

PRÁTICAS COM MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A IMPORTÂNCIA DO TRABALHO EM GRUPO

Practices With Modeling In Mathematics Education: Some Considerations On The
Importance Of Group Work

Josias Reis LIMA

Instituto Federal do Paraná, Campo Largo, Brasil

josias.lima@ifpr.edu.br

<https://orcid.org/0009-0007-2238-1042>

Dionisio BURAK

Universidade Estadual do Centro-Oeste, Guarapuava, PR, BR

dioburak@yahoo.com.br

<https://orcid.org/0000-0002-1345-1113>

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo ●

RESUMO

O presente estudo teve como objetivo investigar a importância dos trabalhos em pequenos grupos em uma prática de Modelagem Matemática na concepção de Burak (1992). A questão norteadora da investigação é examinar as possíveis contribuições proporcionadas pelo trabalho em grupos em práticas com Modelagem na Educação Matemática. Esse estudo é uma das práticas desenvolvidas com estudantes do 4º do Ensino Médio integrado ao técnico em Cooperativismo do Instituto Federal do Paraná Câmpus Pitanga-PR. A metodologia é de natureza qualitativa interpretativa com base nos pressupostos de Bogdan e Biklen (1994). O referencial teórico centra-se nos pressupostos de Burak (1992) e Higginson (1980) respectivamente para a Modelagem e para a Educação Matemática. Os resultados obtidos mostram que o trabalho colaborativo em grupo é uma estratégia eficiente para a construção do conhecimento no processo de ensino e aprendizagem, além de possibilitar o desenvolvimento de habilidades interpessoais

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Habilidades Interpessoais, Ensino e Aprendizagem

ABSTRACT

The present study aimed to investigate the importance of small group work in a Mathematical Modeling practice based on Burak's conception (1992). The guiding question of the research is to examine the potential contributions provided by group work in practices involving Modeling in Mathematics Education. This study is one of the practices developed with students in the 4th year of high school integrated with technical studies in Cooperative Management at the Federal Institute of Paraná, Pitanga Campus, Brazil. The methodology is of interpretative qualitative nature based on the assumptions of Bogdan and Biklen (1994). The theoretical framework focuses on the assumptions of Burak (1992) and Higginson (1980) for Modeling and Mathematics Education, respectively. The obtained results demonstrate that collaborative group work is an effective strategy for knowledge construction in the teaching and learning process, as well as enabling the development of interpersonal skills.

Keywords: Mathematical Modeling, Interpersonal Skills, Teaching and Learning

1 INTRODUÇÃO

A Matemática é uma disciplina fundamental que desempenha múltiplos papéis, dentre eles ela é importante como linguagem, para interpretar o mundo e analisar situações específicas, é também importante como ciência por si só. No contexto educacional, a Matemática desempenha uma função crucial no desenvolvimento cognitivo e lógico dos estudantes.

Entretanto, é importante ressaltar que, frequentemente, a disciplina é percebida como difícil, o que leva a uma compreensão limitada dos conceitos matemáticos em situações do cotidiano dos estudantes. Esse desafio, muitas vezes, surge de sua apresentação excessivamente formalizada e da falta de conexão com a realidade dos estudantes.

Porém, os últimos anos tem mostrado uma crescente preocupação em relação à condução do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, por parte de pesquisadores e professores. Eles têm realizado pesquisas para criação de novas metodologias com o propósito de, a partir de um processo de ensino mais competente, favorecer nos estudantes uma aprendizagem que seja mais significativa.

Uma dessas abordagens apresentadas no âmbito da Educação Matemática é a Modelagem de Burak (2004) que segue a concepção da Educação Matemática de Higginson (1980) e oferece aos estudantes a oportunidade de participar ativamente do processo de ensino e aprendizagem, envolvendo conceitos e conhecimentos matemáticos em contextos relevantes a partir de tema. Por meio da Modelagem, os estudantes podem desenvolver habilidades essenciais, tais como pensamento crítico e raciocínio lógico para a resolução de problemas. Entretanto, neste trabalho nos preocuparemos com a importância do trabalho em grupo vivido na prática com modelagem

Este trabalho está estruturado em Introdução; Referencial teórico sobre: Modelagem na Educação Matemática e Trabalhos em Grupos, Metodologia: Descrição da prática e análise, além de considerações finais e referências.

2 A CONCEPÇÃO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE HIGGINSON

Apresentamos uma breve descrição da concepção e Educação Matemática de Higginson (1980) que ampara a concepção de Modelagem de Burak (2004). A Educação Matemática de acordo com Higginson (1980) envolve outras áreas de conhecimento, além das dimensões da Matemática, e dentre elas as dimensões da Psicologia, da Sociologias e da Filosofia. A Educação Matemática considera, ainda, uma gama de elementos importantes na educação, como o desenvolvimento das capacidades cognitivas dos estudantes, suas origens culturais, contextos sociais e econômicos, o papel da língua materna, entre outros, para favorecer o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes. Essa abordagem busca estabelecer conexões interdisciplinares no decorrer do processo, superando a tradicional visão das Ciências Naturais e Exatas (Burak; Klüber, 2008).

Ao analisar a natureza da Educação Matemática, Higginson (1980, p.3) destaca que não haverá progresso substancial na abordagem das dificuldades de aprendizagem da matemática até que haja um amplo reconhecimento dos fundamentos essenciais da Educação Matemática.

Para Higginson (1980) a Educação Matemática, na forma geométrica, pode ser descrita como um tetraedro denominado MAPS (Figura 1), onde cada vértice corresponde a uma disciplina a saber: M= Matemática, A= filosofia, P= psicologia e S= sociologia.

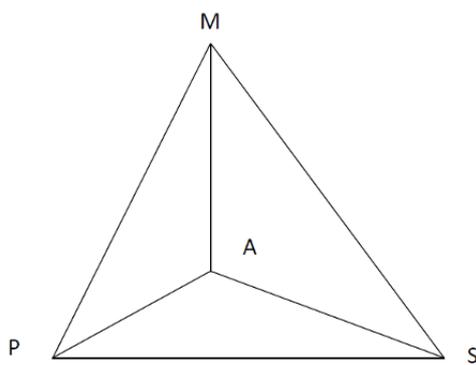


Figura 1: Tetraedro de Higginson
Fonte: Burak e Klüber (2008, p. 95)

As arestas do tetraedro mostram as interações entre as disciplinas. Por exemplo, as arestas MA, MP e MS mostram as relações e confluência entre matemática e filosofia,

matemática e psicologia e matemática e sociologia respectivamente. Para (Klüber, 2008 p. 38), “essas interações e confluências podem ser aos pares, trios e ou todas elas”

3 A MODELAGEM NA CONCEPÇÃO A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática na concepção de Burak (1992) segue os pressupostos da Educação Matemática de Higginson (1980).

Para Burak (1992, p. 62) a Modelagem na Educação Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”. Para o desenvolvimento das práticas com Modelagem, Burak (1992, p. 51) coloca dois princípios. 1) o interesse do grupo; 2) e a obtenção de dados, sempre que possível, deve se dar no local onde se encontra o interesse do(s) grupo (s). Além desses princípios, Burak sugere cinco etapas, não rígidas a saber:

1. Escolha do tema: Deve ser sugerido pelo(s) grupo(s) de estudantes envolvidos na pesquisa em conjunto com o professor, espera-se que justamente por ser um tema que os estudantes escolheram, eles se sintam motivados para realizar as outras quatro etapas.

2. Pesquisa Exploratória: Os estudantes devem buscar dados, que devem ser de várias fontes, mas sempre de fontes confiáveis. Essa pesquisa não precisa, inicialmente ser de assuntos matemáticos, mas sim de informações ou curiosidades de interesse do grupo.

3. Levantamento de problemas: é questionado aos estudantes o que chamou a atenção, o que gostariam de saber, quais problemas poderiam ser levantados a partir dos dados coletados.

4. Resolução dos Problemas: Só então, depois das primeiras etapas que começa o desenvolvimento dos conceitos matemáticos necessários para a resolução do(s) problema(s) encontrados na etapa anterior.

5. Análise crítica das soluções: essa fase propicia uma análise aprofundada dos resultados alcançados durante o processo, possibilitando uma reflexão sobre como esses resultados podem ser empregados para aprimorar as decisões e ações adotadas. Nessa também é marcada pela criticidade, não apenas em relação à matemática, mas em outros aspectos, que surgem naturalmente durante as etapas.

Embora reconhecendo outras concepções existentes de Modelagem Matemáticas e suas contribuições, optamos pela concepção de Burak, por levar em consideração as dimensões da educação Matemática, as quais consideramos tão importantes nas práticas com Modelagem para o processo de ensino e aprendizagem.

4 TRABALHO EM GRUPOS

Na literatura podemos encontrar pelo menos duas formas de trabalho em grupo, a cooperativa e colaborativa, de acordo com Costa, 2005 Apud Damiani (2008, p.214) verbo cooperar é derivado da palavra *operare* - que, em latim, quer dizer operar, executar, fazer funcionar de acordo com o sistema, já o verbo colaborar é derivado de *laborare* - trabalhar, produzir, desenvolver atividades tendo em vista determinado fim.

Dessa forma, Costa considera que nos trabalhos cooperativos há uma ajuda mútua para a realização de uma tarefa, podendo existir relações desiguais e hierárquicas entre os membros. Já na forma colaborativa, os integrantes se apoiam buscando objetivos previamente negociados, nesta abordagem há a ausência de hierarquia, a liderança é compartilhada com corresponsabilidade na condução das ações.

Quando os estudantes se envolvem em atividades colaborativas, eles têm a oportunidade de articular conceitos, compartilhar estratégias e construir significados de forma conjunta, promovendo, assim, uma compreensão mais profunda e contextualizada dos conteúdos ensinados, Sedano; Carvalho (2017)

Outra vantagem do trabalho em grupo é a pluralidade de pensamento. Cada estudante traz diferentes experiências, conhecimentos e habilidades. Ao interagir em grupo, os estudantes podem se beneficiar dessa diversidade, enriquecendo assim o processo de aprendizagem, Johnson e Johnson (1985)

Podemos destacar ainda que as competências gerais que devem ser desenvolvidas de acordo com a BNCC como comunicação, argumentação, empatia e cooperação podem ser promovidas com a elaboração de atividades em grupo. A BNCC reforça que o estudante deve “Atuar em grupo e demonstrar interesse em construir novas relações, respeitando a diversidade e solidarizando-se com os outros” BRASIL (2018, p. 50).

O trabalho em grupo promove o desenvolvimento de habilidades cognitivas (Vygotsky, 1978). Ao envolver os estudantes em discussões durante a resolução de problemas, o trabalho em grupo favorece a interação, estimula a troca de ideias e a

diversidade de pensamento. Essa interação contribui para uma compreensão mais profunda dos conceitos estudados, uma vez que o conhecimento de cada integrante é diferente dos demais. Quando há esta interação, os estudantes são expostos a diferentes perspectivas e estratégias de resolução.

Na teoria sociointeracionista de Vygotsky as relações entre aprendizagem e desenvolvimento são aspectos muito importantes, pois para ele o desenvolvimento é promovido pela aprendizagem, a interação entre meio e indivíduo é essencial nesse processo. A cultura e os hábitos sociais dessa cultura são, para Vygotsky uma das principais influências para que ocorra o desenvolvimento mental, elas indicam os caminhos e também as peculiaridades da sua conexão com o mundo.

Uma implicação importante, que vale também para a questão da aprendizagem de modo geral, é de natureza social e é parte de um processo em que o estudante desenvolve seu intelecto dentro da intelectualidade daqueles que o cercam” (Vygotsky, 1978).

Outro ponto que consideramos contribuições para o processo pedagógico é que o trabalho em grupo oportuniza que cada participante contribua com suas habilidades e conhecimentos, os participantes também se tornam corresponsáveis pela sua aprendizagem e ajudar os colegas a atingir os objetivos educacionais.

5 METODOLOGIA

Tendo em vista a questão a ser investigada e os objetivos pretendidos de serem alcançados, buscamos neste trabalho desenvolver um estudo que envolve práticas com modelagem a fim de verificar qual a importância do trabalho em grupo nas práticas com modelagem na educação matemática. Para isso, optamos por um método de investigação de natureza qualitativa/interpretativa, por favorecer a busca pelas compreensões necessárias.

A pesquisa qualitativa é uma metodologia de caráter exploratório, seu foco está no caráter subjetivo do objeto analisado. Segundo Bogdan; Biklen (1994, p. 50) o pesquisador qualitativo não extrai os dados a fim de confirmar hipóteses, na verdade as hipóteses são construídas à medida que os dados são recolhidos e agrupados. O investigador qualitativo utiliza parte dos estudos para descobrir quais serão as questões norteadoras que serão estabelecidas na teoria estudada.

Ainda segundo Bogdan e Biklen (1994), na pesquisa qualitativa, a fonte primária de dados é o ambiente natural, e seu caráter é descritivo. Os dados coletados assumem a forma de palavras ou imagens, em oposição a números. Os resultados da pesquisa qualitativa são apresentados por meio de narrativas, frequentemente apoiados por citações extraídas dos dados, que servem para ilustrar e fundamentar as conclusões.

A coleta de dados são as observações que foram registradas durante as aulas, com descrições detalhadas. Esses dados englobam transcrições de entrevistas, anotações em diário de campo, documentos pessoais, memorandos e outros registros como fotografias e vídeos, captando não apenas as ações, mas também as emoções e o contexto em que ocorrem.

Participaram dessa pesquisa 21 estudantes do quarto ano do Ensino Técnico em Cooperativismo integrado ao ensino médio do Instituto Federal do Paraná Câmpus Pitanga, PR. Os estudantes do quarto estão situados na faixa etária compreendida entre 17 e 19 anos, os mais novos estão próximos de completar 18 anos, enquanto os de 19 anos recentemente atingiram esta idade.

Os estudantes foram divididos em cinco grupos, a escolha dos grupos se deu de forma livre pelos estudantes, o professor sugeriu que fossem grupos de 4 pessoas, mas como havia 21 estudantes um dos grupos ficou com 5 integrantes. Os estudantes foram denominados com A1, A2, A3, A4 (grupo A); B1, B2, B3, B4 (grupo B); C1, C2, C3, C4, C5 (grupo C); D1, D2, D3, D4 (grupo D) e E1, E2, E3, E4 (grupo E).

No curso Técnico em Cooperativismo os estudantes têm contato com várias disciplinas, o curso é estruturado em um formato anual, com os componentes curriculares distribuídos ao longo de quatro anos letivos. Importante destacar esses componentes curriculares, pois podem influenciar em como esses estudantes enxergam o mundo pois a organização curricular está estruturada à construção de conhecimento capacitando os participantes no domínio e uso dos conteúdos, integrando teoria e prática no seu cotidiano.

6 DESCRIÇÃO DA PRÁTICA COM MODELAGEM

A presente pesquisa foi desenvolvida com um dos grupos de estudantes, a saber o grupo A. Inicialmente, foi explicado o procedimento da pesquisa e como deveriam ser desenvolvidas as práticas com Modelagem, foram apresentadas aos estudantes as cinco etapas propostas por Burak (1992) e os dois princípios básicos apontados por Burak (1992,

p.51) sendo 1. O interesse do grupo e 2. a coleta das informações e os dados, sempre que possível, se dá no ambiente onde se localiza o interesse do grupo.

Em seguida, deu-se início à primeira etapa, o professor pediu para os estudantes dissessem quais assuntos achavam interessante, deixando claro que estes assuntos não precisam ter relação com matemática.

Os temas mais lembrados pelos estudantes foram: filmes, séries, futebol, olimpíadas, vôlei, karatê. Neste momento um dos estudantes sugeriu que em vez de especificar um esporte, que o tema fosse mais geral, assim caso o tema escolhido fosse este, cada grupo poderia fazer do esporte que mais gosta ou tem interesse.

Foi acatada a sugestão, e os temas sugeridos foram: Esportes, Séries/Filmes, Jogos de videogame, Soja e Meio Ambiente. Em regime de votação o tema escolhido que seria desenvolvido o trabalho foi filmes e séries, tanto de séries de TV como séries de *Streaming*.

A partir do tema inicial Séries e Filmes, os grupos deram enfoques diferentes, mas o grupo A escolheu pesquisar sobre o seriado Chaves.

Para a segunda etapa (pesquisa exploratória) o professor orientou que os estudantes pesquisassem sobre séries e coletassem dados como tipos de séries, dados do enredo, cenários, produção e outros elementos que considerassem importantes, mesmo que esses elementos, inicialmente, não tivessem nada de matemática.

O professor deixou claro que poderiam pesquisar sobre qualquer assunto relacionado a série, que destacassem coisas que aguçassem sua curiosidade, para isso poderiam usar livros didáticos, revistas, jornais e inclusive a internet.

Os estudantes foram incentivados a usar fontes confiáveis e a fazer uma análise crítica dos dados coletados, compartilhar as descobertas com o grupo para poderem discutir sobre o assunto e aprender juntos.

O grupo A encontrou várias informações sobre a sinopse do seriado e fizeram vários paralelos com a vida cotidiana atual no Brasil. Ao apresentar para toda a turma os dados encontrados na primeira pesquisa, uma informação chamou bastante atenção, os estudantes encontraram em um site que dizia que até 1995, 31% das crianças não tinham registro paterno no México, um número que cresceu para 41% em 2019 enquanto no Brasil 6% das crianças que nascem não tem o nome do pai em seus documentos

Os dados encontrados ensejaram algumas discussões entre os membros do grupo A com os membros dos outros grupos, o professor perguntou se esses números estavam mesmo corretos, pois 41% é quase a metade.

Após os diálogos os estudantes do grupo A pesquisaram, encontraram vários sites de notícias até mesmo de universidade que corroboravam a informação que no Brasil o número de crianças sem o nome do pai no registro é próximo de 6%, no entanto, não conseguiram confirmar os números relativos ao México chegando à conclusão que a notícia veiculada no site pesquisado não seria verdadeira.

Diante disso, o professor salientou novamente a importância de pesquisar em fontes confiáveis, se desconfiar por algum motivo, é necessário buscar outras fontes para obter a confirmação da informação.

As etapas sugeridas por Burak (1992) não são rígidas, portanto, mesmo não sendo ainda a etapa da análise crítica, a quinta etapa da Modelagem, foi possível conversar e trocar ideias com os estudantes sobre estas informações.

Os estudantes continuaram com a pesquisa e encontraram informações sobre o custo da produção da série e o faturamento advindo de suas exibições. O custo para produzir um episódio nos anos 70 era entre 2.000 e 3.000 dólares. O faturamento vinha com a inserção de comerciais televisivos, produtos licenciados e merchandising. Desde 1992, a Televisa que é a TV que detém os direitos do seriado, não produziu nenhum episódio novo e até a data da pesquisa, mesmo sem ter nenhum gasto adicional chegou a faturar 1,7 bilhão de dólares somente com cessão dos direitos de exibição.

No Brasil o seriado é exibido pelo Sistema Brasileiro de Televisão (SBT) e de acordo com a pesquisa feita, o SBT cobra R\$ 80.000,00 por um anúncio de 30 segundos, cada episódio do seriado Chaves tem em média oito propagandas. A partir dessas informações deu-se a etapa do levantamento do(s) problema(s).

Assim, a primeira questão levantada pelo Grupo A foi verificar se o dinheiro recebido com os anúncios que são transmitidos nos intervalos comerciais seria o suficiente para gerar lucros. Mas logo perceberam que a questão seria de fácil resolução pois o valor de apenas um comercial, R\$ 80000,00, já é superior ao custo total de produção de um episódio, US\$3000,00 considerando que o dólar valia aproximadamente R\$5,20.

O professor perguntou aos estudantes se eles achavam que os US\$3000,00 nos anos 70 é equivalente a US\$3000,00 nos dias de hoje e se R\$80000,00 de hoje é equivalente a R\$80000,00 dos anos 70. Eles prontamente responderam que não, com esta observação surgiu a ideia de alterar o problema, agora eles iriam investigar qual seria o custo de produção de cada episódio em valores atualizados e se o faturamento recebido com os anúncios que são transmitidos nos intervalos comerciais seria o suficiente para gerar lucros.

Para resolver o problema os estudantes precisaram investigar um novo subproblema, a inflação acumulada desde 1973, para isso pesquisaram e encontraram uma calculadora no site do Banco Central do Brasil. Nesta calculadora basta colocar a data inicial, a data final e o valor a ser corrigido. A calculadora fornece inclusive o índice de correção no período.

Dados básicos da correção pelo IPC-SP (FIPE)	
Dados informados	
Data inicial	01/1973
Data final	02/2023
Valor nominal	Cr\$ 0,00 (CRUZEIRO)
Dados calculados	
Índice de correção no período	3.607.694.770.587,00772200
Valor percentual correspondente	360.769.477.058.600,772200 %
Valor corrigido na data final	R\$ 0,00 (REAL)
<input type="button" value="Fazer nova pesquisa"/> <input type="button" value="Imprimir"/>	

Figura 2: Cálculo da inflação acumulada
 Fonte: <https://www3.bcb.gov.br/CALCIDADAO>

Porém o valor mostrado na calculadora foi um número muito grande que não teve significado para os estudantes. O professor comentou que nos anos 80 e 90 houve hiperinflação no Brasil, com mudança de moedas e talvez por isso o cálculo para descobrir a inflação acumulada seja bem complexo. O professor questionou ainda se eles conseguiriam descobrir quantos cruzeiros o dólar valia em 1973. Os estudantes continuaram pesquisando e tiveram muita dificuldade para garantir que as informações encontradas estavam corretas, mas colocaram no buscador a seguinte frase “1 dólar valia quantos cruzeiros em 1973”. Como resposta a pergunta obtiveram que US\$1,00 em 1973 seria o equivalente a CR\$ 6,00. Então os estudantes usaram outra vez a calculadora do Banco Central do Brasil para saber quanto valeria hoje CR\$ 6,00.

Dados básicos da correção pelo IPC-SP (FIPE)	
Dados informados	
Data inicial	01/1973
Data final	02/2023
Valor nominal	Cr\$ 6,00 (CRUZEIRO)
Dados calculados	
Índice de correção no período	3.607.694.770.587,00772200
Valor percentual correspondente	360.769.477.058.600,772200 %
Valor corrigido na data final	R\$ 7,87 (REAL)
<input type="button" value="Fazer nova pesquisa"/> <input type="button" value="Imprimir"/>	

Figura 3: Valor atual de CR\$ 6,00
 Fonte: <https://www3.bcb.gov.br/CALCIDADAO>

Os estudantes disseram que pela calculadora CR\$ 6,00 valeriam hoje R\$ 7,87. O professor perguntou se eles achavam que este valor fazia sentido e se daria para usar este valor para resolver o problema. O estudante A2 disse que achava que o valor estava errado, justificou dizendo que US\$1,00 vale aproximadamente R\$ 5,20, então pela calculadora do Banco Central do Brasil, quem tinha um dólar em 1973 teria CR\$ 6,00 que hoje seria equivalente a R\$7,87 que é aproximadamente US\$1,50 e no entendimento deste estudante o valor deveria ser bem maior. O professor concordou e perguntou se não haveria um outro caminho, pois a dificuldade para resolver o problema é justamente porque no Brasil houve hiperinflação, várias mudanças de moeda, mas nos Estados Unidos a inflação sempre se manteve em níveis baixos e com pouca variação e a moeda (dólar) continua a mesma.

Neste momento, um integrante do grupo B se manifestou e sugeriu que eles usassem o dólar para atualizar o poder de compra de 1973 para hoje e depois mudar direto para Real. Os integrantes do grupo A concordaram e começaram a pesquisar como poderiam saber o poder de compra de US\$1,00 em 1973. Nas pesquisas descobriram que existe uma tabela que relaciona o poder de compra nos Estados Unidos ao longo do tempo.

Assim como no Brasil existe o IPCA que é produzido pelo IBGE, nos Estados Unidos tem o CPI (*Consumer Price Index*) que em inglês significa Índice de Preço ao Consumidor que é divulgado pelo *Bureau of Labor Statistics* (BLS) que significa Departamento de Estatísticas do Trabalho.

A série histórica do CPI é utilizada exatamente para comparar as tendências de preços ao longo do tempo e monitorar a inflação. A série histórica do CPI começa em 1913 e continua sendo atualizado, ou seja, com os dados do CPI é possível comparar o poder de consumo do dólar em qualquer data a partir de 1913.

Os estudantes pesquisaram no site oficial da BLS e foi possível encontrar a série histórica do CPI americano. O valor do CPI é calculado como uma média ponderada de preço de alguns bens e serviços que representam o consumo de uma família urbana típica em relação a um período base.

De acordo com a pesquisa feita pelos estudantes, o BLS definiu o período base do CPI o período entre 1982 e 1984. Isso significa que é comparado o valor dos bens e serviços em qualquer ano com o preço desta mesma cesta de serviços no período base. Por exemplo, o CPI de 1977 foi 60,6, isso significa que para comprar uma determinada cesta de serviços e bens, a quantidade de dólar seria 60,6% da quantidade de dólar necessário para comprar a mesma cesta em 1982-1984. Assim como para comprar essa cesta em 1989 seria necessário 124% da quantidade de dólar que seria gasto em 1982-1984.

Year	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec	Annual
1977	58.5	59.1	59.5	60.0	60.3	60.7	61.0	61.2	61.4	61.6	61.9	62.1	60.6
1978	62.5	62.9	63.4	63.9	64.5	65.2	65.7	66.0	66.5	67.1	67.4	67.7	65.2
1979	68.3	69.1	69.8	70.6	71.5	72.3	73.1	73.8	74.6	75.2	75.9	76.7	72.6
1980	77.8	78.9	80.1	81.0	81.8	82.7	82.7	83.3	84.0	84.8	85.5	86.3	82.4
1981	87.0	87.9	88.5	89.1	89.8	90.6	91.6	92.3	93.2	93.4	93.7	94.0	90.9
1982	94.3	94.6	94.5	94.9	95.8	97.0	97.5	97.7	97.9	98.2	98.0	97.6	96.5
1983	97.8	97.9	97.9	98.6	99.2	99.5	99.9	100.2	100.7	101.0	101.2	101.3	99.6
1984	101.9	102.4	102.6	103.1	103.4	103.7	104.1	104.5	105.0	105.3	105.3	105.3	103.9
1985	105.5	106.0	106.4	106.9	107.3	107.6	107.8	108.0	108.3	108.7	109.0	109.3	107.6
1986	109.6	109.3	108.8	108.6	108.9	109.5	109.5	109.7	110.2	110.3	110.4	110.5	109.6
1987	111.2	111.6	112.1	112.7	113.1	113.5	113.8	114.4	115.0	115.3	115.4	115.4	113.6
1988	115.7	116.0	116.5	117.1	117.5	118.0	118.5	119.0	119.8	120.2	120.3	120.5	118.3
1989	121.1	121.6	122.3	123.1	123.8	124.1	124.4	124.6	125.0	125.6	125.9	126.1	124.0

Figura 4: parte da Série histórica do CPI Americano
 Fonte: <https://data.bls.gov/pdq/SurveyOutputServlet>

Em posse desses dados, foi possível calcular o poder de compra do dólar em 1973 e atualizar o valor para 2023 e depois fazer o câmbio para Real.

Para facilitar os cálculos os estudantes usaram o valor fictício de US\$1.000,00 em 1973 e calcularam quanto seria o equivalente no período base (1982-1984), depois consideraram esse valor e calcularam quanto seria em fevereiro de 2023, sabendo que o CPI de 1973 é 44,4 e o CPI de fevereiro de 2023 é 300,84.

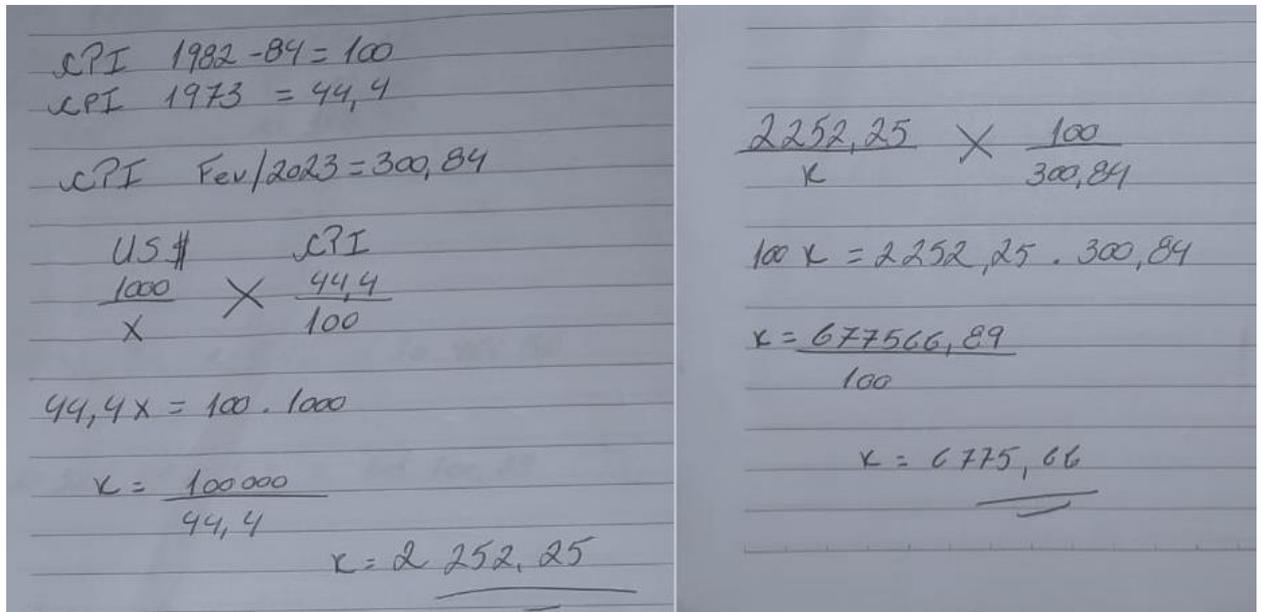


Figura 5: Poder de compra do dólar de 1973 e em fevereiro 2023
 Fonte: acervo de imagens do pesquisador, 2023

Ou seja, US\$ 1.000,00 em 1973 seria o equivalente a US\$ 2.252,25 no período entre 1982-1984, e esse valor é equivalente a US\$ 6.775,66 em fevereiro de 2023.

Considerando os dados da pesquisa exploratória, o custo para produzir um episódio de Chaves era entre US\$2.000,00 e US\$3.000,00. Com base nas contas anteriores, os estudantes foram capazes de atualizar o valor do dólar e calcular o valor em Reais, considerando US\$ 1,00 igual a R\$ 5,20.

O custo para produzir um episódio de Chaves em 1973 seria equivalente hoje a um valor entre R\$ 70.466,86 e R\$ 105.700,29. Como cada anúncio tem custo de R\$ 80.000,00 e cada episódio tem 8 anúncios, a estimativa de receita que cada episódio gera é R\$ 640.000,00.

1973	2023	
1000,00	6 775,66	$13.551,32 \times 5.2 = 70.466,86$
2000,00	13 551,32	
3000,00	20 326,98	$20.326,98 \times 5.2 = 105.700,29$

Figura 6: Valor atualizado do custo para produzir um episódio do Chaves
 Fonte: acervo de imagens do pesquisador, 2023

Após a resolução dos problemas iniciou a etapa da Modelagem denominada Análise crítica da (s) solução(ões), foi questionado aos estudantes sobre o que eles acharam do trabalho, quais foram as dificuldades, se gostaram de trabalhar com a Modelagem Matemática.

Os membros do grupo responderam que gostaram de fazer o trabalho, que no início tiveram dificuldade para saber a inflação acumulada no Brasil desde 1973, que eles até encontraram uma calculadora, mas não sabiam como foi calculado ou quais dados foram/são usados.

O professor comentou que gostou muito desta análise, o problema não é o uso da calculadora, o problema é que muita gente decora como usar a calculadora e não tem ideia de como são feitos os cálculos. O mesmo problema acontece com a pesquisa na internet, algumas informações são muito difíceis de encontrar, talvez nem tenha, ou pior, muitas vezes têm informações incorretas.

Os estudantes concordaram e citaram inclusive o equívoco com a informação das crianças sem o pai no registro, o professor reforçou que a informação pode até ser verdadeira, mas é sempre bom analisar as informações e verificar se faz sentido.

O professor questionou ainda se os estudantes viram algum outro problema social no seriado. O estudante A1 disse que analisando com mais calma via outros. O Chaves está sempre com fome, o seu Madruga está desempregado e sempre está tentando algo diferente para ganhar um pouco de dinheiro, a escola é estereotipada onde os estudantes fazem muita bagunça e brigam, o professor fuma em sala, o único estudante que responde corretamente é o Nhonho que também é único que tem uma condição financeira melhor.

Durante esses diálogos, os estudantes dos outros grupos também lembraram vários episódios do seriado que fazem crítica social. Dos temas falados, os mais citados foram o da fome e do desemprego, mas também lembraram que o próprio cenário é um

pátio compartilhado por algumas casas e é neste pátio compartilhado que eles colocam roupas para secar e precisam dividir o varal.

Os estudantes lembraram também que a dona Florinda, por ter um pouco mais de dinheiro que os vizinhos, se acha rica, apesar de também pagar aluguel no mesmo lugar que as pessoas que ela julga serem gentinhas. Os estudantes ficaram alguns minutos lembrando episódios que havia crítica social, mas também lembraram de cenas que eles consideravam engraçadas.

Continuando com as análises, o professor perguntou como foi a tentativa de transformar dólares em cruzeiro e depois cruzeiros em Reais usando a calculadora on-line, o estudante A2 respondeu que usar a calculadora parecia ser o caminho natural, mas o resultado não fez muito sentido.

O professor comentou que chegar a um resultado equivocado algumas vezes é importante, errar é uma forma de aprender e isso é bom para eles perceberem que às vezes não dá para usar simplesmente uma ferramenta da internet, é muito importante verificar se os resultados obtidos fazem sentido. E nesse caso especificamente, os cálculos são apenas uma estimativa, já que a inflação ao longo do tempo depende de vários fatores.

O professor perguntou se eles acharam válido na segunda tentativa de resolver o problema, usar o CPI americano e se o resultado foi satisfatório. O estudante A1 disse que achava que tinha ficado melhor porque nos Estados Unidos ainda é a mesma moeda e tem a série histórica do CPI, então usando Regra de 3 daria para encontrar o poder de compra do dólar em qualquer data. O estudante A3 ainda ponderou que o CPI leva em conta a inflação nos Estados Unidos, mas o seriado Chaves é um programa mexicano, então talvez a solução não fique bem correta.

O Professor questionou se os estudantes achavam que os valores encontrados entre R\$70.000,00 e R\$ 120.000,00 é condizente com os valores gastos atualmente. O estudante A2 respondeu que depende da série, pois as séries americanas gastam muito mais, na pesquisa feita encontraram informação que algumas gastam até 10 milhões de dólares por episódio. Mas observou que o seriado Chaves, era produzido com um cenário simples e feito com materiais baratos além de ter poucos personagens, portanto considerou que R\$ 100.000,00 é um valor aceitável.

O professor observou que para atualizar o valor, os estudantes transformaram US\$ 1.000,00 para o período de 1982-1984 e depois atualizaram este valor para fevereiro de 2023. o Grupo então percebeu que não precisava achar o de 1982-1984, que poderia relacionar direto o CPI de 1973 e o CPI de fevereiro de 2023. Mas o professor esclarece

que apesar de existir uma forma mais direta, a maneira que eles fizeram também é correta e não havia nenhum problema, o importante é que eles raciocinaram corretamente.

Por fim, como os estudantes calcularam que um episódio custa perto de R\$ 100.000,00 e tem potencial de gerar R\$ 640.000,00, o professor perguntou se um episódio geraria um lucro de aproximadamente R\$ 540.000,00. O estudante A2 disse que depende do que é o custo de produção de fato, se os R\$ 100.000,00 foi o custo literalmente para produzir um episódio, o lucro não vai ser os R\$ 520.000,00 porque tem outros custos, como custo de transmissão, o canal de TV tem vários funcionários que precisam receber salários, tem equipamentos, tem os impostos e vários outros custos como de marketing por exemplo. No entanto, pode ser que neste R\$ 100.000,00 já estejam incluídos estes custos.

A análise foi muito rica, e contribuiu para a formação integral dos estudantes, pois perceberam a Modelagem Matemática propiciou além dos conteúdos matemáticos questionamentos sobre fontes de pesquisa, perceberam que mesmo uma série aparentemente inocente como o “Chaves” poder ter várias críticas sociais, cada uma dessas críticas pode ser objeto de estudo, perceberam ainda que por trás de um cálculo matemático, como saber o poder de compra em uma determinada data, existem vários fatores históricos, sociais e econômicos.

7 ANÁLISE E REFLEXÕES SOBRE A PRÁTICA REALIZADA

A utilização da Modelagem na Educação Matemática na prática pedagógica possibilitou reflexões acerca da importância do trabalho em grupo na realização das ações no âmbito da prática com Modelagem.

Segundo Johnson & Johnson (1999), permitir que os estudantes tenham a autonomia para escolher de quais grupos farão parte apresenta algumas vantagens educacionais. A Liberdade de escolha permite que os estudantes criem um ambiente mais inclusivo e acolhedor, no qual ficam mais à vontade para expressar suas ideias e isso pode aumentar a motivação e o comprometimento com as ações desenvolvidas durante o processo. Além de desenvolver habilidades sociais como comunicação, negociação e até mesmo a resolução de conflitos. Essas habilidades interpessoais e sociais são fundamentais no desenvolvimento pessoal dos estudantes, como o fortalecimento da autoconfiança e a empatia.

Quando os estudantes se envolvem em pesquisas constituindo um grupo, a presença de diferentes pontos de vista entre os integrantes enriquece a discussão. Essa diversidade possibilita um debate construtivo e promove o pensamento crítico.

Por isso é extremamente importante que as ações em grupo sejam de fato colaborativas, que tudo seja construído e discutido pelo grupo, é muito importante que os estudantes entendam que não devem dividir a tarefa onde cada integrante fica responsável por uma parcela das atividades, pois quando isso acontece, não há interação e discussão entre os integrantes do grupo.

Provavelmente foi o que aconteceu no início na prática de modelagem. Os estudantes começaram a pesquisar individualmente e não discutiram sobre o que tinham pesquisado, por isso acreditaram na informação que 41% das crianças no México não tinham o nome do pai nos documentos.

Mas esse primeiro equívoco teve papel importante para a realização da prática, pois foi possível discutir com os estudantes sobre a importância de verificar a veracidade das informações encontradas.

Os estudantes continuaram a pesquisa, em conjunto encontraram mais informações sobre custos e receita do referido seriado.

Na etapa de levantamento de problemas, vemos outra vez a importância do trabalho colaborativo, Segundo Dewey(1978) o trabalho em grupo promove um ambiente para a identificação, investigação e solução de problemas. O trabalho em grupo promove a criticidade dos estudantes e como os questionamentos incentivam os estudantes a explorar novas linhas de investigação.

O trabalho colaborativo contribuiu para a formulação de perguntas mais aprofundadas e por consequência soluções inovadoras, como por exemplo, ao responder a uma indagação do pesquisador sobre a relação cruzeiro (moeda do Brasil a época) e o dólar, o grupo percebeu que para buscar a solução correta do problema, precisariam pesquisar sobre outros problemas mais complexos como por exemplo a inflação acumulada, por conseguinte encontrar soluções mais elaboradas, usar o CPI americano. Podemos inferir que se fosse um trabalho individual, dificilmente um estudante sozinho conseguiria chegar nesses questionamentos.

Depois de discutir as estratégias usadas para chegar na resolução do problema, o professor questionou se o grupo viu algum outro problema social no seriado.

Neste momento foi possível ver a interação entre os grupos da sala, conforme relatado no capítulo da descrição da prática, praticamente todos estudantes da sala participaram, ou relembrando algum problema social ou relembrando alguma cena engraçada da série.

A interação entre diferentes grupos permite que os estudantes aprendam com abordagens e estratégias utilizadas por outros grupos promovendo uma aprendizagem rica de informações e pontos de vista (Johnson & Johnson, 1999).

Essas discussões entre os grupos após a conclusão do trabalho desempenham um papel importante no processo de compreensão das ações desenvolvidas. Esse momento pós-trabalho oferece uma oportunidade para os membros do grupo (ou até mesmo com outros grupos) fixarem e internalizarem os conceitos, os métodos e os resultados obtidos ao longo da prática. A troca de ideias e a reflexão conjunta possibilitaram uma revisão mais profunda do material, consolidando o aprendizado de forma mais duradoura.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As análises e reflexões apresentadas ao longo deste artigo, mostraram como o trabalho em grupo é uma estratégia eficiente para a construção coletiva do conhecimento. A interação entre os membros do grupo, aliada à responsabilidade individual, possibilita a conclusão de tarefas além do desenvolvimento de habilidades interpessoais.

O trabalho em grupo promoveu um clima colaborativo na sala de aula, portanto com potencial de preparar os estudantes para os desafios sociais e profissionais que encontrarão durante a vida.

O trabalho colaborativo em grupo também forneceu um ambiente com troca de ideias e a resolução coletiva de problemas, enquanto a modelagem matemática contextualiza esses desafios no mundo real. A interação constante entre os estudantes durante as práticas de Modelagem, não apenas enriquece a experiência coletiva, mas também aprimora a compreensão matemática individual.

O processo de interação e discussão durante as práticas de modelagem fortalecem a base cognitiva e as habilidades sociais que são essenciais para a vida. Essa formação integral não apenas prepara os estudantes para os desafios acadêmicos, mas também capacita para enfrentar as complexidades da sociedade moderna e auxilia no desenvolvimento pessoal dos estudantes.

REFERÊNCIAS

- Bogdan, R. C.; Biklen, S. K. (1994) *Investigação Qualitativa em Educação. Uma Introdução à Teoria e aos Métodos*. 1a edição ed. Porto: Porto.
- BRASIL.(2018) Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC,
- Burak, D. (1992) *Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem*. 460 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.
- Burak, D. Modelagem Matemática e a Sala de Aula. In: I EPMEM - ENCONTRO PARANAENSE DA MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1. 2004, Londrina. Anais... Londrina: UEL, 2004, p. 1-10.
- Burak, D.; Klüber, T. E. (2008) *Educação Matemática: contribuições para a compreensão da sua natureza*. , p. 14.
- Damiani, Magda Floriana. Entendendo o ensino colaborativo em educação e revelando seus benefícios. *Revista Educar Curitiba*: Ed. UFPR, 2008, n. 31, p. 213-230.
- Dewey, J. (1978). *Vida e educação* (11a ed., A. S. Teixeira, Trad.). São Paulo, SP: Melhoramentos.
- Higginson, W. (1980) On the Foundations of Mathematics Education. For the Learning of Mathematics, v. 1, n. 2, p. 3–7. FLM Publishing Association.
- Johnson, D. & Johnson, R. (1985). Motivational processes in cooperative, competitive, and individualist learning situations. In C. Ames & R. Ames, *Research on motivation in education: The classroom milieu* (Vol. 2, pp. 249 – 286). London: Academic Press, inc.
- Johnson, D. W., & Johnson, R. (em inglês) T. (tradução) (1999). (em inglês). *Aprender em conjunto e sozinho: Aprendizagem cooperativa, competitiva e individualista*(5a ed.).
- Sedano, L.; Carvalho, A. M. P. D. Ensino de ciências por investigação: oportunidades de interação social e sua importância para a construção da autonomia moral. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 10, n. 1, p. 199, 2017
- Vygotsky, L.S. (1978) *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press

NOTAS DA OBRA

TÍTULO DA OBRA

Práticas com modelagem na Educação Matemática: Algumas considerações sobre a importância do trabalho em grupo

Josias Reis Lima

Especialização

Instituto Federal do Paraná, Campo Largo, Brasil

josias.lima@ifpr.edu.br

<https://orcid.org/0009-0007-2238-1042>

Dionisio Burak

Doutor

PPGEN (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática)- Universidade Estadual do Centro-Oeste: Guarapuava, PR, BR

djoburak@yahoo.com.br

<https://orcid.org/0000-0002-1345-1113>

Endereço de correspondência do principal autor

Endereço para correspondência indicando Rua Engenheiro Tourinho, 829 – Vila Solene, Campo Largo-PR- Brasil CEP: 83607-140

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA

Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Comitê De Ética Em Pesquisa Da Unicentro (Comep). Em 12 De Agosto, A Pesquisa Foi Aprovada Pelo Parecer 5.579.446

LICENÇA DE USO – uso exclusivo da revista

Os autores cedem à **Revemat** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a [Licença Creative Commons Attribution](#) (CC BY) 4.0 International. Esta licença permite que **terceiros** remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os **autores** têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista

Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no [Portal de Periódicos UFSC](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EQUIPE EDITORIAL – uso exclusivo da revista

Mérciles Thadeu Moretti

Rosilene Beatriz Machado

Débora Regina Wagner

Jéssica Ignácio

Eduardo Sabel

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista

Recebido em: 05-02-2024 – Aprovado em: 08-10-2024