do algoritmo. Compreende-se que os professores precisarão recorrer a outros recursos para conseguirem desenvolver as habilidades expostas na Base Nacional Comum Curricular – BNCC, que envolvem algoritmos, em particular, representados por fluxogramas.

Palavras-chave: Álgebra, Padrão, Algoritmo

ABSTRACT

This investigation aims to analyze how collections of Mathematics textbooks, approved by the National Textbook Program – PNLD, expose situations that require the algorithms construction and/or execution in the study of the sequences concept. For that, opted for a qualitative research, using assumptions of Content Analysis. The data production sources are eight collections of Mathematics textbooks from the Final Years of Elementary School, approved by PNLD/2020. Data analysis was based on the following criteria: types of patterns; types of sequences; phases of a pattern; Computational Thinking (PC) concepts/pillars; representations used for algorithms construction and/or execution. When analyzing the textbook collections, 26 situations were identified, based on the above-mentioned criteria. Regarding the types of patterns, it was found that most situations explore the numerical pattern. As for recursion, 11 situations explore recursive sequences. Regarding the 3 phases of a pattern, 12 situations explore this criterion. It was found that the 26 situations make it possible to explore the abstraction and algorithm construction and/or execution; 17 make it possible to explore, in addition to abstraction and algorithm construction and/or execution, the identification of patterns and only three make it possible to explore, in addition to abstraction, algorithm construction and/or execution and identification of patterns, the decomposition, thus, only three situations allow exploring the four concepts/pillars of the PC. It should be noted that 25 situations explore the algorithm construction and/or execution in a flowchart/scheme and two involve the construction in Natural Language (LN) (one involves both). It should be noted that only 9 requested the algorithm construction. It is understood that teachers will need to resort to other resources to be able to develop the skills exposed in the National Common Curricular Base – BNCC, which involve algorithms, in particular, represented by flowcharts.

Keywords: Algebra, Pattern, Algorithm

1 INTRODUÇÃO

O processo de ensino e aprendizagem de Álgebra tem sido alvo de diferentes pesquisadores (Almeida; Santos, 2017; Kaput, 1998 apud Vale; Barbosa 2019; Fiorentini et al., 1993) e de documentos oficiais (Brasil, 2018). A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) define que a finalidade da Álgebra no Ensino Fundamental é fazer com que os estudantes desenvolvam o Pensamento Algébrico (PA) e a partir dele consigam compreender, representar e analisar relações quantitativas de grandezas, fazendo uso de letras e outros símbolos matemáticos, bem como aprendam a identificar regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas (Brasil, 2018).

Nesse sentido, salienta-se a importância de os professores de Matemática estarem sempre atentos às mudanças propostas pela BNCC, em particular, no âmbito da Álgebra, visto que este campo se tornou uma unidade temática com objetos de conhecimento e habilidades a serem trabalhadas desde os Anos Iniciais, com destaque ao conceito de sequências presente nos 1º, 2º, 3º, 4º, 7º e 8º anos, bem como, a construção e/ou execução de algoritmos (representados por linguagem natural e/ou por fluxogramas) e suas articulações com conceitos algébricos, em especial, variável (Brasil, 2018).

A BNCC trata, também, da importância do trabalho com resolução de problemas, investigações, desenvolvimento de projetos e modelagem para o desenvolvimento do Letramento Matemático (LM) e sua relação com o Pensamento Computacional (PC). O desenvolvimento deste último apontado como um dos objetivos do ensino de Matemática.

“Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o **letramento matemático** [...] e para o desenvolvimento do **pensamento computacional**” (Brasil, 2018, p. 266, grifos nossos).

Conforme Bianchini e Lima (2023), o PC pode ser entendido como uma forma de Pensamento Matemático (PM). Na visão desses autores,

> O Pensamento Matemático é um tipo especial de pensamento, também necessário para muitas das atividades cotidianas, sociais e profissionais exercidas por um cidadão. Pode ser entendido como o resultado de processos racionais do intelecto ou de abstrações da imaginação realizados a partir da observação e reflexão científica de fenômenos de diferentes naturezas, por meio da sistematização e contextualização de conhecimentos matemáticos, da capacidade de perceber visual e espacialmente, de representar, memorizar, pensar de maneira criativa, objetiva, lógica, analítica e crítica. (Bianchini; Lima, 2023, p. 21)

O PC consiste em processos de pensamento envolvidos na criação e resolução de problemas, que possam ser solucionados por um ser humano ou máquina (Wing, 2016). Neste sentido, destaca-se que tanto o LM quanto o PC têm por objetivo a formulação e a resolução de problemas, sendo a identificação de padrões, a abstração e a decomposição, ações comuns a ambos.

Dada a relevância do livro didático no contexto escolar, constituindo um dos recursos mais utilizados por professores na elaboração de seus planejamentos (Amaral et. al, 2022) é preciso conhecer os resultados de avaliações desses livros elaboradas pelo Programa Nacional do Livro Didático - PNLD[1] (Brasil, 2019), bem como pesquisas desenvolvidas na área da Educação, para que sejam utilizados de maneira produtiva.

Diante do exposto, este trabalho tem por objetivo analisar como coleções de livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprovadas pelo PNLD/2020, expõem situações que exigem a construção e/ou execução de algoritmos no estudo do conceito de sequências. Tendo em vista a importância das atividades envolvendo padrões para o desenvolvimento do PA articulado ao PC, os quais envolvem habilidades para a resolução de problemas, bem como o uso de livros didáticos utilizados por professores na elaboração de seus planejamentos, nesta investigação, optou-se por uma abordagem qualitativa com ênfase na Análise de Conteúdo para analisar oito coleções de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental. O aporte teórico e as escolhas metodológicas que foram utilizados são descritos a seguir.

[1] Um passo na direção de uma avaliação criteriosa do livro didático foi, sem dúvida, a implementação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC).

2 PENSAMENTOS ALGÉBRICO E COMPUTACIONAL: ALGUNS ENTENDIMENTOS

Com a fluidez da informação e o fácil acesso às tecnologias, principalmente digitais, se faz necessária a inserção destas no contexto escolar. Para tanto, é essencial a inclusão de conceitos da área da Computação na Educação Básica, de forma articulada com outras áreas do conhecimento, de modo que contribua para que os jovens, desde o Ensino Fundamental, se engajem na produção de tecnologias e não sejam apenas consumidores, tornando-se críticos em relação aos produtos tecnológicos que consomem e produzem (Brasil, 2018).

Países como Argentina, Estados Unidos, Finlândia, Portugal e Reino Unido têm inserido no currículo conceitos relacionados à Computação com intuito de que os estudantes não apenas usem tecnologias digitais, mas possam produzi-las. A maioria desses países tem buscado explorar situações que proporcionem, em particular, o desenvolvimento do PC. Isso porque, conforme Wing (2016, p. 2), o "PC é uma habilidade fundamental para todos, não somente para cientistas da computação. Assim como a leitura, a escrita e a aritmética, deveria ser incluído o PC na habilidade analítica de todas as crianças".

O desenvolvimento do PC envolve quatro conceitos, também, denominados de "Quatro Pilares do Pensamento Computacional", apresentados por Liukas (2019) e utilizados na formulação e resolução de problemas, objetivos do PC. O domínio desses conceitos/pilares possibilita a classificação e organização de dados que auxiliam na resolução de um problema. Desta forma, no Quadro 1 estão organizados os conceitos/pilares relacionados ao PC propostos por Liukas (2019).

Quadro 1: Conceitos/pilares relacionados ao PC

Abstração	Algoritmo	Decomposição	Identificação de Padrões
Processo de eliminar detalhes irrelevantes para se concentrar nas coisas que realmente importam.	Conjunto de passos específicos para resolver um problema. Em programação, os algoritmos são usados para criar soluções reutilizáveis para os problemas.	Processo pelo qual problemas são divididos em fragmentos menores. Quem trabalha com programação costuma dividir os códigos em pedaços menores. Assim fica mais fácil compreendê-los e consertá-los.	Encontrar semelhanças e padrões a fim de resolver problemas complexos com maior eficiência. Para isso, busca-se características comuns a todos os problemas, ou pelo menos similares.

Fonte: Liukas (2019, p. 110 - 111)

Percebe-se, no Quadro 1, que os conceitos/pilares relacionados ao PC também são essenciais ao desenvolvimento do Pensamento Matemático, pois conceitos como abstração, reconhecimento de padrões e decomposição são, geralmente, mobilizados na resolução de problemas matemáticos. Já, a construção e/ou execução de algoritmos, nem sempre é foco das aulas de Matemática, no entanto, a BNCC aponta que um dos objetivos do ensino de Matemática é o desenvolvimento do PC, conforme já mencionado na Introdução. Assim, os algoritmos precisam ganhar espaço, em outras palavras, serem objetos das aulas: "cumpre salientar a importância dos algoritmos e de seus fluxogramas, que podem ser objetos de estudo nas aulas de Matemática" (Brasil, 2018, p. 271).

Percebe-se que, em geral, o PC está associado a linguagens de programação e aulas de informática. Liukas (2019, p. 111) explica que, o PC "é a maneira de pensar em problemas de forma que os computadores possam resolvê-los, é praticado por humanos, não [por] computadores". Nesta perspectiva, é possível explorar os conceitos/pilares relacionados ao desenvolvimento do PC sem o uso de computadores e internet, denominado Pensamento Computacional Desplugado, servindo como alternativa para estudantes e escolas que não possuem acesso às redes. Para desenvolver esse tipo de pensamento podem ser utilizados materiais como papel, tesoura, canetas, lápis de cor, cola e demais materiais de uso comum.

Entende-se que a construção e/ou execução de algoritmos em suas diferentes representações (linguagem natural, fluxogramas, linguagem de programação) nas aulas de matemática pode possibilitar que os estudantes desenvolvam capacidades relacionadas ao desenvolvimento dos pensamentos Computacional e Matemático, pois permite que os estudantes tenham contato com diferentes formas de resolução de problemas matemáticos (Evaristo; Terçariol; Ikeshoji, 2022). Conforme recomenda a BNCC (Brasil, 2018), é possível explorar a construção de um algoritmo por meio de um fluxograma, o qual "consiste em algoritmos gráficos indicando ações simples" (Silva, 2020, p. 30). O algoritmo é visto como uma abstração de um processo que recebe uma entrada, executa certa sequência de passos e produz uma saída, desta forma, considera-se que os fluxogramas facilitam o entendimento dos estudantes, pois são visuais e possibilitam seguir as orientações para realizar o algoritmo. É importante mencionar que os fluxogramas possuem uma estrutura específica, em que a recomendação é que sejam na vertical com os fluxos representados por setas e cada ação representada por uma forma geométrica, além de possuírem início e fim e símbolos adequados para perguntas e repetições (*looping*).

O estudo de conceitos algébricos constitui um espaço bastante significativo para que o estudante desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de ser uma poderosa ferramenta para resolver problemas (Brasil, 1998; Brasil, 2018). Nesse contexto, os professores têm um papel fundamental na abordagem da álgebra podendo buscar o desenvolvimento do PA de seus estudantes por meio da exploração de padrões. Corrobora com essa ideia a BNCC ao afirmar que, para o desenvolvimento desse pensamento, “é necessário que os alunos **identifiquem regularidades e padrões** de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos” (Brasil, 2018, p. 270, grifos nossos). Neste viés, Vale e Pimentel (2011, p. 1) mencionam que “o primeiro passo para aprender a pensar matematicamente é aprender a descobrir padrões e estabelecer conexões”.

Os problemas envolvendo conceitos algébricos, em particular, sequências, podem ser considerados essenciais ao desenvolvimento do PC, pois contribuem, principalmente, no reconhecimento de padrões, na abstração e na generalização. Segundo Herbert e Brown (1997), a resolução de problemas que envolvem padrões consiste em três fases: (1) busca do padrão - identificar as informações relevantes (abstrair); (2) reconhecimento do padrão - descrever o padrão por meio de diferentes representações; e, (3) generalização - interpretar e aplicar o que foi aprendido.

Na resolução de problemas envolvendo padrões, é importante que o professor verifique se os estudantes compreendem o padrão, ou seja, se conseguem extrair informações relevantes da situação. Em seguida, analisar se eles são capazes de descrever o padrão e expandi-lo matematicamente em palavras, diagramas, tabelas, gráficos ou equações. Após, verificar se eles podem abstrair e aplicar as descobertas matemáticas do padrão e por fim generalizá-lo. Neste sentido, a observação/análise de padrões, possibilita a investigação, a elaboração de conjecturas, a argumentação e a generalização, tornando-se uma estratégia para o desenvolvimento do PA e do PC.

Entende-se que, o trabalho com padrões, em particular, o estudo do conceito de sequências, favorece o desenvolvimento dos pensamentos Algébrico e Computacional, visto que a partir da análise de sequências, os estudantes desenvolvem as capacidades de formular e testar conjecturas conduzindo a generalização. Além disso, o PC contribui para a compreensão do estudo da Álgebra e torna-se uma importante estratégia para a resolução de problemas, visto que permite ao estudante explorar o problema por meio dos seus conceitos/pilares.

Desta forma, o estudo de padrões e regularidades possibilita explorar os conceitos/pilares do PC, de modo que, ao analisar uma sequência, consegue-se dividir o problema em partes menores (decompor), identificar as informações relevantes (abstração), buscar os pontos em comum (identificação de padrão) e descrever a sequência de passos para resolver o problema (construção do algoritmo – seja em língua natural ou fluxogramas).

3 METODOLOGIA

A escolha teórico-metodológica adotada para o desenvolvimento da investigação é de uma abordagem qualitativa e foi conduzida por meio de pesquisa documental, a qual “possibilita realizar inferências, conhecidas não apenas por métodos estatísticos, de frequência, mas pela análise de mensagens provenientes de diferentes interlocutores, em um determinado contexto” (Gouveia & Miskulin, 2018, p. 4).

A fonte de produção de dados foram oito coleções de livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprovadas pelo PNLD/2020, a fim avaliar de que forma essas coleções abordam conceitos relacionados aos pensamentos Computacional e Algébrico. A escolha por analisar livros didáticos, deve-se ao fato de que são essas obras que chegam até a escola e auxiliam no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes. Optou-se pela Análise de Conteúdo, para organização e análise dos dados, pois é “um conjunto de técnicas de análise das comunicações que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens” (Bardin, 2002, p. 38).

Para isso, foram selecionadas todas as coleções de livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprovadas pelo PNLD/2020 (Quadro 2).

Quadro 2: Coleções de Livros Didáticos 6º, 7º, 8º e 9º ano - PNLD/2020

Título	Autor(es)	Editora
A Conquista da Matemática	José Ruy Giovanni Junior e Benedicto Castrucci	FTD
Apoema – Matemática	Adilson Longen	Editora do Brasil
Araribá Mais – Matemática	Mara Regina G. Gay e Willian Raphael Silva	Moderna
Convergências – Matemática	Eduardo Rodrigues Chavante	SM
Geração Alpha – Matemática	Carlos N. C. de Oliveira e Felipe Fugita	SM
Matemática – Bianchini	Edwaldo Bianchini	Moderna
Matemática - Compreensão e Prática	Ênio Silveira	Moderna
Matemática Essencial	Patricia Moreno Pataro e Rodrigo Balestri	Scipione
Matemática Realidade & Tecnologia	Joamir Roberto de Souza	FTD
Telaris – Matemática	Luiz Roberto Dante	Ática
Trilhas da Matemática	Fausto Arnaud Sampaio	Saraiva

Fonte: Elaborado pelos autores

Em seguida, pesquisou-se, dentre as coleções aprovadas (11 ao todo), as que possuíam versão digital disponível no site da editora e que permitiam busca eletrônica de palavras/expressões. Todas estavam disponíveis digitalmente, mas, apenas oito permitiram busca eletrônica. As coleções analisadas foram, assim, denominadas: A Conquista da Matemática (C1EF), Araribá Mais (C2EF), Matemática - Bianchini (C3EF), Matemática - Compreensão e Prática (C4EF), Matemática Essencial (C5EF), Matemática Realidade & Tecnologia (C6EF), Teláris Matemática (C7EF) e Trilhas da Matemática (C8EF).

Após, foram analisados, nos exemplos, atividades resolvidas e atividades propostas, os seguintes critérios: tipos de padrões (repetitivos, numéricos, figurais); tipos de sequências (recursivas, não recursivas e tipos de funções associadas); fases de um padrão; conceitos/pilares do PC (abstração, algoritmo, decomposição e identificação de padrão); e, representações utilizadas para construção e/ou execução de algoritmos (linguagem natural, fluxograma, linguagem de programação). Para isso, foram definidos descritores, utilizados na busca eletrônica, que enfatizam esses aspectos, a saber: “sequência”, “sequência numérica”, “sequência figural”, “algoritmo”, “fluxograma”, “passo a passo”, “esquema”. Nessa perspectiva, para cada situação, foram coletadas as seguintes informações: tipos de sequências, tipos de padrão, fases de um padrão, conceitos/pilares do PC e representações utilizadas na construção e/ou execução do algoritmo.

Essas informações estão disponíveis eletronicamente no endereço [2]: https://mega.nz/file/WWozEATb#pviJ0yhq5LJUhYQ9nq1fkdmsSUNoC5a9IxwwvDt3Zr0. A partir das informações coletadas, realizou-se o tratamento dos resultados e interpretações.

4 ALGORITMOS NO ESTUDO DE SEQUÊNCIAS EM COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS

Os descritores, citados anteriormente, permitiram identificar 26 situações. Em relação aos tipos de padrões, dentre as 26 situações, foram identificadas uma com padrão figural, duas com padrão algébrico, três com padrão repetitivo/figural e 20 com padrão numérico. Sendo padrão numérico o tipo mais explorado. Uma interpretação para este resultado pode estar na ênfase dada pela BNCC (Brasil, 2018) ao tratar de sequências,

[2] No arquivo, os códigos que representam as situações foram organizados da seguinte forma: o termo situação (S) refere-se a explanações dos conteúdos/conceitos, exemplos e atividades abordados nas coleções de livros didáticos; as numerações das situações foram realizadas em contagem sequencial por coleção; e os termos corpo do texto (C) e atividade (A), referem-se à localização da situação no livro didático. O (A) em negrito representa as atividades que solicitam a representação gráfica do algoritmo por meio de fluxogramas.

pois este termo vem acompanhado do termo numérico. Ressalta-se que os tipos de padrões poderiam ser explorados de maneira mais equilibrada, visto que a análise de diferentes tipos de padrões contribui para o desenvolvimento do PA (Vale, 2012; Vale 2013; Vale; Barbosa, 2019; Vale; Pimentel, 2011; Van de Walle, 2009).

Com relação as situações que envolvem sequências recursivas, não recursivas e os tipos de funções associadas, dentre as 26 situações, foram identificadas uma que envolve sequência recursiva, sequência de Fibonacci; uma que envolve sequência não recursiva, associada a função exponencial; uma que envolve sequência não recursiva, padrão figural; três que envolvem sequências recursivas e não recursivas na mesma atividade; quatro que envolvem sequências não recursivas, associadas a função quadrática; cinco que envolvem sequências não recursivas, associadas a função afim e 11 que exploram sequências recursivas.

Verifica-se, assim, que as sequências recursivas são as mais exploradas. Sublinha-se que, nas coleções, é possível verificar outros tipos de sequências que não foram mapeadas por não atenderem aos critérios propostos. Elas procuram explorar, de maneira diversificada, as sequências recursivas e não recursivas e também as funções associadas. Entende-se que explorar diferentes tipos de sequências é importante para desenvolver o raciocínio recursivo e funcional dos estudantes, indicado na BNCC (Brasil, 2018) e por diversos pesquisadores (Vale, 2012; Vale 2013; Vale; Pimentel, 2011).

Nesse viés, salienta-se a importância de explorar sequências a partir da observação de padrões, visto que possibilitam o estudo das regularidades, a generalização, a utilização de diferentes representações, tornando-se uma estratégia para o desenvolvimento do PA e do PC. Considerando o mencionado, buscou-se, nas situações identificadas, quais exploram as fases de um padrão. Das 26 situações, nove não exploram, ou seja, não precisam identificar a regularidade entre os termos (identificação de padrão), pois a lei de formação já é apresentada de forma imediata (generalização), assim, compreende-se que essas situações não exploram as fases de um padrão, cinco exploram a 1ª e a 2ª fases (Figura 1) e 12 exploram as três fases (Figura 2).

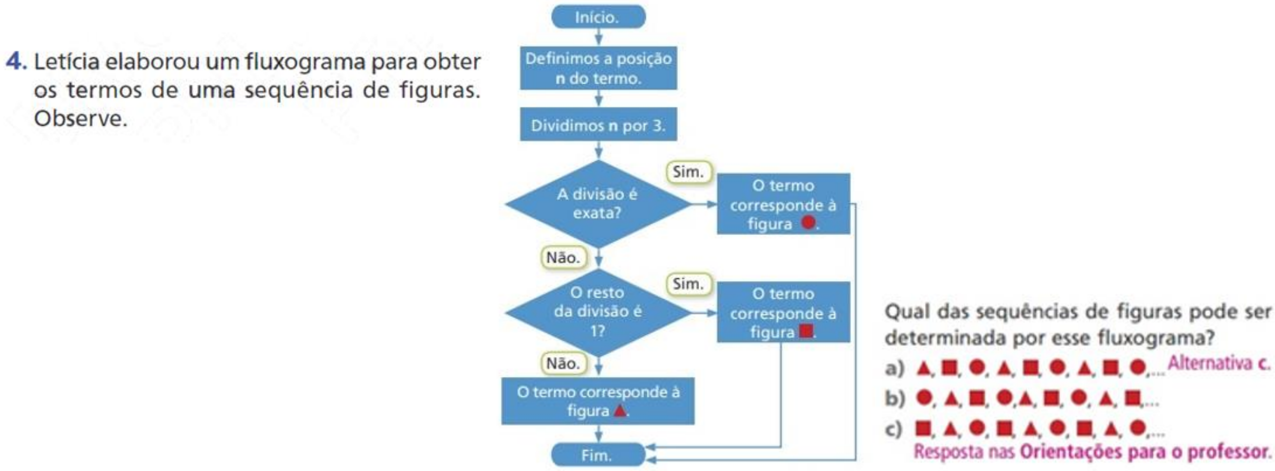

Figura 1: Situação explorando a 1ª e a 2ª fases de um padrão (S16A)
Fonte: Excerto de C6 (2018, p. 72)

A situação proposta (Figura 1) apresenta, por meio de um fluxograma, uma sequência figural. Para resolvê-la é preciso identificar as informações relevantes (abstração), perceber as regularidades entre os termos, verificando as figuras que se repetem (identificação de padrão), mas não é necessário descrever (linguagem natural e/ou representação simbólica) a regra de formação da sequência figural (generalização), por isso, compreende-se que a solução exige somente a 1ª e a 2ª fases de um padrão.

Em relação ao algoritmo exposto na situação (Figura 1), percebe-se que ele encaminha para definição da posição n do termo, o próximo passo é efetuar a divisão por três e verificar se a divisão resulta em um número exato ou não, se sim, corresponde a figura círculo, se não, precisa verificar se o resto é um (1), correspondente a figura quadrado, se não, correspondente a figura triângulo e assim, é possível formar a sequência figural. Verifica-se que o padrão é dado pelas seguintes figuras: quadrado, triângulo e círculo. Assim, seguindo a sequência numérica dos termos, esse padrão figural sempre se repetirá.

Importante destacar que, a representação por meio de um fluxograma (Figura 1), apresentada pelo autor, é adequada, visto que o fluxograma é apresentado na vertical, cada ação é representada por uma forma geométrica, a saber: as terminações de início e fim em formato ovalado, as ações são representadas por retângulos, as decisões são representadas por losangos, os quais indicam uma questão a ser resolvida, por isso, é um símbolo de dupla saída "Sim" e "Não", as setas indicam o sentido da leitura e também o processo de repetição (*looping*). Sublinha-se que a representação do processo de repetição é importante, pois, em alguns casos, as sequências são infinitas, mas os fluxogramas expostos não indicam esse processo, isso pode ser evidenciado nas Figuras 2 e 5, as quais serão apresentadas no decorrer do texto.

Em relação as 3 fases de um padrão, a Figura 2 apresenta uma das situações que as explora. Nela é dada uma sequência figural e solicitado o termo geral. Para tanto, é preciso identificar as informações relevantes na sequência dada (abstração), verificar o que ocorre de uma figura para a outra (identificação de padrão) e, por fim, elaborar a representação algébrica (generalização). Assim, entende-se que ela explora as 3 fases de um padrão. Ressalta-se a importância de fazer com que os estudantes percebam que essa sequência de figuras pode dar origem a uma sequência numérica.

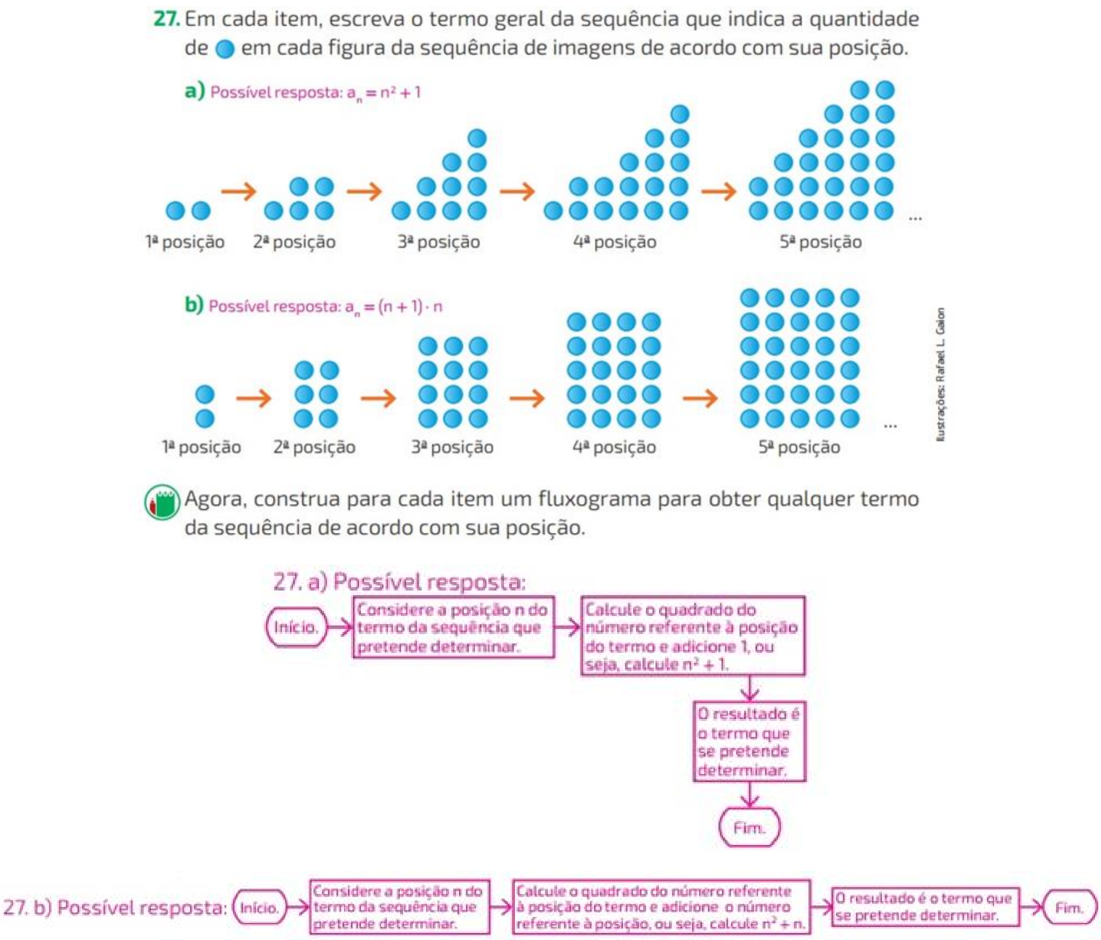

Figura 2: Situação explorando as 3 fases de um padrão (S10**A**)
Fonte: Excerto de C5 (2018, p. 81)

Ao analisar a situação (Figura 2), verifica-se que, na letra "a", é possível relacionar o número de círculos com a posição da figura na sequência, considerando a posição n do termo da sequência como um (1), referente a posição do termo, calculando-se o seu quadrado e adicionando-se um (1), o número de círculos da primeira figura é igual a dois

(2) e, assim, sucessivamente, obtendo como termo geral $n^2 + 1$. A letra “b” (Figura 2) pode ser resolvida, considerando a posição n do termo da sequência como um (1), calculando-se o seu quadrado e adicionando-se o número referente à posição, o qual será um (1), o número de círculos da primeira figura é igual a dois (2) e, assim, sucessivamente, obtendo o termo geral $n^2 + n$.

Com relação a elaboração do fluxograma (Figura 2, letra “c”), os estudantes precisam apresentar sua construção, ou seja, descrever os passos para resolver o problema. Assim, o primeiro passo será relacionar o número de círculos com a posição da figura na sequência, realizado nos itens anteriores; segundo passo será identificar quantos círculos aumentam de uma figura para a outra e verificar como se dá esse aumento; terceiro passo perceber que a sequência de figuras pode dar origem a uma sequência numérica; quarto passo elaborar a representação algébrica. Sublinha-se que, a simbologia utilizada na representação do fluxograma não é adequada, visto que a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical e que cada ação seja representada por uma forma geométrica, tenha início e fim e símbolos adequados para a pergunta e para a repetição, dessa forma, tem-se um esquema e não um fluxograma. Ressalta-se que a situação indica uma sequência infinita, no entanto, o esquema apresentado não gera essa sequência, pois não apresenta símbolos que caracterizam repetição.

Ainda, em relação as fases de um padrão, pode-se afirmar que um significativo número de situações mapeadas permite a mobilização das três fases, indicando a importância de explorá-las, em especial, por possibilitarem investigação, elaboração de conjecturas, argumentação e generalização, proporcionando aos alunos o desenvolvimento do PA e, consequentemente, contribuindo na mobilização de conceitos/pilares relacionados ao PC (abstração, identificação de padrões e decomposição).

Conforme os critérios de análise, buscou-se, nas situações identificadas, quais exploravam conceitos/pilares do PC. A análise dos dados indica que, as 26 situações possibilitam explorar abstração e construção e/ou execução do algoritmo, 17 possibilitam explorar, além da abstração e da construção e/ou execução do algoritmo, a identificação de padrões, e três exploram, além da abstração, da construção e/ou execução do algoritmo e da identificação de padrões, a decomposição.

Ressalta-se o fato de todas as situações explorarem a construção e/ou execução do algoritmo ser influenciado pelo descritor “algoritmo” utilizado na pesquisa. Além disso, a abstração faz parte da construção do algoritmo, visto que se refere à interpretação dos dados e a tomada de decisão por parte dos estudantes. Nesse sentido, observa-se que “no

PC um algoritmo é visto como uma abstração de um processo que recebe uma entrada, executa a sequência de passos e produz uma saída que satisfaça um objetivo específico. É um plano, uma estratégia ou um conjunto de instruções claras necessárias para solucionar um problema" (Silva, 2020, p. 56). A Figura 3 expõe uma situação que pode explorar a abstração e a análise de um fluxograma. A situação proposta apresenta, por meio de um fluxograma, uma sequência numérica finita. Para tanto, é preciso identificar as informações relevantes na sequência dada (abstração) e executar a sequência de passos (algoritmo). Verifica-se que a situação não requer que o estudante analise a regularidade entre os termos, visto que não explora a sequência de forma recursiva ou não recursiva (identificação de padrão), pois a lei de formação já é apresentada de forma imediata e, além disso, para resolvê-la não é necessário dividi-la em problemas menores (decomposição). Portanto, a situação explora apenas a abstração e a construção do algoritmo. Salienta-se que só foram classificadas como situações que podem exigir a decomposição, aquelas que envolvem padrão figural, pois pode ser necessário relacionar a posição da figura com um dado numérico e organizar essas informações em uma tabela (Exemplo: Figura 2).

31. Escreva os termos da sequência numérica obtida por meio do fluxograma a seguir.
(0, −3, −8, −15, −24, −35)

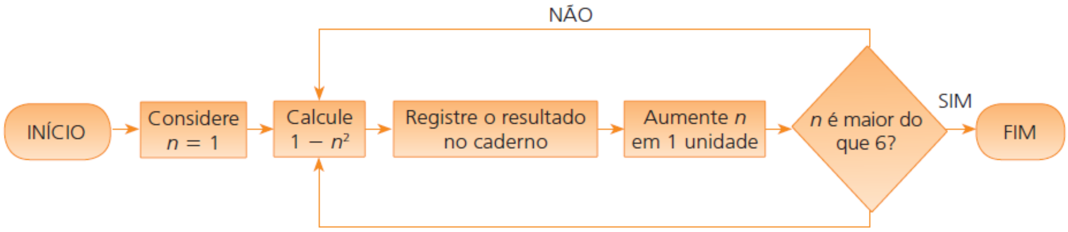

Figura 3: Situação explorando abstração e construção do algoritmo (S21A)
Fonte: Excerto de C8 (2018, p. 111)

No que tange ao algoritmo apresentado na Figura 3, constata-se que ele inicia a variável n com o valor um (1), logo após solicita que seja calculado um menos o quadrado de um $(1 - 1^2)$, resultando em zero (0), primeiro termo da sequência (o fluxograma sugere anotar o resultado no caderno). A próxima etapa do fluxograma pede que seja aumentada em uma unidade a variável n (passando a ser dois (2)), finalizando com a verificação se a variável é maior do que seis (6), neste caso, não. Este teste indica que a sequência seguirá um looping até que n seja maior do que seis (6). Tomando n como dois (2), calculando um menos o quadrado de dois $(1 - 2^2)$, resulta em menos três (-3), segundo termo da sequência, logo após, é preciso aumentar uma unidade ao termo n, o qual será três (3), em seguida é, novamente, testado se n é maior do que seis (6), neste caso, não. Tomando n como três (3), calculando um menos o quadrado de três $(1 - 3^2)$, resulta em menos oito

(−8), terceiro termo da sequência e assim, sucessivamente até que n seja maior do que seis (6).

Com relação a representação por meio de um fluxograma, sugerida pelo autor da coleção, a simbologia não é adequada, pois, conforme já mencionado, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical. Além disso, o fluxograma (Figura 3), no teste condicional (verificar se a variável é maior que 6) apresenta três setas indicativas, uma para Sim, outra para Não e uma terceira sem nenhuma informação, neste caso, sem indicar algo para ela. O teste é do tipo Sim/Não o que acarretará em ter apenas duas setas orientadas e não três como representado na figura.

A Figura 4 apresenta uma das situações que permitem mobilizar abstração, identificação de padrões e construção e/ou execução do algoritmo.

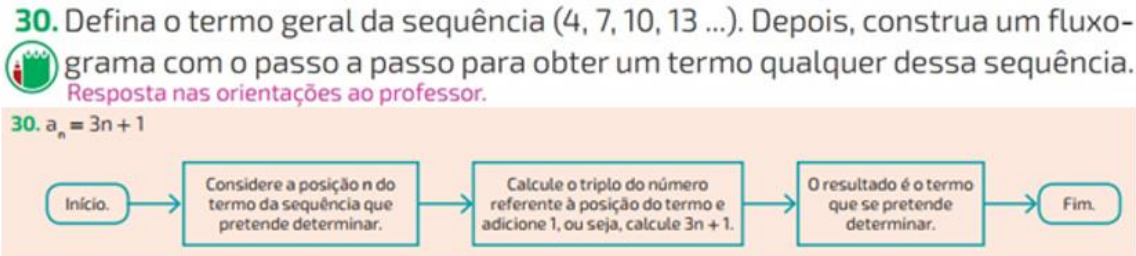

Figura 4: Situação explorando a identificação de padrões (S12**A**)
Fonte: Excerto de C5 (2018, p. 81)

A situação proposta (Figura 4) apresenta uma sequência numérica infinita, solicita o termo geral e a construção de um fluxograma. Para tanto, é preciso identificar as informações relevantes na sequência dada (abstração), verificar a regularidade entre os termos (identificação de padrão) e construir a sequência de passos (algoritmo), concluindo que o termo geral é dado por $3n + 1$. Salienta-se que não é necessário dividi-la em subproblemas (decomposição), deste modo, a situação explora a abstração, a construção do algoritmo e a identificação de padrão.

Com relação a representação por meio de um fluxograma, sugerida pelos autores, a simbologia não é adequada, uma vez que o formato indicado se assemelha mais a um esquema. Além disso, o fluxograma não apresenta simbologia para solicitação/atribuição de um valor a variável n, nem indica uma variável de atribuição da operação $(3n + 1)$. A simbologia utilizada é apenas de ação. Salienta-se, ainda, que a situação indica uma sequência infinita, no entanto, o fluxograma solução não apresenta laço de repetição.

Uma das situações que podem explorar a decomposição é exposta na Figura 5.

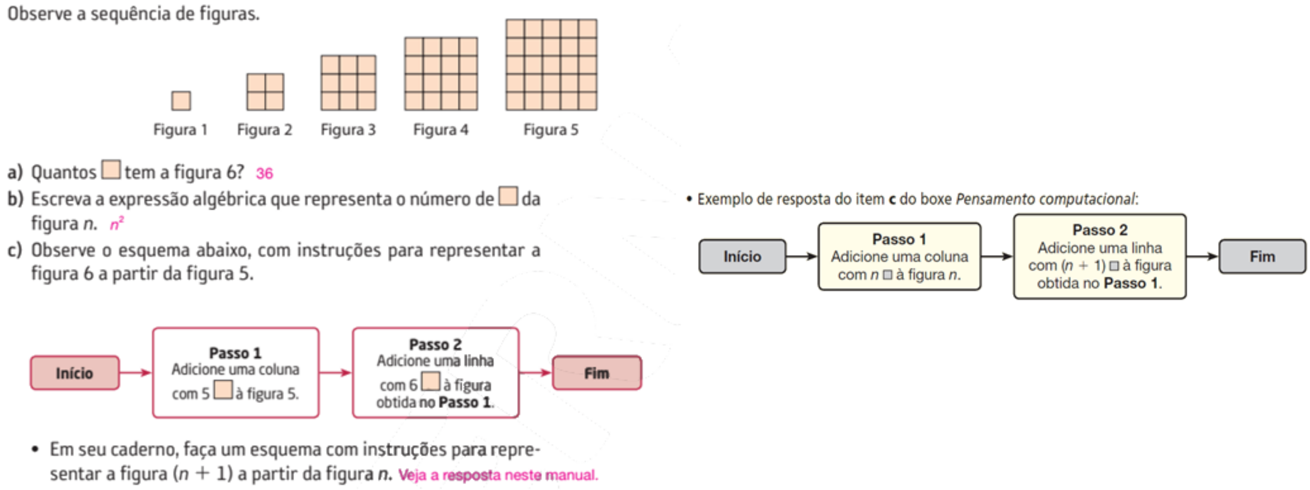

Figura 5: Situação explorando a decomposição (S03**A**)
Fonte: Excerto de C2 (2018, p. 180)

A situação proposta (Figura 5) apresenta uma sequência figural e solicita a representação algébrica (generalização). Para tanto, pode-se dividi-la em situações mais simples, tendo em vista que essa sequência de figuras pode dar origem a uma sequência numérica (decomposição), identificar as informações relevantes na sequência dada (abstração), verificar a regularidade entre os termos, que pode ser realizada de forma recursiva ou de forma não recursiva (identificação de padrão) e construir a sequência de passos (algoritmo), assim, esta situação explora os quatro conceitos/pilares do PC.

Ao analisar detalhadamente a situação (Figura 5), verifica-se que uma das formas de resolver a letra “a” é relacionar o número de quadrados com a posição da figura na sequência, assim, a figura seis terá 36 quadrados. Na letra “b”, é solicitada a expressão algébrica que representa o número de quadrados da figura n, uma das formas de determinar um termo qualquer é elevar o valor da posição do termo ao quadrado, assim, a expressão algébrica será n^2. Geometricamente, pode-se pensar que cada figura possui base e altura iguais, ou seja, com a mesma medida. Na letra “c”, é apresentado um esquema com as instruções para representar a figura seis. Em seguida, a situação requer que seja elaborado um esquema com instruções para representar a figura $n + 1$, a partir da figura n. Com relação a representação por meio de um esquema, sugerida pelos autores, não pode ser considerada como um fluxograma, pois a simbologia não é adequada (motivos já mencionados na Figura 2). Além disso, os dois esquemas apresentados indicam a construção da próxima figura, levando em consideração a figura anterior, ou seja, explorando a recursividade (busca da figura seguinte, a partir da anterior), mas o esquema não explora o número de quadrados que compõem cada figura da sequência.

Destaca-se a importância de serem propostas situações que requeiram abstração, decomposição, identificação de padrões e algoritmo, pois potencializam de forma articulada o desenvolvimento do PC e do PA. Para tanto, as situações que envolvem a construção e/ou execução do algoritmo podem explorar as diferentes representações do algoritmo e não apenas executá-lo. Neste sentido, buscou-se nas coleções, as representações utilizadas para a construção do algoritmo, as quais foram classificadas em Linguagem Natural (LN), Fluxograma/Esquema (F/E), Linguagem Natural e Fluxograma/Esquema (LN e F/E).

Constata-se que, das 26 situações identificadas, uma situação explora a construção do algoritmo em LN, uma situação explora a construção do algoritmo em LN e em F/E e 24 situações exploram a construção e/ou execução do algoritmo em F/E. Salienta-se, ainda, que, das 26 situações identificadas, apenas nove solicitam ao aluno a construção do algoritmo (observado nas situações expostas nas Figuras 2, 4 e 5). Nas demais situações, o algoritmo já está dado e o estudante apenas o executa, conforme pode ser observado nas situações expostas nas Figuras 1 e 3.

A Figura 6 apresenta a única situação envolvendo algoritmo representado em LN e em F/E:

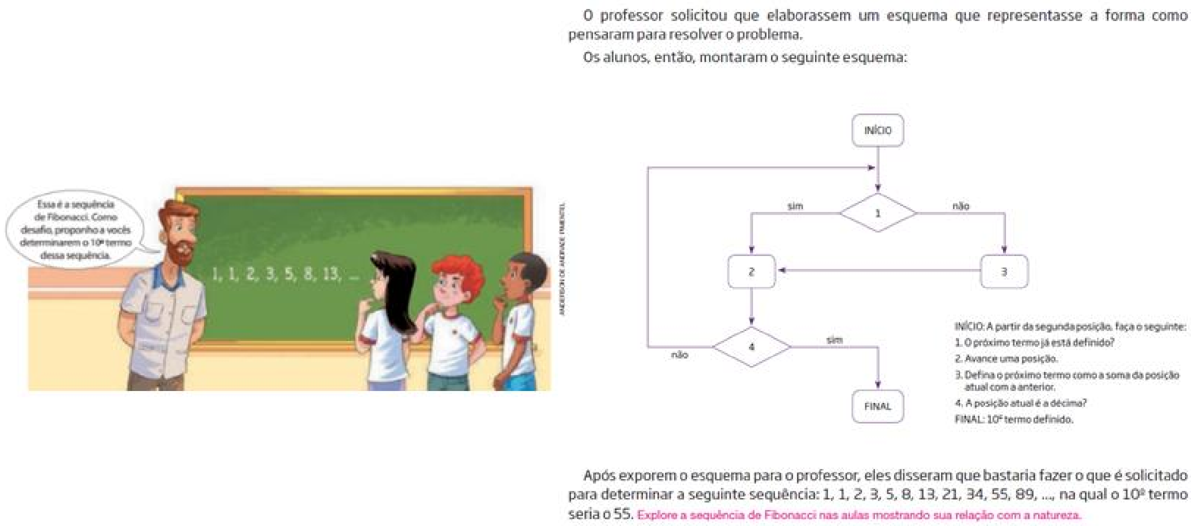

Figura 6: Situação envolvendo algoritmo representado em LN e em F/E (S06C)

Fonte: Excerto de C4 (2018, p. 14)

A situação proposta (Figura 6) solicita o décimo termo da sequência de Fibonacci e explora, de modo articulado, duas representações do algoritmo, LN e em F/E. Para tanto, é preciso identificar as informações relevantes na sequência dada (abstração), verificar a regularidade entre os termos, neste caso, a sequência de Fibonacci é recursiva, ou seja, requer a busca do termo seguinte a partir da soma dos anteriores (identificação de padrão), construir a sequência de passos (algoritmo), a qual pode ser escrita em LN e representada por um fluxograma.

A simbologia apresentada pelo autor para representar o fluxograma (Figura 6) não é adequada, visto que as ações (passos dois e três) devem ser representadas por retângulos, ou seja, não devem conter cantos arredondados. Já as terminações de início e fim devem ter uma forma ovalada, além disso, o fluxograma não apresenta claramente a tarefa que se pretende executar. O passo três apresenta uma seta sem indicar algo para ela, deste modo, o fluxograma não indica como chegar ao passo quatro para encerrar o algoritmo, podendo confundir o estudante. Destaca-se, ainda, que, a forma como as informações são apresentadas no algoritmo em LN não permite a definição dos dois primeiros termos da sequência.

Dentre as situações identificadas, apenas uma situação requer a construção do algoritmo em LN e apenas uma requer a construção do algoritmo em LN e em F/E, o restante das situações requer a construção do algoritmo em F/E. Salienta-se que não foram encontradas situações que apresentam uma simbologia que favoreça a conversão para uma linguagem de programação ou uso de ambientes/softwares de programação, é possível que essas questões sejam exploradas nas coleções do Ensino Médio, pois na BNCC (Brasil, 2018) desta etapa percebe-se a indicação para o trabalho com a programação.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao analisar as coleções de livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprovadas pelo PNLD/2020, foram identificadas 26 situações, envolvendo os critérios e descritores mencionados, em 8 coleções de livros didáticos. Esperava-se identificar um número maior de situações, tendo em vista a importância dessas discussões para o desenvolvimento dos Pensamentos Algébrico e Computacional.

No que tange aos tipos de padrões, 20 situações exploram o padrão numérico. Quanto a recursividade ou não das sequências, 11 situações exploram sequências recursivas. Em relação as 3 fases de um padrão, 12 situações exploram as 3 fases. Assim, entende-se que o professor ao selecionar atividades dessas coleções deverá priorizar a diversificação dos tipos de padrão (repetitivo, numérico, figural) e situações que envolvam as 3 fases de um padrão, o que contribui para o desenvolvimento do PA e indiretamente do PC.

Constatou-se que as 26 situações possibilitam explorar a abstração e a construção e/ou execução do algoritmo; 17 possibilitam explorar, além da abstração e da construção e/ou execução do algoritmo, a identificação de padrões e apenas três possibilitam explorar, além da abstração, da construção e/ou execução do algoritmo e da identificação de padrões, a decomposição, assim, apenas três situações permitem explorar os quatro conceitos/pilares do PC. Sublinha-se que 25 situações exploram a construção e/ou execução do algoritmo em F/E e duas envolvem LN (uma situação envolve ambas). Ainda, das 26 situações, apenas 9 solicitam a construção do algoritmo. Esperava-se que todas as situações identificadas permitissem a mobilização de ao menos três dos conceitos/pilares do PC (abstração, identificação de padrões, algoritmo). Isso porque as situações mapeadas pertencem ao campo algébrico e uma forma de desenvolver os pensamentos Algébrico e Computacional é a partir da exploração/identificação de padrões.

Além disso, verificou-se que a representação dos fluxogramas, na maioria das situações, não atende as recomendações quanto a simbologia. Esses resultados revelam que as situações, que requerem a construção e/ou execução de algoritmos envolvendo o conceito de sequências, precisam ser melhor exploradas nas coleções de livros didáticos para atender a indicação prevista na BNCC (Brasil, 2018) de que os algoritmos e fluxogramas sejam objetos de estudo nas aulas de Matemática.

As relações entre o PA e o PC, nas situações identificadas, ficam explícitas quando solicitam a identificação de padrões e a generalização. Há diferenças entre o PM e o PC, em especial, na representação da variável e isso precisa ser melhor explorado nas coleções de livros didáticos, pois nelas a maioria dos fluxogramas foi elaborada sem se preocupar com a linguagem de programação, por isso, a variável foi representada como é na Matemática.

Compreende-se que, por meio de atividades investigativas, é possível explorar os conhecimentos prévios dos estudantes, estimular a capacidade de pensar, criar, formular e argumentar, ou seja, contribuir para a aprendizagem matemática dos estudantes. Para finalizar, ressalta-se a importância de desenvolver pesquisas que busquem analisar de forma detalhada como os conteúdos são abordados e/ou explorados nas coleções de livros didáticos, tendo em vista que é um dos recursos mais utilizados por professores na elaboração de seus planejamentos. Assim, compreende-se que os professores precisarão recorrer a outros recursos ou livros didáticos para conseguirem desenvolver as habilidades expostas na BNCC (Brasil, 2018), que envolvem algoritmos/fluxogramas.

REFERÊNCIAS

Almeida, J. R. & Santos, M. C. (2017). Pensamento Algébrico: Em busca de uma definição. *Revista Paranaense de Matemática*, 6 (10), 34-60. doi: https://doi.org/10.33871/22385800.2017.6.10.34-60

Amaral, R. B., Mazzi, L. C., Andrade, L. V. & Perovano, A. P. (2022). *Livro Didático de Matemática: Compreensões e Reflexões no Âmbito da Educação Matemática*. 1. ed. Campinas-SP: Mercado de Letras.

Bardin, L. (2002). *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70.

Bianchini, B. L. & Lima, G. L. (2023). *O Pensamento Matemático e os diferentes modos de pensar que o constituem.* São Paulo: Livraria da Física.

Brasil. Ministério da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular: Ensino Fundamental*. Brasília, DF. Recuperado de: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

Brasil. Ministério da Educação (2019). *PNLD 2020: Apresentação – Guia de Livros Didáticos*. Brasília, DF. Recuperado de: https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2020

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental - Matemática*. Brasília, DF.

Evaristo, I. S., Terçariol, A. A. L. & Ikeshoji, E. A. B. (2022). Do pensamento computacional desplugado ao plugado no processo de aprendizagem da Matemática. *Revista Latino-americana de Tecnología Educativa*, 21(1). doi: https://doi.org/10.17398/1695-288X.21.1.75

Fiorentini, D., Miorin, M. A. & Miguel, A. (1993). Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. *Pro-Posições*, 4(1), 78-91. Recuperado de: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644384/11808

Gouveia, C. A. A. & Miskulin, R. G. S. (2018). Aspectos metodológicos de uma pesquisa de doutorado: uma busca pela manifestação da prática docente. In *Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa e Estudos Qualitativos - V SIPEQ*. Foz do Iguaçu, PR. Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos. Recuperado de: https://sepq.org.br/eventos/vsipeq/documentos/05330753600/10

Herbert, K. & Brown, R. H. (1997). Patterns as tools for Algebraic Reasoning. *Teaching Children Mathematics*. 3(6), 340-344. doi: https://doi.org/10.5951/TCM.3.6.0340

Liukas, L. (2019) *Olá, Ruby: Uma Aventura pela Programação*. 1. ed. São Paulo: Companhia das Letrinhas.

Silva, A. F. U. S. (2020). *Fluxogramas: Uma nova linguagem para trabalhar divisibilidade no Ensino Básico* (Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

Van de Walle, J. A. (2009). *Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. 6. ed. Porto Alegre: Artmed.

Vale, I. (2012). As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos. *Interacções*, 8(20). doi: https://doi.org/10.25755/int.493

Vale, I. (2013). Padrões em contextos figurativos: um caminho para a generalização em matemática. *REVEMAT*. 8(2), 64-81. doi: https://doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n2p64

Vale, I. & Barbosa, A. (2019). Pensamento algébrico: contributo da visualização na construção da generalização. *Educação Matemática Pesquisa*, 21(3), 398-418. doi: http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2019vol21i3p398-418

Vale, I. & Pimentel, T. (2011). Padrões e Conexões Matemáticas no Ensino Básico. *Educação e Matemática*, 110, 33-38. Recuperado de: https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1899/1940

Wing, J. (2016). PENSAMENTO COMPUTACIONAL – Um conjunto de atitudes e habilidades que todos, não só cientistas da computação, ficaram ansiosos para aprender e usar. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 9(2). doi: http://dx.doi.org/10.3895/rbect.v9n2.4711

NOTAS DA OBRA

TÍTULO DA OBRA
Relações entre os Pensamentos Algébrico e Computacional em atividades propostas por coleções de Livros Didáticos

Janaina Teixeira Leão Perceval
Mestranda em Educação Matemática e Ensino de Física
Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, Brasil
janaperceval@gmail.com
https://orcid.org/0009-0007-9364-2123

Maria Arlita da Silveira Soares
Doutora em Educação nas Ciências
Universidade Federal do Pampa, Caçapava do Sul-RS, Brasil
mariasoares@unipampa.edu.br
https://orcid.org/0000-0001-5159-8653

Leugim Corteze Romio
Doutor em Física
Universidade Federal do Pampa, Caçapava do Sul-RS, Brasil
leugimcr@gmail.com
https://orcid.org/0000-0001-5164-3792

Simone Pozebon
Doutora em Educação
Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, Brasil
spozebon@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-3872-5117

Endereço de correspondência do principal autor
Avenida Castelo Branco, 723,
Caçapava do Sul – RS - Brasil,
CEP: 96.570-000

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA
Concepção e elaboração do manuscrito: J. T. L. Perceval, M. A. S. Soares
Coleta de dados: J. T. L. Perceval, M. A. S. Soares
Análise de dados: J. T. L. Perceval, M. A. S. Soares, L. C. Romio, S. Pozebon
Discussão dos resultados: J. T. L. Perceval, M. A. S. Soares, L. C. Romio, S. Pozebon
Revisão e aprovação: J. T. L. Perceval, M. A. S. Soares, L. C. Romio, S. Pozebon

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA
O conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo não está disponível publicamente.

FINANCIAMENTO
Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES
Não se aplica.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista
Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista
Recebido em: 13-07-2023 – Aprovado em: 04-12-2023