Artigo Original

REVEMAT
REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS: UM COMPARATIVO ENTRE DIFERENTES NÍVEIS EDUCACIONAIS

Problem Formulation: A Comparison Between Different Education Levels

Eliane Bihuna de AZEVEDO
Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, Brasil
eliane.azevedo@udesc.br
https://orcid.org/0000-0002-7075-177X

Elisandra Bar de FIGUEIREDO
Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, Brasil
elisandra.figueiredo@udesc.br
https://orcid.org/0000-0003-2101-4009

Amanda Zanelato COLAÇO
Instituto Federal Catarinense, São Bento do Sul, Brasil
amandazanelatocolaco@gmail.com
https://orcid.org/0000-0001-7334-3643

RESUMO

A Formulação de Problemas (FP) no contexto escolar acontece quando o estudante usa sua criatividade para reformular ou criar seus próprios problemas relacionados aos conteúdos matemáticos abordados em sala de aula e, por meio dela, tem a oportunidade de explorar seus próprios interesses, tornando o processo de criação significativo e proveitoso. Este trabalho apresenta uma comparação entre os problemas formulados por bolsistas de Iniciação Científica (IC) que pesquisaram sobre FP e três grupos de estudantes que não tiveram contato prévio com essa teoria: alunos de Cálculo da graduação, da pós-graduação em Matemática e monitores de Cálculo. As situações-problema eram semiestruturadas e abordavam o tema de funções. A análise das atividades, comparando a estrutura do problema formulado por cada participante da pesquisa com a situação descrita, mostrou que o percentual dos problemas criados pelas alunas de IC e pelos alunos de pós-graduação que atendiam completamente à proposta foi de 100 % e 83,3 %, respectivamente, enquanto pelos alunos de Cálculo e pelos monitores foi 40 % e 37,5 %, respectivamente. Com base nessa experiência, podemos inferir que as estudantes de IC que tiveram contato teórico prévio com FP e os alunos de pós-graduação, que eram todos professores e têm a experiência e o amadurecimento do conteúdo, obtiveram melhores resultados nas atividades.

Palavras-chave: Elaboração de Problemas, Resolução de Problemas, Ensino de Funções

ABSTRACT

Problem Formulation (PF) in a school context takes place when the students use their creativity to reformulate or to design their own problems related to the mathematical contents studied in the classroom. Using it gives them the opportunity to explore their own interests, making the development process meaningful and beneficial. This work presents a comparison between the problems formulated by scholarship students in the undergraduate research project who studied PF and three groups of students with no prior contact with this theory: undergraduate Calculus students, graduate Mathematics students and Calculus monitors. The problem situations were semi-structured and addressed the theme of functions. The analysis of the activities, comparing the structure of the problem formulated by each participant with the described situation, showed that the problems designed by the undergraduate research project students and by the graduate students which fully met the requirements were 100 % and 83.3 %, respectively, while those by the Calculus students and by the monitors were 40.0 % and 37.5 %, respectively. Based on this experience, we can infer that the undergraduate research project students, who had previous contact with PF, and the graduate students, all of whom were teachers who have the experience and maturity regarding the contents, produced the best results in the activities.

Keywords: Problem Design, Problem Solving, Teaching of Functions

1 INTRODUÇÃO

As aulas de matemática costumam ser associadas ao rotineiro itinerário de explicações do docente e posterior proposição de exercícios de aplicação para os estudantes, em que a relação professor e aluno fica centralizada no primeiro, que, segundo Groenwald, Silva e Mora (2004), tem um caráter dominante em sala de aula por ser considerado o detentor do conhecimento, enquanto o segundo é o receptor passivo da informação. Esses autores defendem a mudança desse cenário, uma vez que o estudante precisa ter uma participação ativa na construção do conhecimento à medida que o professor atua como o moderador do processo de aprendizagem.

Essas características têm sido encontradas em práticas de ensino não tradicionais, sendo que algumas envolvem o uso de artefatos tecnológicos, enquanto outras não precisam, necessariamente, desses para sua concretização. Entre essas práticas, pode-se citar a Formulação de Problemas (FP). Na FP, o estudante tem a oportunidade de utilizar toda a sua criatividade para elaborar os seus próprios problemas. (Cunha, Martins & Viseu, 2014).

Neste trabalho, apresentaremos dois exemplos de situações-problema que foram propostas a públicos diferentes, levando-os a formular os seus problemas de forma que o enunciado atendesse às condições dadas, ou seja, a FP foi abordada por meio de elementos disparadores semiestruturados. Além de elaborar o problema, cada participante deveria apresentar a resolução desse problema. O público participante desta pesquisa foi constituído de estudantes de graduação e de pós-graduação, cuja maioria não teve contato prévio com o FP.

O trabalho está organizado em quatro partes. Na primeira, é apresentada uma revisão de literatura sobre FP. Na segunda, é apresentada a descrição do estudo. Em seguida, é apresenta uma seção de resultados e discussão. Por fim, as considerações finais.

2 FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS

A ideia de trabalhar com Formulação de Problemas (FP) no contexto escolar já se faz presente desde a década de 1940, nos trabalhos de George Polya, concomitante com a resolução de problemas. Para Polya (2006), a experiência matemática do aluno ficaria incompleta se não lhe fosse permitido criar os seus próprios problemas. Apesar disso, a maior ênfase nos trabalhos de Polya foi dada à resolução de problemas. De acordo com Palhares (1997), foi a partir da década de 1990 que a comunidade educativa passou a se interessar pela FP.

A FP "refere-se tanto à criação de novos problemas como também à reformulação de problemas já existentes. Assim, pode ocorrer antes, durante ou depois da solução de um problema" (Silver, 1994, p. 19, tradução nossa). Desse modo, o papel de propor problemas matemáticos passa do docente para o discente, que tem a oportunidade de se envolver na criação de seus próprios problemas (Possamai & Allevato, 2023). Nesse processo, o aluno pode desenvolver o raciocínio matemático crítico através do processo de investigação, análise e reflexão da situação proposta, utilizando sua criatividade e explorando seus próprios interesses na criação do problema (Altoé & Freitas, 2016).

Além disso, segundo Altoé (2017), essa prática envolve também a autenticidade, a motivação intrínseca ou extrínseca, significados e contextos (reais ou imaginários). Esses aspectos são responsáveis por tornar o aluno capaz de comunicar suas ideias com clareza, entendendo as relações e significados matemáticos associados ao problema criado através do processo de argumentação e reflexão de seus pensamentos.

Para Ramírez (2006) a prática de formular problemas abrange três procedimentos fundamentais: formular, resolver e melhorar. A idealização de uma atividade para a elaboração de problemas pelos alunos surge de necessidades educativas que possuem um objetivo de aprendizagem a ser alcançado. Inicialmente, o aluno inicia na etapa de Formulação de Problemas, na qual irá elaborar a estruturação do problema matemático, considerando um contexto (que pode ser pré-definido pelo professor) e organizando os dados numéricos necessários. Na etapa seguinte, de Resolução de Problemas, o discente efetivamente resolverá o problema que elaborou e, às vezes, precisará retornar à etapa anterior para o seu aprimoramento. Após isso, na etapa de Melhorias do Problema, o objetivo é analisar o problema formulado, realizando correções e ajustes, e verificando seu grau de complexidade, bem como sua adequação ao objetivo inicial traçado. Caso esse último não ocorra, é possível recomeçar na etapa de Formulação, excluindo o que foi feito anteriormente, ou retornar à etapa de Melhorias. A Figura 1 apresenta essas etapas que o formulador de problemas percorrerá durante o processo, caracterizado por idas e vindas.

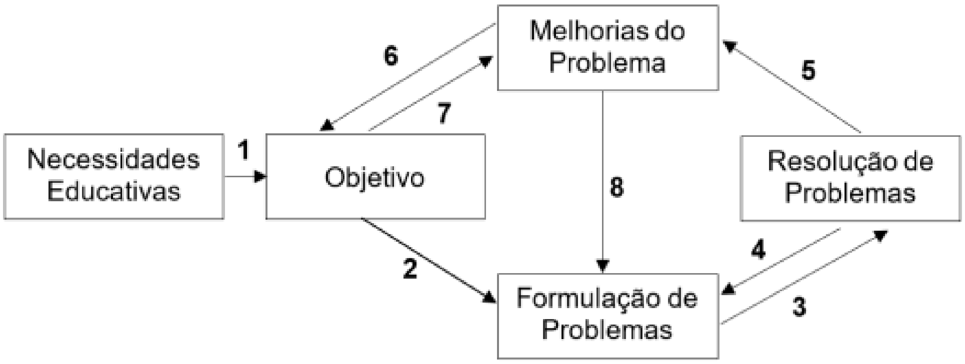


Figura 1: Etapas para (Re)Formulação de Problemas
Fonte: Duarte e Allevato (2020, p. 7)[1]

Apesar da FP poder ser uma prática independente da Resolução de Problemas (RP), é natural que as duas andem juntas. Para Spinillo et. al (2017), quando um aluno formula um problema, ele realiza ações intelectuais e procedimentos característicos do processo de resolução, pois precisa ter em vista a solução do problema, tendo vínculo direto com estratégias e conceitos envolvidos para obtê-la.

Uma metodologia de ensino que permite integrar a resolução e a formulação de problemas é a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP). Nessa concepção de ensinar através da RP, um problema gerador é o ponto de partida para abordar um novo conteúdo. O problema proposto pelo docente deverá ser passível de resolução com conteúdos previamente conhecidos pelos estudantes, e que possibilitará ao professor explorar o novo conteúdo que deseja abordar. A versão mais recente desse roteiro foi publicada por Allevato e Onuchic no ano de 2021 e consiste de dez etapas, que são: proposição do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observação e incentivo; registro das resoluções na lousa; plenária; busca do consenso; formalização do conteúdo; proposição e resolução de novos problemas.

Resumidamente, em uma aula norteada pela MEAAMaRP, a turma é dividida em grupos (de 2 a 4 estudantes, preferencialmente), faz-se a leitura e interpretação individual e em grupo, resolve-se o problema por meio do trabalho colaborativo do grupo, faz-se a socialização das resoluções, busca-se o consenso e, por fim, o professor formaliza o conteúdo. Encerrado este momento, o professor pode propor novos problemas para os estudantes resolverem ou instigá-los a criar os seus próprios problemas. Uma vez que a FP está inserida na última etapa desse momento, pode ser considerada tanto como "uma ferramenta para se ensinar matemática através da resolução de problemas quanto uma

[1] Versão traduzida do esquema elaborado por Ramírez (2006).

parte integrante da aprendizagem matemática” (Goldenberg & Walter, 2023 apud Andrade & Onuchic, 2017, p. 441). Também, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aponta, entre as habilidades a serem desenvolvidas no Ensino Fundamental e aprofundadas no Ensino Médio, a relação entre a FP e a RP.

Possamai e Allevato (2022) indicam que existem diferentes finalidades pedagógicas para a FP, dependendo da metodologia escolhida para se propor essa prática em sala de aula. Desse modo, a FP não precisa estar associada à RP, pois, segundo Zang e Cai (2021 apud Possamai & Allevato, 2022, p. 5), a “proposição de problemas matemáticos é o processo de formular e expressar um problema dentro do domínio da matemática”, em que, “ao contrário da resolução de problemas, o foco na proposição de problemas está na geração de problemas baseados em situações, e os problemas são objetos de estudos”.

Além disso, embora a BNCC valorize a FP e a RP juntas, há um trecho do próprio documento que indica a importância do aluno desenvolver outras práticas, além da resolução, em sala de aula:

> Na Matemática escolar, o processo de aprender uma noção em um contexto, abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolve capacidades essenciais, como formular, empregar, interpretar e avaliar – criar, enfim –, e não somente a resolução de enunciados típicos que são, muitas vezes, meros exercícios e apenas simulam alguma aprendizagem (Brasil, 2018, p. 277)

Também por esse motivo, a FP é, de fato, uma maneira de incentivar pensamentos criativos e flexíveis, diferente daqueles que ocorrem durante a aprendizagem habitual (Kilpatrick, 1987), que geralmente está voltada à RP.

3 DESCRIÇÃO DO ESTUDO

Os resultados apresentados neste texto fazem parte de um projeto de pesquisa cuja temática é a MEAAMaRP com interesse também em FP. Convém salientar que, neste trabalho, apresentamos diferentes momentos dessas pesquisadoras, tanto com a metodologia de RP quanto com a FP.

O interesse pela área surgiu quando a primeira autora iniciou o seu doutoramento numa pesquisa que se concentrou na inserção da MEAAMaRP em suas aulas da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I (CDI). Uma das atividades desenvolvidas foi a FP como um fórum de discussão na plataforma Moodle, entre os alunos da turma. Ao todo, foram propostas oito situações-problema para que os estudantes pudessem utilizar o seu conhecimento e a sua criatividade para criar os seus próprios problemas, utilizando os conceitos desenvolvidos na disciplina, cujos enunciados deveriam atender às informações dadas (Cunha, Martins & Viseu, 2014). A estratégia de FP adotada foi de situações semiestruturadas que, de acordo com Stoyanova (1997), ocorre quando os problemas formulados são similares a problemas já resolvidos ou apresentam algumas informações que devem ser atendidas. Para a validação das situações-problema que seriam utilizadas na coleta de dados da pesquisa de doutorado da primeira autora, elas foram propostas para nove monitores das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I e II. Destes, seis eram monitores do primeiro curso de Cálculo. Todos foram convidados a participar voluntariamente dessa atividade de FP ao término do segundo semestre letivo de 2016. Somente um deles havia tido contato prévio com a MEAAMaRP, de forma teórica. Os monitores formularam e resolveram os seus problemas visando atender todas as oito situações-problema propostas em um ~~n~~ período de cinco horas. Para a realização dessa atividade, eles formaram três duplas e um trio. A descrição detalhada de como foi esta primeira experiência pode ser consultada em (Azevedo, Figueiredo & Palhares, 2017).

Neste trabalho, iremos apresentar duas das situações-problema (ilustradas na Figura 2) elaboradas naquele período que foram aplicadas a públicos diferentes, em momentos e formas variadas. A escolha pelas atividades foi em função das situações-problemas propostas para parte do público, que corresponde aos estudantes de uma turma de pós-graduação, cujos alunos não necessariamente cursaram CDI, mas todos eram professores de matemática do Ensino Básico (Fundamental II ou Médio).

Além das atividades de FP elaboradas pelos monitores, serão considerados os problemas formulados por duas estudantes de graduação do curso de Licenciatura em Matemática, então bolsistas de Iniciação Científica (IC) das autoras professoras; por três estudantes do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) matriculados na disciplina Números e Funções, ministrada pela terceira autora no primeiro semestre de 2021; seis estudantes regularmente matriculados na disciplina de CDI do primeiro semestre letivo de 2021; e 24 estudantes do segundo semestre letivo de 2022, alunos da primeira autora. Dentre os participantes, somente três haviam tido contato prévio com a MEAAMaRP, de forma teórica: as bolsistas de IC e um dos monitores. Com relação ao ato de formular problemas, somente as bolsistas de IC estudaram sobre o assunto, pois se tratava do tema da pesquisa em que estavam inseridas.

<u>Situação 1</u>: Elabore um problema cuja solução apresente a condição de que se as abscissas estão entre -2 e 6, então as ordenadas estão entre 1 e 3.

<u>Situação 2</u>: Proponha um problema cuja solução relacione as funções *f*, *g* e *h* cujos gráficos estão ilustrados na Figura 1.

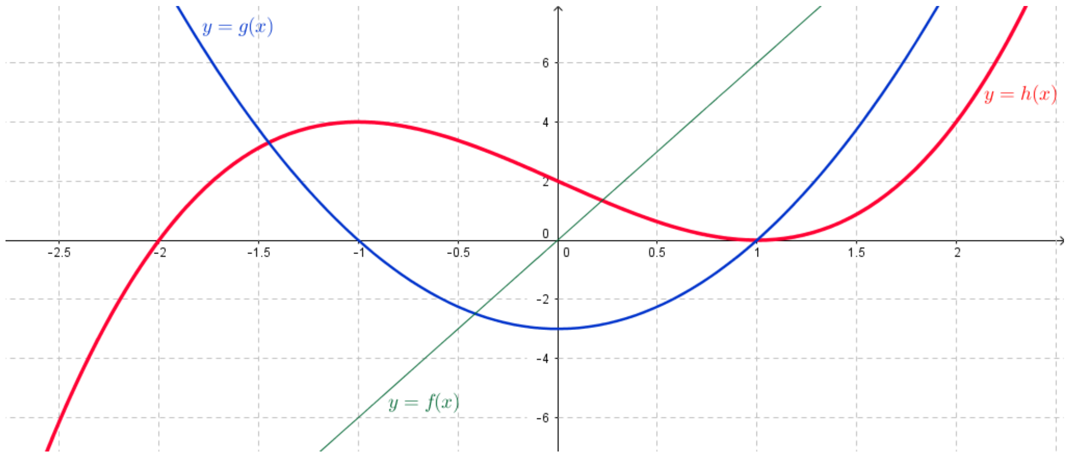


Figura 1

Figura 2: Situações-problema propostas
Fonte: Elaborado pelas autoras (2023)

Aos estudantes de CDI, a atividade de FP foi proposta como trabalho extraclasse e individual. Como incentivo para realização da atividade, a professora atribuiu uma nota adicional a ser incorporada na primeira avaliação da disciplina. Aos estudantes do PROFMAT, as atividades compunham uma das formas de avaliação da disciplina. Às bolsistas de IC, que já tinham cursado a disciplina de CDI e estudado previamente sobre a FP, foi proposto que resolvessem, de forma individual, as mesmas oito situações propostas aos monitores, mas com um prazo maior para entrega.

Todos os participantes desta pesquisa deveriam elaborar um problema que atendesse às condições estabelecidas (problemas da Figura 2) e deveriam apresentar a resolução do seu problema elaborado em forma de documento escrito. Somente as alunas de IC, além de redigirem o material escrito, também apresentaram os seus problemas elaborados e suas resoluções às orientadoras em forma de um seminário online, no primeiro semestre de 2021, via plataforma Moodle, pois, na época, estávamos com atividades presenciais suspensas devido à pandemia de Covid-19.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

As proposições de problemas e suas resoluções entregues fisicamente (pelos monitores) e virtualmente (pelos demais participantes) foram analisadas de forma qualitativa. Para essa análise, foram estabelecidas três categorias. A primeira refere-se à análise do problema formulado, para avaliar se ele atendia totalmente, parcialmente, ou não atendia às regras estabelecidas. A segunda refere-se à resolução do problema formulado apresentada para analisar se atende totalmente, parcialmente ou não atende à solução do problema criado pelos estudantes. A terceira trata do tipo de problema formulado: clássico matemático; contextualizado clássico (similares aos encontrados na literatura) ou contextualizado não clássico. Uma síntese dessa análise pode ser observada no Quadro 1.

Quadro 1 – Síntese da análise dos problemas formulados e suas respectivas soluções

Público Participante		Problema			Resolução			Tipo de problema		
		T	P	NA	T	P	NA	CM	CC	CNC
Situação 1	Turma de CDI de 2022-2	8	12	4	11	9	4	23	0	1
	Turma de CDI de 2021-1	0	5	1	4	2	0	6	0	0
	Bolsistas de IC	2	0	0	2	0	0	1	0	1
	Monitores de CDI	1	3	0	3	1	0	3	0	1
	Turma do PROFMAT	3	0	0	2	1	0	2	0	1
Situação 2	Turma de CDI de 2022-2	16	4	4	16	6	2	22	0	2
	Turma de CDI de 2021-1	0	3	3	4	2	0	6	0	0
	Bolsistas de IC	2	0	0	2	0	0	2	0	0
	Monitores de CDI	3	1	0	4	0	0	3	1	0
	Turma do PROFMAT	2	0	1	2	1	0	2	0	1

Legenda: T: Atendeu totalmente; P: Atendeu parcialmente; NA: Não atendeu; CM – Clássico matemático; CC – Contextualizado clássico L; CNC – Contextualizado não clássico.

Fonte: Elaborado pelas autoras (2023)

Os dados do Quadro 1 nos revelam que, na situação 1, dos 30 problemas elaborados pelos alunos de CDI, apenas oito (cerca de 26 %) atenderam totalmente o que era descrito. Já na resolução desses problemas, 50 % atenderam totalmente ao problema elaborado, mesmo que esse não atendesse à situação proposta. Três das equipes dos monitores formularam um problema que atendeu parcialmente à situação proposta e uma atendeu totalmente. Com relação às resoluções dos problemas que eles formularam, três apresentaram resoluções que atendiam totalmente ao proposto, enquanto uma atendia parcialmente. As bolsistas de IC e os estudantes do PROFMAT elaboraram problemas que atenderam totalmente ao que foi proposto e, com exceção de um estudante do PROFMAT, também apresentaram solução que satisfaz totalmente o problema criado.

Com relação à situação 2, dos 30 problemas elaborados pelos estudantes de CDI, pouco mais de 50 % (16 problemas) atenderam totalmente às informações dadas e aproximadamente 67 % resolveram corretamente o problema criado. As bolsistas de IC formularam problemas que atenderam totalmente ao proposto e apresentaram soluções corretas. Com relação aos monitores, 75 % das equipes formularam problemas atendendo totalmente e todos apresentaram resoluções que satisfaziam as suas proposições. Dos alunos do PROFMAT, um acertou totalmente a formulação, um acertou parcialmente e um deles não atendeu às informações dadas na formulação do problema. Quanto à resolução apresentada, todos atendem totalmente ao problema elaborado.

Na Figura 3, temos um problema elaborado pela equipe G2 dos monitores. Esse problema atende totalmente ao proposto na situação 1, pois considerou uma função definida por partes, com o domínio e imagem sendo o conjunto dos números reais, respeitando a condicional de que, se as abscissas estivessem variando entre -2 e 6, as ordenadas estariam entre 1 e 3. O objetivo da questão formulada era encontrar constantes a e b para que a função criada fosse contínua. A resolução atende ao que propuseram. Apesar disso, observamos que essa equipe não escreveu a definição de continuidade em nenhum momento, nem apresentou justificativas que explicassem o que estava sendo feito. Ela se preocupou apenas em resolver o problema. Ainda, em uma análise mais rigorosa, notamos que se preocuparam apenas com a existência dos limites nos pontos em que a função mudava de definição, mas não mencionaram que este limite deveria ser igual ao valor da função no ponto analisado. Além disso, também não mencionaram os motivos pelos quais a função seria contínua nos demais pontos em que está definida. Logo, pela resolução apresentada, a análise da continuidade foi realizada em dois pontos específicos, não em todo o domínio da função. Assim sendo, a resolução atendeu parcialmente ao problema elaborado.

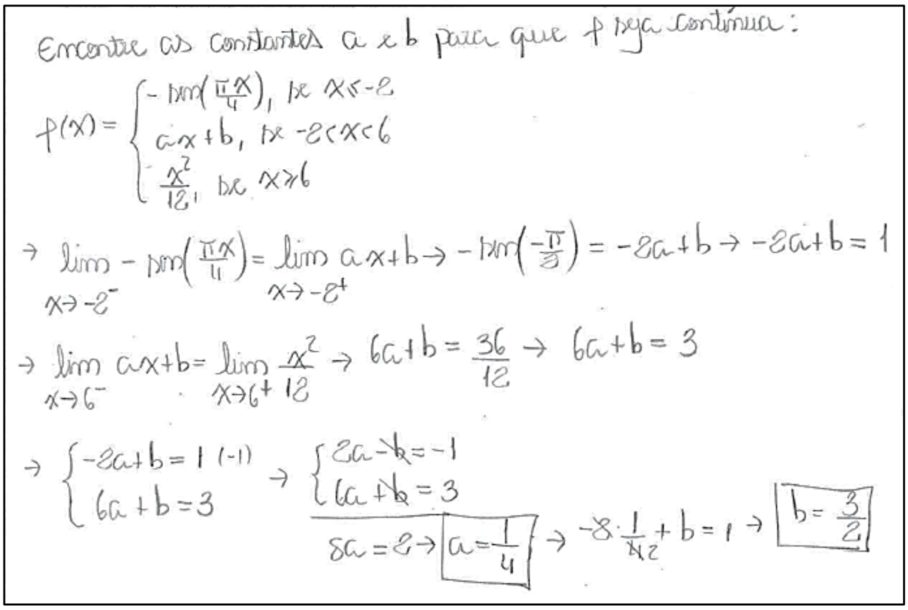


Figura 3: Problema elaborado pela equipe G2 dos monitores
Fonte: Dados da pesquisa (2016)

Na Figura 4, temos um problema elaborado por um estudante da disciplina de CDI em que tanto o enunciado quanto a resolução atendem totalmente às condições propostas. O problema propõe obter a equação de uma função afim, considerando o domínio entre -2 e 6, ou seja, é um exemplo rotineiro abordado em aulas de matemática.

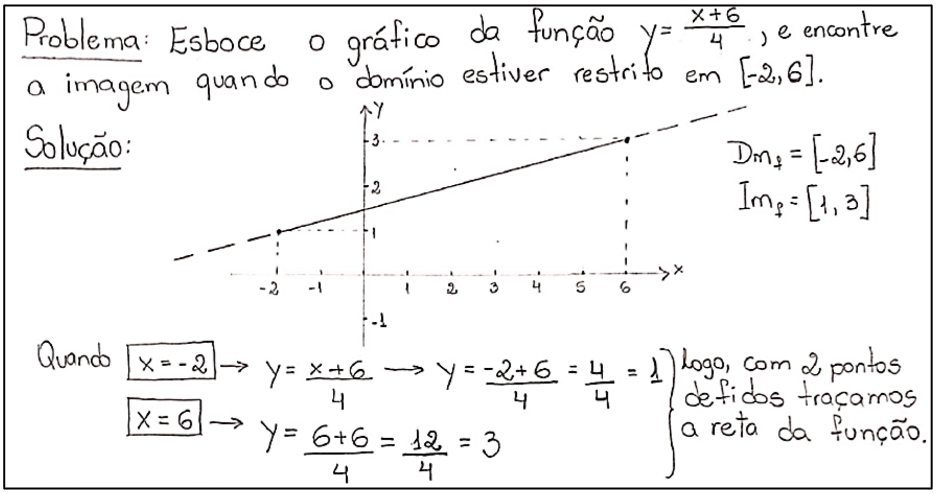


Figura 4: Problema elaborado por um estudante de CDI de 2022/1
Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Outros dois exemplos de problemas formulados por públicos diferentes e que atenderam totalmente, tanto ao enunciado quanto à resolução, estão ilustrados nas Figuras 5 e 6. A resolução do problema ilustrado na Figura 5 foi omitida devido à delimitação de páginas deste texto, mas ela envolve a resolução de inequações quociente.

Situação 1: Após concluir o curso de graduação em Ciências Exatas, Maya foi aprovada em um processo seletivo para uma bolsa de mestrado na Groelândia. Durante os preparativos para a viagem, a estudante decide enviar um e-mail para o seu orientador no país, questionando qual a variação média de temperatura observada na cidade de Nuuk nessa época do ano. A resposta recebida foi a seguinte:

"Bom dia, Maya! Não pude perder a oportunidade e resolvi enviar a você um meio para que descubra a resposta ao invés de fornecê-la prontamente. Considere que a variação média de temperatura em Nuuk é dada pela função afim $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, sendo $f(x) = \frac{x}{4} + \frac{3}{2}$, em que $f(x)$ é medida em graus Celsius e x é um parâmetro relacionado com a possibilidade de chuvas e velocidade média do vento observada num determinado dia. Agora, resolva a inequação abaixo, a fim de encontrar a variação do parâmetro x nessa época do ano e, na sequência, faça uso de todas as informações fornecidas para determinar a variação média de temperatura desejada.

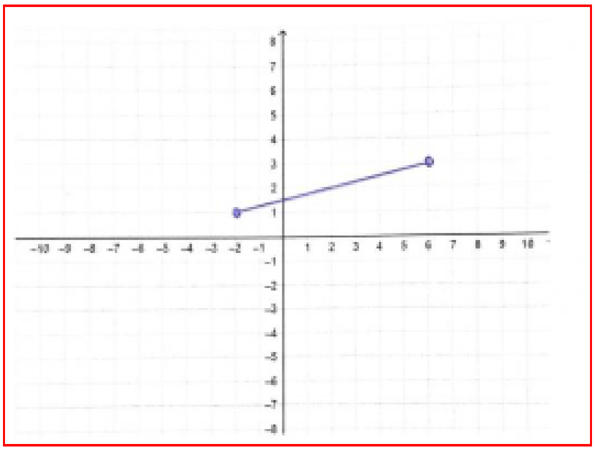
$$\frac{8}{x-6} < -1$$

P.S.: Cuidado para não se confundir e trazer as roupas erradas!"

Figura 5: Problema elaborado por uma bolsista de IC
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Questão:

Dada a função $y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$, realize o esboço que represente o comportamento desta função de forma que as extremidades no eixo das abscissas estejam no intervalo de $[-2,6]$, em seguida responda algumas questões propostas:



a) Quais são as coordenadas que representam as extremidades do gráfico?

$x = -2$ $y = \frac{1}{4}\cdot(-2) + \frac{3}{2}$ $y = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}$ $y = \frac{2}{2}$ $y = 1$ $x = 6$ $y = \frac{1}{4}\cdot 6 + \frac{3}{2}$ $y = \frac{3}{2} + \frac{3}{2}$ $y = \frac{6}{2}$ $y = 3$ $(-2,1)$ $(6,3)$

b) Podemos garantir que esta é uma função afim? Por quê?

Sim, pois percebemos que o gráfico é uma reta.

c) Se esta for uma função afim, qual é o valor que representa o coeficiente linear?

$b = \frac{3}{2}$

d) Esta função é crescente ou decrescente, justifique sua resposta.

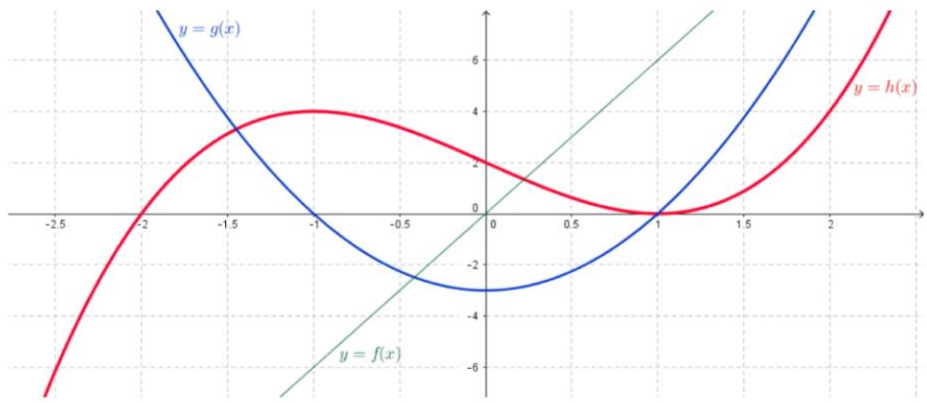
Crescente, pois o coeficiente angular é positivo.

Figura 6: Problema elaborado por estudante do PROFMAT
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Os problemas apresentados nas Figuras 3, 4, 5 e 6 nos mostraram como um elemento disparador tão simples pode levar a problemas tão diferentes versando sobre o mesmo assunto, no caso, o conteúdo de funções, com foco na função afim. Desses problemas, os representados nas Figuras 3 e 4 poderiam ser adotados por um docente cuja aula estivesse sendo guiada pela concepção de ensinar sobre ou para resolver problemas. O problema da Figura 5 poderia ser utilizado como um problema gerador, com a concepção de ensinar através da resolução de problemas. Já o problema da Figura 6 parece ter sido pensado na concepção de ensinar para resolver problemas, pois faz perguntas específicas sobre função afim que exigem conhecimento sobre o assunto para ser respondidas.

Na sequência, apresentaremos alguns dos exemplos de problemas elaborados para atender à situação 2. Na Figura 7, temos um problema cuja formulação e resolução atendeu totalmente ao que foi proposto. Neste exemplo, pode-se observar que o estudante usou a interpretação gráfica para responder à questão que trata de função composta.

2ª Situação. Dadas as funções f, g, h apresentadas no gráfico abaixo, determine o valor de $h(f(g(1)))$.



Solução.

Pelo gráfico, temos que $g(1) = 0$, $f(0) = 0$ e $h(0) = 2$. Portanto, temos que

$$h(f(g(1))) = h(f(0)) = h(0) = 2.$$

Figura 7: Problema formulado por um estudante de CDI de 2022/2
Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Na Figura 8, apresentamos um problema cuja formulação não atende ao elemento disparador, pois pede para que se encontre a representação analítica das funções e calculem-se os limites de cada uma em um ponto específico, sem relacioná-las. Apesar disso, a resolução apresentada pelo estudante está coerente com o problema formulado. Esta resolução foi omitida por ter ficado extensa e pela delimitação de espaço. Diferentes públicos fizeram propostas de enunciados similares, em que solicitavam que fossem encontradas as três funções, mas não as relacionaram ou trabalharam de forma concomitante, duas a duas (Figura 9).

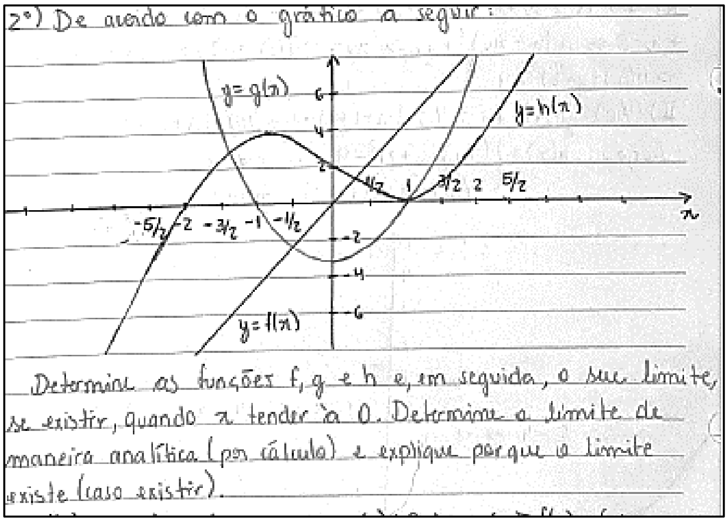


Figura 8: Problema formulado por um estudante de CDI de 2021/1
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

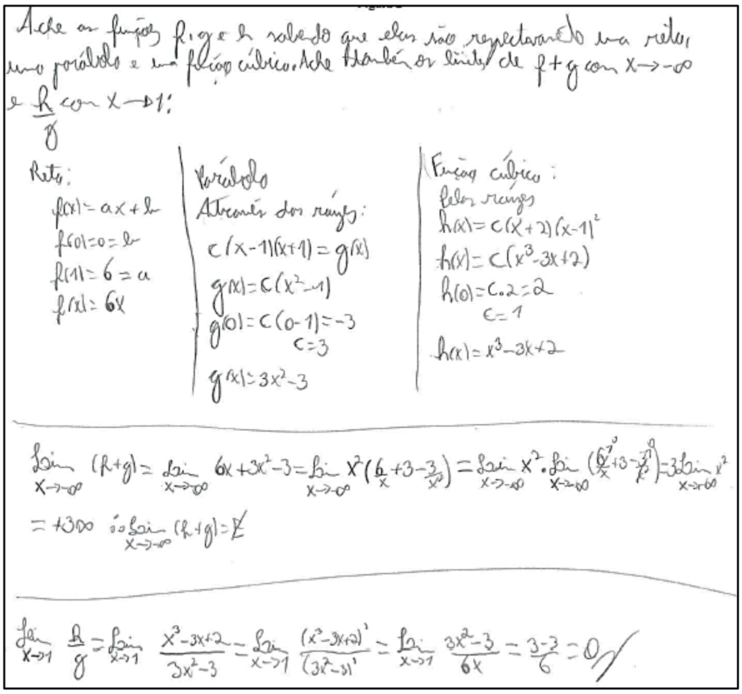


Figura 9: Problema formulado pela equipe G1 dos monitores
Fonte: Dados da pesquisa (2016)

Na Figura 10, temos um problema contextualizado envolvendo temperatura e pressão atmosférica. Como no item (i) de (a) é questionado se existe algum ponto em que temperatura e pressão são iguais nas três regiões apresentadas no gráfico (da situação 2), entendemos que o problema formulado atendeu totalmente ao que foi proposto. A resolução apresentada pelo estudante foi pautada na análise gráfica.

Alguns cientistas estão estudando a relação entre a temperatura e o valor da pressão atmosférica em três regiões diferentes. Os cientistas estudaram o que ocorre com a pressão em três regiões quando a temperatura varia entre -2°C e 2°C. No gráfico da Figura 1 estão dispostos a relação entre temperatura (abscissa) e a porcentagem da diferença entre a pressão da região e 1 Atm (ordenada). A região A é representa pela função f (verde), a região B pela função g (azul) e a região C pela função h (vermelha).

a) Caso exista, identifique os pontos que,
   i. A temperatura e a pressão nas três regiões são iguais.
   ii. A temperatura e a pressão das regiões A e B são iguais.
   iii. A temperatura e a pressão das regiões A e C são iguais.
   iv. A temperatura e a pressão das regiões B e C são iguais.

b) Identifique em cada região, qual é a temperatura em que,
   i. Que a pressão atmosférica é 1 Atm.
   ii. A pressão atmosférica é máxima.
   iii. A pressão é mínima.

Figura 10: Problema formulado por um estudante do PROFMAT
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Na Figura 11, apresentamos um problema totalmente matemático cuja formulação atende totalmente ao elemento disparador, apesar de não deixar de forma explícita qual a relação entre as três funções propostas. No transcorrer da resolução (aqui omitida), que também atende totalmente ao problema elaborado, o estudante teve todo o rigor matemático, abordou assuntos de integração e, por fim, concluiu que a relação existente entre as três funções é que "(...) a função g é derivada da função h; a função f é derivada da função g.". Esta relação também foi constatada pela outra bolsista de IC e por uma estudante de CDI de 2022/2. O estudante que ainda estava cursando CDI identificou uma relação entre as funções representadas e suas derivadas e já as considerou na formulação do problema (Figura 12). Esse tipo de conclusão foi possível porque era a segunda vez que ele estava cursando a disciplina.

Observe a figura e responda às seguintes questões:

a) Qual é a representação algébrica da função *f*?
b) É possível determinar a representação algébrica da função *g*? Há informações suficientes para isso no gráfico? Se sim, encontre-a.
c) Caso seja possível, encontre a integral da representação algébrica da função *g*. Utilize o software Geogebra para realizar manipulações alterando os valores da constante obtida na integração. Escreva o que você observou durante as manipulações.
d) Com base nas questões anteriores, qual relação podemos observar entre as três curvas?

Figura 11: Problema formulado pela bolsista de IC
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Problema: Dada a função $h(x) = x^3 - 3x + 2$ encontre sua derivada, $h'(x) = g(x)$. Logo após derive a função $g(x)$, $g'(x) = f(x)$. Quando o domínio de $f(x)$ estiver restrito em $[-1,1]$ qual será sua imagem?

Solução: $h'(x) = (x^3 - 3x + 2)' = 3x^2 - 3 \rightarrow g(x) = 3x^2 - 3$
$g'(x) = (3x^2 - 3)' = 6x \rightarrow f(x) = 6x$

Analisando o domínio e a imagem de $f(x)$:

$\left.\begin{array}{l} x = -1 \rightarrow f(-1) = 6.(-1) = -6 \\ x = 1 \rightarrow f(1) = 6.(1) = 6 \end{array}\right\}$ Logo a imagem da $f(x)$ quando o domínio estiver restrito a $[-1,1]$ será $[-6,6]$.

Figura 12: Problema formulado por uma estudante de CDI de 2022/2
Fonte: Dados da pesquisa (2022)

No Quadro 2, estão classificados os assuntos identificados em cada problema formulado, considerando todos os participantes da pesquisa. Salientamos que cada problema formulado pode se enquadrar em mais de uma categoria. Além disso, cada categoria foi dividida em subcategorias. Por exemplo, no assunto de funções, se o estudante elaborou um problema que abordou funções afim, quadrática e cúbica, foi considerado que esse problema apresentou três assuntos de funções.

Quadro 2 – Conteúdos identificados nos problemas formulados

Situação Problema	**Participantes**	**Conteúdo**					
		Conjunto	**Inequação**	**Função**	**Limite**	**Derivada**	**Integral**
1	Turma de CDI de 2022-2	0	1	75	3	0	0
	Turma de CDI de 2021-1	0	0	18	2	0	0
	Alunas de IC	0	1	4	0	0	0
	Monitores de Cálculo	0	0	7	1	1	0
	Turma do PROFMAT	0	0	6	0	1	0
	Total	0	2	110	6	2	0
2	Turma de CDI de 2022-2	0	0	56	9	1	0
	Turma de CDI de 2021-1	0	0	23	2	0	0
	Alunas de IC	0	0	9	0	2	2
	Monitores de CDI	1	0	17	1	1	0
	Turma do PROFMAT	0	1	10	0	0	0
	Total	1	1	115	12	4	2

Fonte: Elaborado pelas autoras (2023)

Pelos dados apresentados no Quadro 2, observa-se que o conteúdo mais abordado foi o de funções. Nesta categoria, foram identificados os seguintes assuntos: domínio; imagem; representação gráfica; paridade; operações entre funções; (de)crescimento de função; análise gráfica; e contextualização. Na situação 1, na subcategoria de funções, os assuntos mais abordados foram: representação analítica de funções afim (24) e de função quadrática (14); determinação do conjunto que representa o domínio (12) e o conjunto imagem (12). Na situação 2, os assuntos mais frequentes na categoria de funções foram: representação analítica de função afim (21); quadrática (21); cúbica (21); e função composta (11).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Formular problemas é uma das tarefas do professor de matemática. Porém, ao olharmos para nossa formação, percebemos que não foi um tema muito estudado enquanto alunos. Como professoras, percebemos que, nas disciplinas, trabalham-se conteúdos de matemática e discutem-se diversas tendências de ensino, mas são raras as dinâmicas que exploram a formulação de problemas. Assim, temos como hipótese que é preciso criar oportunidades para os alunos formularem seus próprios problemas para perceberem como isso é um processo complexo. Formular um problema exige um conhecimento amplo do conteúdo e do público-alvo.

Ao propor essa atividade para públicos distintos, pudemos avaliar como cada um interpretou o trabalho de formular um problema usando as informações dadas. Tivemos alunos que sentiram a necessidade de elaborar um problema contextualizado, outros que não se preocuparam com isso e criaram uma situação puramente matemática. Na proposta, cada aluno ou equipe elaborou e resolveu o seu problema. A análise dos dados mostrou que a estrutura do problema formulado e a coerência com a situação proposta das alunas de IC e dos pós-graduandos foi de 100 % e 83,0 %, respectivamente; enquanto dos alunos de Cálculo e dos monitores foi de 40,0 % e 37,5 %, respectivamente. Com a análise dos problemas formulados, inferimos que os estudantes que tiveram um contato teórico prévio com a MEAAMaRP, ou um amadurecimento do conteúdo gerou melhores resultados para as atividades de FP.

Em futuras aplicações, pretendemos seguir as orientações das professoras Norma Allevato e Janaína Possamai (Possamai & Allevato, 2023) de fazer com que os estudantes resolvam os problemas formulados pelos colegas, além de proporcionar uma discussão para os alunos avaliarem os enunciados criticamente em relação à clareza e à satisfação das condições propostas, pois, até o momento, nas atividades de formulação de problemas que foram propostas, cada participante elaborou e resolveu o seu próprio problema. Além disso, pretendemos usar alguns dos problemas formulados como problemas geradores a serem trabalhados como forma de motivação. Como exemplo, citamos o problema da Figura 5. A primeira autora já o utilizou para iniciar o semestre letivo de suas aulas de Cálculo. Através desse problema gerador, foi possível explorar o assunto de funções e inequações. Em sala de aula, ela comentou que esse problema foi elaborado por uma estudante e aproveitou o momento para falar sobre a FP, apresentando alguns exemplos de problemas elaborados para atender à situação 1 para que, conjuntamente, a turma avaliasse se o problema criado atendia ao que foi proposto e se a resolução estava adequada. Assim, os estudantes puderam observar como um elemento disparador gerou resultados tão diferentes, frutos da criatividade dos estudantes. A professora levou esses exemplos para a sala, para discutir com os estudantes antes deles elaborarem os seus problemas, com o intuito de que compreendessem quais devem ser os cuidados na elaboração de forma a atender todas as condições a serem satisfeitas, pois iria propor atividades de FP ao longo do semestre letivo.

Este foi um breve relato para evidenciar o quão rico pode ser inserir a FP em sala de aula e o quanto ainda pode ser aprimorada a abordagem para contribuir ainda mais para o aprendizado dos estudantes. O fato do professor utilizar, em aula, problemas que foram elaborados pelos estudantes pode evidenciar uma valorização do trabalho dos próprios estudantes.

REFERÊNCIAS

Allevato, N. S. G., & Onuchic, L. R. (2021). Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: L. R. Onuchic, N.S.G. Allevato, F. C. H. Noguti, & A. M. Justulin. *Resolução de Problemas: Teoria e Prática*. (pp. 35 – 52). Jundiaí/SP: Paco.

Altoé, R. O. (2017). *Formulação de Problemas do Campo Conceitual Multiplicativo no Ensino Fundamental: uma prática inserida na metodologia de resolução de problemas*. (Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória.

Altoé, R. O., & Freitas, R, C. O. (2016, julho). Formulação de Problemas em Matemática: uma prática inserida na abordagem metodológica de resolução de problemas. In: *Anais Encontro Nacional de Educação Matemática.* (pp. 1 – 8). São Paulo: SBEM. Recuperado de: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4568_3378_ID.pdf.

Andrade, C. P., & Onuchic, L. R. (2017). Perspectivas para a Resolução de Problemas no GTERP. In: L. R. Onuchic, L. C. Leal Junior, M. Pironel, Márcio. (org.). *Perspectivas para a Resolução de Problemas.* (pp. 443 – 466). São Paulo: Livraria da Física.

Azevedo, E. B., Figueiredo, E. B., Palhares, P. B. (2017). Desafio aos monitores de Cálculo Diferencial e Integral: Formulação de Problemas. In: *Anais do VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática.* (pp. 1 – 16). Canoas – RS. Recuperado de: http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii/paper/viewFile/7044/3076.

Brasil. (2018). *Base Nacional Curricular Comum*. Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, Brasília-DF: MEC. Recuperado de: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

Cunha, M. C, Martins, P. M, & Viseu, F. (2014). A formulação de problemas na aprendizagem de derivada de uma função. *ProfMat*. Recuperado de: https://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/30437

Duarte, E. M., Allevato, & N. S. G. (2020). Formulação de Problemas no desenvolvimento de um Jogo Educacional Digital de Matemática. *Revista de Educação Matemática*. Recuperado de: https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/203

Groenwald, C. L. O., Silva, C. K., & Mora, C. D. (2004). Perspectivas em Educação Matemática*. REnCiMa*, 6 (1), 37 – 55. Recuperado de: http://posgrad.ulbra.br/periodicos/index.php/acta/article/view/129

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: where do good problems come from? In: A. H. SCHOENFELD. *Cognitive science and mathematics education*. (pp. 123 – 147). Hillsdale, New Jersey: Erlbaum.

Palhares, P. M. B. (1997). Histórias com problemas construídas por futuros professores de matemática. In: D. Fernandes, F. Lester, A. Borralho, I. Vale (Coord.). *Resolução de Problemas na formação inicial de professores de Matemática: múltiplos contextos e perspectivas*. (pp. 159 – 188). Aveiro - PO: GIRP/JNICT.

Polya, G. (2006). *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa Araújo. Rio de Janeiro: Interciência.

Possamai, J. P., Allevato, N. S. G. (2022). Elaboração/Formulação/Proposição de Problemas em Matemática: percepções a partir de pesquisas envolvendo práticas de ensino. *Educação Matemática Debate*, 6, (12), 1 – 28. DOI: http://dx.doi.org/10.46551/emd.v6n12a01

Possamai, J. P., Allevato, N. S. G. (2023) Problem Posing: images as a trigger element of the activity. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, 13 (1), 1 – 15. Recuperado de: https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/ripem/article/view/3274

Ramírez, M. C. (2006). A Mathematical Problem – Formulating Strategy. *International Journal For Mathematics Teaching And Learning*, 79 – 90. Recuperado de: https://www.cimt.org.uk/journal/ramirez.pdf

Silver, E. (1994). On Mathematical Problem Posing. *FLM Publishing Association*, 14 (1), 19 – 28. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/284047623_On_mathematical_problem_posing

Spinillo, A. G., Lautert, S. L., Borba, R, E. S. R., Santos, E. M., Silva, J. F. G. (2017). Formulação de problemas matemáticos de estrutura multiplicativa por professores do Ensino Fundamental. *Bolema*, 31 (n. 59), 928 – 946, dez. 2017. Recuperado de: https://www.scielo.br/j/bolema/a/3xhJw53dwsVyk7wv6Hd84Cc/?format=pdf&lang=pt

Stoyanova, E. N. (1997). *Extending and exploring students' problem solving via problem posing: A study of years 8 and 9 students involved in Mathematics challenge and enrichment stages of Euler enrichment program for Young australians*. (Thesis of Doctor of Philosophy in Education). Edith Cowan University, Faculty of Education.

Zhang, H.; Cai, J. (2021). Teaching mathematics through problem posing: insights from an analysis of teaching cases. *ZDM — Mathematics Education*, v.53, p. 961-973, 2021.

NOTAS DA OBRA

TÍTULO DA OBRA
Formulação de Problemas: um comparativo entre diferentes níveis educacionais

Eliane Bihuna de Azevedo
Doutora em Ciências da Educação
Universidade do Estado de Santa Catarina, Professora Adjunta, Departamento de Matemática, Joinville, Brasil
eliane.azevedo@udesc.br
https://orcid.org/0000-0002-7075-177X

Elisandra Bar de Figueiredo
Doutora em Matemática
Universidade do Estado de Santa Catarina, Professora Associada, Departamento de Matemática, Joinville, Brasil
elisandra.figueiredo@udesc.br
https://orcid.org/0000-0003-2101-4009

Amanda Zanelato Colaço
Licenciada em Matemática
Instituto Federal Catarinense, São Bento do Sul, Brasil
amandazanelatocolaco@gmail.com
https://orcid.org/0000-0001-7334-3643

Endereço de correspondência do principal autor
Rua Paulo Malschitzki, 200
Zona Industrial Norte,
CEP: 89.219-710
Joinville/SC, Brasil

AGRADECIMENTOS
As autoras agradecem ao Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Sistemas Aplicados ao Ensino – PEMSA, à Universidade do Estado de Santa Catarina - Udesc e a Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina - FAPESC.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA
Concepção e elaboração do manuscrito: E. B. Azevedo, E. B. Figueiredo, A. Z. Colaço.
Coleta de dados: E. B. Azevedo, E. B. Figueiredo.

Análise de dados: E. B. Azevedo
Discussão dos resultados: E. B. Azevedo
Revisão e aprovação: E. B. Azevedo, E. B. Figueiredo, A. Z. Colaço.

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA
O conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo não está disponível publicamente.

FINANCIAMENTO
Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES
Não se aplica.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista
Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista
Recebido em: 12-02-2024 – Aprovado em: 04-10-2024